

KAMIL KULESZA (Warszawa, Cambridge)

MACIEJ STAŃCZYK (Warszawa)

Industrial Mathematics, czyli kilka słów o matematyce użytkowej

Streszczenie. W języku angielskim istnieje pojęcie industrial mathematics, które nie ma, jak do tej pory, dobrego odpowiednika w języku polskim. W Wielkiej Brytanii mówi się często, że dziedzina ta zajmuje się tym samym co matematyka stosowana, tylko że badania prowadzone są za pieniądze tych, którzy korzystają z zastosowań. Krótki, ale nieco bardziej formalny opis industrial mathematics to wykorzystanie precyzyjnego matematycznego sposobu myślenia do rozwiązywania rzeczywistych problemów firm i instytucji, poczynając od właściwego sformułowania podstawowych założeń problemu. Duży nacisk kładziony jest na podejście „niech będzie to tak proste, jak tylko możliwe, ale nie prostsze”. Jak pokazuje praktyka znajdowane rozwiązania z jednej strony mają zastosowanie i wartość komercyjną, a z drugiej stanowią dobrą stymulację do dalszych badań akademickich. W tej pracy, po krótkim zarysowaniu historii matematyki stosowanej i skomentowaniu jej wybranych aspektów, opiszemy doświadczenia brytyjskie w zakresie industrial mathematics oraz pokażemy w jaki sposób można z nich w Polsce skorzystać.

Słowa kluczowe: matematyka użytkowa, zastosowania matematyki, modelowanie matematyczne, przemysłowe ośrodki badawcze, współpraca z młodzieżą.

1. Wstęp. Historia matematyki sięga co najmniej czasów starożytnego Sumeru, [1]. To właśnie tam w Międzyrzeczu zaczęto tworzyć systemy irygacyjne, dokonywać dość precyzyjnych pomiarów areałów oraz obserwować gwiazdy. Motywacja tych działań była czysto praktyczna – związana z potrzebami osiadłej społeczności rolniczej. Tak więc matematyka narodziła się jako użytkowa dziedzina wiedzy, wywodząca się głównie z miernictwa, ale też kierująca wzrok ku gwiazdom. Te praktyczne korzenie były dobrze widoczne jeszcze przez tysiące lat, choćby u starożytnych Greków, gdzie najlepszym sposobem rozwiązania postawionego problemu było zastosowanie metod geometrycznych. Było to podejście odwrotne do dominującego obecnie, kiedy to nawet zagadnienia o charakterze geometrycznym rozwiązuje się często za pomocą metod algebraicznych.

Podziału matematyki na czystą i stosowaną można doszukiwać się już

w starożytności, przypomnijmy choćby słynną historię kończącą się słowami „... *daj mu obola i odpraw*”, czy platońskie koncepcje filozoficzne. Do czasów współczesnych większość matematyków tworzących matematykę czystą miała osiągnięcia też w obszarze zastosowań. Często, jak w przypadku Eulera [2], był to również sposób pokazania, że badania matematyczne mogą być użyteczne⁽¹⁾. Z bardziej współczesnych matematyków warto przywołać Johna von Neumanna [3], który z łatwością przemieszczał się pomiędzy różnymi działami matematyki czystej i stosowanej, prawie wszędzie wnosząc znaczący wkład. Przykład von Neumanna jest o tyle istotny, że pokazuje jak rozwiązywanie problemów praktycznych, może również stymulować badania teoretyczne. Obszar jego działań był bardzo szeroki, więc z konieczności ograniczymy się do podania jedynie dwóch przykładów:

- a) spory udział w powstaniu teorii gier miała okoliczność, że von Neumann był częstym bywalcem kasyn⁽²⁾,
- b) motywacją do badań nad komputerami były złożone obliczeniowo zagadnienia z zakresu fizyki matematycznej, z którymi von Neumann zetknął się w czasie prac nad bronią nuklearną.

Oczywiście, nie ma jednej drogi uprawiania matematyki czy inspirowania w tym zakresie. I równie dobrze może tutaj mieć zastosowanie teza G.H. Hardy'ego, [4], że piękno czystej matematyki leży w jej beżużyteczności. Jednak celem tego artykułu nie są rozważania dotyczące matematyki czystej, którą miał na myśli G.H. Hardy⁽³⁾. Chcemy natomiast powiedzieć kilka słów na temat jednej z dróg uprawiania matematyki stosowanej.

2. Matematyka stosowana dziś, a rozwiązywanie praktycznych problemów. Matematyka stosowana, historycznie związana z mechaniką, uzyskała w ciągu ostatnich kilkudziesięciu lat prawo do samodzielnego istnienia i objęła swoim zasięgiem coraz więcej nowych dziedzin. Nie odbyło się to bezboleśnie i do dziś w krajach anglosaskich znane jest powiedzenie, że matematyk stosowany to taki, który niczego sam nie wymyśla, tylko bierze to co stworzyli inni i stosuje do rozwiązywania problemów. To obiegowe przekonanie jest raczej owocem złośliwości, które są nieuniknione w każdym środowisku, gdzie występuje silny element współzawodnictwa. W tym przypadku pogląd ten doprowadził do niesłusznej percepcji zastosowań matematyki, jako działalności wymagającej mniejszego potencjału intelektual-

⁽¹⁾ Jako członek Pruskiej Akademii Nauk Euler starał się wiele razy zademonstrować to Fryderykowi III. Rezultatem tych działań były zarówno książki jak i konkretne osiągnięcia praktyczne, np. w zakresie mierzenia kanałów.

⁽²⁾ Warto dodać, że był też raczej kiepskim graczem i często przegrywał.

⁽³⁾ Nawet sam Hardy, choć w pewnym stopniu mimowolnie, przyczynił się powstania działu w matematyce stosowanej poprzez sformułowanie prawa Hardy'ego-Weinberga w genetyce populacyjnej.

nego niż zajmowanie się „czystą abstrakcją”. Często dla tworzenia takiego obrazu posługiwano się też przemyśleniami G.H. Hardy’ego, jednocześnie przemilczając, że dotyczą one matematyki czystej⁽⁴⁾. W efekcie powstała dodatkowa silna presja na to aby w ramach matematyki stosowanej wdrapywać się na coraz wyższe piętra abstrakcji, której to presji niestety nie wszyscy potrafią się skutecznie opierać.

Poczyniwszy te uwagi, przejdziemy do naszych subiektywnych obserwacji dotyczących krajowego podwórka naukowego, których dokonujemy patrząc z perspektywy, jaką oferuje Cambridge i/lub praca w przemyśle. Jak już wspomnieliśmy, matematyka stosowana historycznie była silnie związana z mechaniką i związki te są mocno wyczuwalne w Polsce po dziś dzień. Jednak daje się też zauważyć stopniowe otwieranie polskich matematyków na coraz więcej nowych dziedzin. Tradycyjnie jest to z pewnością zasługa osób takich jak Hugo Steinhaus, choć niestety można spostrzec działanie innych czynników. Otóż w wielu dziedzinach, a nawet w naukach społecznych i humanistycznych, ‘wypada’ w ramach prowadzonych badań pokazać ‘model matematyczny’ i wyniki ilościowe. Często, tzw. modele matematyczne, konstruowane są przede wszystkim, aby pokazać, że ‘dla danego zagadnienia istnieje model z wykorzystaniem matematyki wyższej’. Im bardziej zastosowana matematyka jest abstrakcyjna i zawiła, tym większa waga modelu, a więc również doniosłość badanego zagadnienia.

Ten sposób rozumowania może wydawać się niedorzeczny, niestety z obserwacji autorów wynika, że jest on nader często, z sukcesem, stosowany w praktyce. Jednym z powodów jest niski poziom życia naukowego i sposób, w jaki w naszym kraju kształcą się przyszłych naukowców (np. zobacz [5]). Drugi powód to fakt, że im bardziej abstrakcyjny i złożony model, tym więcej odbiorców nie będzie z nim dyskutować – choćby z braku odpowiedniego wykształcenia, a nielicznej garstce tych, którzy mają o tym pojęcie, będzie zwyczajnie szkoda czasu. W rezultacie coraz rzadziej wykorzystywany jest matematyczny zdrowy rozsądek, w zamian postępuje ‘specjalizacja’ i oderwanie od jakichkolwiek zagadnień praktycznych. W tym miejscu warto przytoczyć popularną wśród matematyków w Cambridge i Oxfordzie, anegdotę:

„W czasie pomoru bydła matematyk, skuszony znaczną nagrodą za znalezienie sposobu powstrzymania kłęski wyznaczoną przez króla, zgłosił się ze swoim rozwiązaniem problemu. Swoją prezentację zaczął od narysowania okręgu a następnie rzekł: załóżmy istnienie okrągłej krowy ...”

⁽⁴⁾ Los często potrafi płatać figle, gdyż ulubiony przykład G.H. Hardy’ego dotyczył teorii liczb, jako tej części matematyki, która nie została ‘skalana’ żadnymi zastosowaniami. Jednak niedługo po śmierci G.H. Hardy’ego teoria liczb stała się jednym z głównych filarów współczesnej kryptografii – nauki o bardzo licznych i istotnych zastosowaniach.

Anegdota ta może wydać się pocieszna, ale autorzy widzieli liczne ‘badania’ w różnych dziedzinach zastosowań matematyki, które opierały się na bardzo zbliżonym rozumowaniu. Tam, gdzie działanie takie trwa już odpowiednio długo, np. w zakresie różnych „podstawowych problemów”, udało się osiągnąć dość wysoki poziom abstrakcji, przy jednoczesnym zerwaniu związków pomiędzy prowadzonymi badaniami, a światem rzeczywistych problemów. Gdyby działalność ta dała zakwalifikować się do matematyki czystej, można byłoby powiedzieć, że udało się zrealizować postulat G.H. Hardy’ego – tworzy się piękną matematykę, która jest bezużyteczna. Niestety nie znamy zbyt wielu wyników tego typu polskich ‘badań podstawowych’, które można zaliczyć do osiągnięć w zakresie matematyki czystej. O ile nie rościmy sobie pretensji do oceniania innych, o tyle naszym zdaniem jest to dalekie odejście od przedstawionych powyżej korzeni matematyki stosowanej. Aby uzyskać inną perspektywę warto popatrzeć, jak z ‘podstawowymi problemami’ radzą sobie Ci, którzy muszą je skutecznie rozwiązywać w praktyce.

3. Jak to się robi w przemyśle i biznesie. W przemyśle matematyczne podejście do problemu jest podstawą tzw. dobrej praktyki inżynierskiej. Duże firmy wypracowują przez lata standardy rozwiązywania problemów z własnej branży, które często mają postać skodyfikowaną i są pilnie strzeżoną tajemnicą. Stosowanie takich wewnętrznych standardów umożliwia przeprowadzanie bardzo zaawansowanych analiz, procedur projektowych i inżynierskich przez pracowników dysponujących relatywnie małym doświadczeniem i bez specjalnego wykształcenia matematycznego. Sposób ten umożliwia z jednej strony obniżanie kosztów prowadzenia działalności przez zatrudnianie mniej wykwalifikowanej kadry, a z drugiej strony daje doświadczonym inżynierom narzędzia, z których istnienia i użyteczności mogli sobie wcześniej nie zdawać sprawy.

W efekcie, u podstaw procedur używanych do rozwiązywania problemów przez kadrę inżynierską dużych przedsiębiorstw przemysłowych leżą często zaskakująco eleganckie idee matematyczne. Jednym z prostych przykładów może być rozkład Weibulla używany powszechnie w przemyśle do oceny niezawodności na podstawie niewielkich próbek danych. Narzędzie to weszło do powszechnego użytku w sytuacji, gdzie oferowany produkt jest duży i kosztowny (np. jest to samolot pasażerski), a zatem producent rzadko kiedy może liczyć na informacje o sprawowaniu się tysięcy egzemplarzy.

Skodyfikowane procedury dobrej praktyki inżynierskiej są zazwyczaj opracowywane przez najbardziej doświadczonych inżynierów danej firmy. Podczas ich opracowywania, poza obserwacjami pochodzącymi z prób i błędów z przeszłości (często okupionymi milionami dolarów strat), często czerpie się z osiągnięć ze świata akademickiego publikowanych w periodykach

naukowych. Trzeba dodać, że inżynierowie odpowiedzialni za wytyczanie standardów nierzadko są aktywni też i na tym polu i publikują niektóre ze swoich prac. Jest to jednak zjawisko rzadkie, ze względu na wspomnianą już tajność większości omawianych opracowań.

Doceniając wartość naukowego podejścia dla swojej bieżącej działalności duże korporacje tworzą wyspecjalizowane jednostki badawcze, które działają na innych zasadach niż reszta przedsiębiorstwa. Zamiast być ukierunkowane na klienta i produkt, zadaniem takich ośrodków jest wypracowywanie nowych idei, które w bliższej lub dalszej przyszłości mogą mieć wpływ na właściwą działalność firmy. Przykładem takiego ośrodka może być General Electric Global Research, [6].

Sceptycznie nastawiony czytelnik mógłby w tym momencie stwierdzić, że od początku tego rozdziału piszemy głównie o inżynierii, a nie o matematyce. Jednakże spieszymy zapewnić, że powyższe rozważania dotyczą prowadzenia prac badawczo-rozwojowych (np. w General Electric), które mieszczą się jak najbardziej w zakresie tematycznym określanym w polskim środowisku akademickim jako mechanika. Ponadto stopień zaawansowania i nowatorstwo rozwiązań niektórych problemów inżynierskich opracowywanych w dobrych ośrodkach przemysłowych dorównuje pracom prezentowanym na konferencjach naukowych przez ludzi parających się nauką zawodowo.

Z porównania takiego nasuwają się dwa wnioski: po pierwsze praca w przemyśle wiąże się zazwyczaj z rozwiązywaniem dużej ilości problemów podobnego typu, podczas gdy naukowcy znacznie częściej zmieniają obiekt swoich zainteresowań⁽⁵⁾. Z drugiej jednak strony wymagania stawiane modelom matematycznym w firmach komercyjnych są znacznie bardziej wyśrubowane. Powód wydaje się oczywisty: chybiony pomysł nie oznacza w środowisku akademickim porażki. Można go często opublikować, zreferować, podkreślić walory edukacyjne i konieczność dalszych badań, jaka wynika z niedostatków własnej pracy. W przemyśle model matematyczny, który nie spełnia oczekiwań, nie pozwala przewidywać rzeczywistości w sposób wystarczający, np. do zaprojektowania lepszego produktu jest stratą czasu i pieniędzy, na którą mało kto może sobie pozwolić. Co więcej – jakość idei powstających w środowisku akademickim – często nie jest nawet w sposób adekwatny sprawdzana ze względu na koszt i dostępność danych eksperymentalnych.

Uczenie się, jak dobre modele budować i weryfikować eksperymentalnie, jest niezwykle kosztowną inwestycją, którą licząca się na rynku firma

⁽⁵⁾ W świecie anglosaskim popularne jest powiedzenie: „When you do something for the first time it is science, the second time it's only engineering”. W naszym kontekście rozumiemy je jako różnicę między badaniami podstawowymi, a cierpliwym doskonaleniem istniejących rozwiązań/technologii, które jest codzienną praktyką w przemysłowych ośrodkach badawczych.

komercyjna ponosi by pozostawać konkurencyjną.

Zwłaszcza firmy działające w obszarze nowych technologii informacyjnych są szczególnie aktywne w zakresie tworzenia jednostek badawczych. Wzorem jest tutaj IBM Research, [7], który działa już od kilkudziesięciu lat i zatrudnia ludzi z najwyższej naukowej półki. Efektem są np. nagrody Nobla dla pracujących tam badaczy⁽⁶⁾, co pokazuje też, że prowadzone badania mają naprawdę podstawowy charakter. IBM Research działa globalnie poprzez sieć laboratoriów badawczych⁽⁷⁾, a osoby tam pracujące twierdzą, że mają poczucie pracy dla instytucji o charakterze akademickim, z tym, że płaca jest znacznie lepsza. Ze względu na jego skuteczność model ten jest często kopiowany przez inne korporacje. I tak istnieje też i prężnie działa Microsoft Research (MSR), [8], który również posiada globalną sieć oddziałów⁽⁸⁾. Ze względu na zakres tematyczny prowadzonych prac badawczych MSR zatrudnia raczej medalistów Fieldsa, czy laureatów nagrody Turinga, niż noblistów. Innym przykładem firmy, która bardzo intensywnie rozbudowuje swój potencjał badawczy jest Google, uważany w tej chwili za największego pojedynczego pracodawcę osób z doktoratami z nauk matematycznych⁽⁹⁾.

Wzrost znaczenia nauk matematycznych we współczesnym świecie widać też bardzo dobrze w konsultingu. Przykładowo McKinsey & Company [9], wiodąca globalna firma konsultingowa specjalizująca się w doradztwie strategicznym, ma też dział zwany Business&Technology Office. W ramach tej jednostki oferowane jest strategiczne doradztwo w zakresie zagadnień związanych z nowoczesnymi technologiami, często wymagające stosowania precyzyjnego matematycznego sposobu myślenia do rozwiązywania rzeczywistych problemów firm i instytucji. Nie bez powodu więc mile widziani są tam absolwenci kierunków matematycznych.

Na koniec warto wspomnieć o modelu działania, stworzonym i realizowanym przez Smith Institute, [10] z Wielkiej Brytanii. Organizacja ta oferuje firmom i instytucjom zaawansowane usługi z zakresu industrial mathematics

⁽⁶⁾ Zakres tematyczny badań prowadzonych w IBM Research nie ogranicza się tylko do nauk matematycznych, czy ‘podstawowych problemów techniki’.

⁽⁷⁾ Na całym świecie jest ich mniej niż 10, w Europie IBM Research ulokowało się w Zurychu. Jeden z autorów artykułu miał przyjemność odwiedzić to miejsce i być gościem IBM.

⁽⁸⁾ Microsoft Research Europe znajduje się w Cambridge, na terenie uniwersytetu, w budynku zaraz obok wydziału informatyki. Jeden z autorów artykułu ma przyjemność współpracowania z MSR.

⁽⁹⁾ Przez długie lata pierwsze miejsce było zajmowane niezmiennie przez National Security Agency (NSA), agendę rządu USA zajmującą się wywiadem elektronicznym. Choć nie zmniejszyła zatrudnienia, a nawet na dość dużą skalę rekrutuje nowych ludzi, to niedawno wyprzedził ją pod względem ilości pracowników o zadanej charakterystyce Google. Widać więc, jak biznes przyjmuje wiodącą rolę w finansowaniu badań w zakresie nowych technologii.

i badań systemowych. W swoich działaniach postawiła na bliską współpracę z wiodącymi wydziałami matematyki w Wielkiej Brytanii. Szczególnie ścisła współpraca ma miejsce z Oxford Centre for Industrial and Applied Mathematics (OCIAM), [11]. Smith Institute choć jest organizacją prywatną doskonale wypełnia rolę platformy, na której spotykają się matematycy z biznesem i instytucjami. Pozwala to na rozwijanie prawdziwej współpracy, kiedy to matematycy rozwiązują praktyczne problemy, a zamawiający im za to płacą. Jeśli taki proces jest umiejętnie prowadzony pozwala on na uzyskanie efektu synergii poprzez połączenie najlepszych praktyk z obu różniących się światów, np. akademickiej swobody badawczej ze skutecznością i terminowością korporacyjnego ośrodka badawczego.

4. Industrial Mathematics, czyli o rozwiązywaniu praktycznych problemów. W tej części artykułu opiszemy brytyjskie doświadczenia w zakresie industrial mathematics. Należy jednak zaznaczyć, że choć dziedzina ta narodziła się w Wielkiej Brytanii, to jednak obecnie praktykowana jest na całym świecie. I tak w Europie⁽¹⁰⁾ mamy np. niemiecką 'technomathematics', czy mocno reprezentowaną 'szkołę' skandynawską.

Bardzo silnie industrial mathematics jest też obecna w USA. Na terenie każdego z wymienionych krajów, czy raczej grup narodowych/obszarów językowych model industrial mathematics działa trochę inaczej, ale większość tych 'szkół' ma wspólny mianownik w postaci rzeczywistej współpracy z przemysłem/biznesem i skutecznego rozwiązywania praktycznych problemów. Jak napisaliśmy na wstępie, my skupimy się na sięgnięciu do źródeł i opiszemy jak industrial mathematics jest rozumiana tam gdzie się narodziła.

W streszczeniu artykułu przywołałobyśmy popularne wśród matematyków na Wyspach powiedzenie, że industrial mathematics zajmuje się tym samym co matematyka stosowana, tylko, że badania prowadzone są za pieniądze tych, którzy korzystają z zastosowań. Choć można stwierdzić, że w zasadzie istnieje zgoda, co do adekwatności tego opisu, jednak różni ludzi wyciągają z niego odmienne wnioski. Otóż wciąż można jeszcze spotkać takich, którzy traktują industrial mathematics podobnie, jak kiedyś traktowano matematykę stosowaną – jako rodzaj aktywności wymagającej niższego potencjału intelektualnego. Nie bez znaczenia jest też kwestia pieniędzy, którą niektórzy, zwłaszcza Ci bez doświadczeń w działaniu poza środowiskiem akademickim, traktują jako coś poniżej godności akademickiego intelektualisty.

Tymczasem pieniądze są istotnym elementem całego procesu, który znakomicie też ułatwia pozyskiwanie dobrych praktycznych tematów. Uświado-

⁽¹⁰⁾ Działania w zakresie industrial mathematics na Starym Kontynencie stara się koordynować i wspierać European Consortium for Mathematics in Industry (ECMI).

mienie firmom i instytucjom prostego faktu, że praca nad przedstawionymi problemami pociąga za sobą określone koszty, z jednej strony powoduje pozytywną selekcję zagadnień które są zgłaszane, z drugiej zaś strony uczy szacunku i buduje pozytywny wizerunek matematyki, jako nauki użytecznej, dokładnie w takim samym duchu jak robił to chociażby Euler. O zaletach wzrostu świadomości społecznej i pozytywnego postrzegania matematyki, chyba nie musimy czytelników przekonywać. W dłuższym okresie czasu z pewnością będzie skutkowało to tym, że lepsi studenci świadomie wybiorą studia matematyczne oraz większą ilością pieniędzy przeznaczonych na finansowanie działalności matematyków⁽¹¹⁾.

Fakt, że trzeba zapłacić za każdy zgłoszony problem, w dłuższym okresie czasu stanowi też istotny wskaźnik, na ile użyteczna jest prowadzona działalność badawcza. Jeśli te same firmy płacą za rozwiązywanie kolejnych problemów, a za nimi podążają nowe, to sytuacja jest raczej jednoznaczna.

Niektórzy z czytelników, dobrze zaznajomieni z realiami polskimi, mogliby w tej chwili zarzucić nam, że opisywanemu podejściu brakuje realizmu w podejściu do współpracy z firmami i instytucjami. Nikt nie twierdzi, że taka współpraca jest prosta i bezproblemowa, jednak jest ona możliwa w praktyce, co od kilkudziesięciu lat jest realizowane w Wielkiej Brytanii, zobacz np. [12].

Niewątpliwie część tego sukcesu jest pochodną zaszłości historycznych, takich jak charakterystyczne dla Brytyjczyków praktyczne podejście do rozwiązywania problemów⁽¹²⁾, nie zawsze doceniane tak mocno w Europie kontynentalnej. Wielka Brytania była też krajem, który zapoczątkował rewolucję przemysłową, więc do dziś w społeczeństwie obecny jest szacunek dla brytyjskich wielkich inżynierów z tamtych czasów takich jak choćby I.K. Brunel. Nie bez znaczenia jest też tradycyjnie wysoka pozycja brytyjskiej matematyki. W tym kontekście industrial mathematics może być postrzegana jako powrót do korzeni matematyki stosowanej będącej podstawą dobrej praktyki inżynierskiej. Patrząc bardziej w przeszłość to powrót do korzeni matematyki jako takiej. Niewątpliwą wartością dodaną jest też okoliczność, że jak

⁽¹¹⁾ Dostrzegając wagę utrzymania odpowiednio wysokiego poziomu rodzimej matematyki, doskonale zrozumiał to rząd Jej Królewskiej Mości, który uczynił rok 2000, rokiem matematyki w Wielkiej Brytanii. Podjęto wiele działań popularyzujących matematykę w społeczeństwie. Jednym z ich efektów jest Millenium Mathematics Project (<http://mmp.maths.org/>), który funkcjonuje w ramach Centre for Mathematical Science, University of Cambridge.

⁽¹²⁾ W tym kontekście warto przywołać dość znane zapytanie o podstawową różnicę pomiędzy francuskim i brytyjskim sposobem uprawiania filozofii? Odpowiedź brzmi: w podejściu francuskim podstawą jest elegancie i ozdobne wypowiedzenie swoich myśli, których zawartość jest drugorzędna, natomiast w podejściu brytyjskim ważna jest elegancja i spójność prezentowanych idei, które wskazane jest też wyjaśnić w sposób przejrzysty.

pokazała praktyka, dobrze uprawiana industrial mathematics stanowi też dobrą stymulację do bardziej teoretycznych rozważań, zob. [12].

Miedzy innymi z tych powodów nawet najlepsze ośrodki, jak wspomniany już Oxford, czy Departament of Applied Mathematics and Theoretical Physics (DAMTP), University of Cambridge, wspierają badania w zakresie praktycznych zastosowań matematyki i podejmują współpracę z firmami i instytucjami. Często ta współpraca jest rozumiana szerzej, jako budowanie mostów między matematykami i społeczeństwem.

Kluczem do sukcesu jest bowiem zainteresowanie nie tylko ‘przemysłu’, ale również młodych ludzi daną tematyką badawczą. W zakresie działań w tych dwóch obszarach możemy się szczególnie wiele nauczyć od Brytyjczyków.

Jako przykład warto bliżej prześledzić odbywające się co najmniej raz w roku *UK Maths in Industry Study Groups*, zwane też czasem po prostu *Study Groups with Industry*. Spotkania, których formuła została dopracowana przez ponad 40 lat ich organizowania, mają formę trwających około tygodnia warsztatów, na których pracuje się nad kilkoma problemami zgłoszonymi przez firmy i instytucje⁽¹³⁾,⁽¹⁴⁾,⁽¹⁵⁾. Spektrum problemów, a w konsekwencji podejść do ich rozwiązania jest bardzo szerokie⁽¹⁶⁾. Przy tej okazji warto poczynić uwagę dlaczego *industrial mathematics* jest niejednokrotnie porywającym wyzwaniem intelektualnym. Otóż skuteczne jej uprawianie wymaga dużej elastyczności w rozumowaniu, niejednokrotnie interdyscyplinarności oraz chęci podejmowania nowych wyzwań, często na nieznanym uprzednio terytorium. A wszystko to w warunkach, kiedy liczy się osiągnięcie użytecznego wyniku w z góry określonym czasie. Ta presja przynosi często dobre wyniki prowadząc do eleganckich rozwiązań, które można opisać słowami Einsteina „niech będzie to tak proste, jak tylko możliwe, ale nie prostsze”.

Siłą rzeczy podejmowanie takich wyzwań często wymaga sporej dawki wiary we własne siły, połączonej z otwartością umysłu i zdolnością do pracy zespołowej. Tutaj nie można powiedzieć, że ‘zajmuję się tylko przestrzeniami Sobolewa’ lub ‘mnie interesuje jedynie analiza funkcjonalna’. Dodatkowo, każdy nowy problem to nowe wyzwanie i liczy się umiejętność twórczej

⁽¹³⁾ Jeden z autorów do tej pory brał udział w kilku *Study Groups*.

⁽¹⁴⁾ Problemy są zgłaszane i szczegółowo przygotowywane na wiele tygodni wcześniej, tak aby można było je rozwiązać w ramach standardowego formatu organizacyjnego *Study Group*.

⁽¹⁵⁾ Firmy i instytucje wnoszą opłatę w wysokości kilku tysięcy funtów od każdego problemu, który będzie przedmiotem badań w czasie warsztatów.

⁽¹⁶⁾ Podejmowanie wyzwań z bardzo różnych obszarów zastosowań matematyki to kolejny charakterystyczny element *Study Groups*, czy bardziej ogólnie, brytyjskiego podejścia do industrial mathematics.

pracy nad jego rozwiązaniem w ramach zadanych parametrów. Wcześniej-sze osiągnięcia, ustalona pozycja badacza w ‘swojej dziedzinie’, a zwłaszcza posiadane stopnie i tytuły naukowe nie mają praktycznie znaczenia. Z tej też przyczyny uprawianie *industrial mathematics* w stylu brytyjskim jest niełatwe dla wielu spośród starszych kolegów, z reguły też skutkuje wśród nich swego rodzaju pozytywną selekcją – tylko najlepsi, najbardziej otwarci na świat i młodych współpracowników podejmują to wyzwanie.

Bardzo ważnym elementem *Study Group* jest uczestnictwo w nim młodych ludzi, często doktorantów lub studentów ostatnich lat⁽¹⁷⁾. Nawiązując do słynnej wypowiedzi G.H. Hardy’ego⁽¹⁸⁾ to oni zapewniają kreatywną bazę do rozwiązywania problemów. Stosunkowo niewielu starszych kolegów, którzy obecni są na warsztatach, służy swoim doświadczeniem i na zasadach partnerskich pomaga rozwiązywać problemy, dbając jednocześnie, aby praca nad projektami postępowała naprzód. Szczególnie godne podkreślenia są partnerskie relacje, w czasie *Study Group*, kiedy studenci i doktoranci współpracują na równej stopie z profesorami, również z Cambridge, czy Oxfordu.

Czynnik ten skutkuje bardzo kreatywną atmosferą i, choć wydaje się to trudne do uwierzenia, z reguły – osiągnięciem znaczących postępów w pracy nad zadanymi problemami w przeciągu zaledwie kilku dni. Na koniec warsztatów rezultaty osiągnięte w każdym z problemów są publicznie prezentowane w obecności przedstawiciela firmy/institucji go zlecającej, który na koniec wygłasza podsumowanie ich użyteczności z punktu widzenia tych, którzy płacą za rozwiązanie. W każdym przypadku, którego świadkami byliśmy do tej pory, ocena zlecających była pozytywna. W efekcie firmy i instytucje są skłonne do „powracania” z nowymi problemami na kolejne *Study Groups*, zaś zagadnienia, nad którymi pracowano na warsztatach, często są dalej badane, już w drodze bezpośredniej współpracy między zleceniodawcami, a indywidualnymi badaczami lub ośrodkami akademickimi. W rezultacie pojawiają się granty ‘z przemysłu’ oraz często fundowane są stypendia i nagrody dla studentów i doktorantów. Nie bez znaczenia jest też fakt, że część młodych ludzi znajduje potem zatrudnienie w działach badawczych firm i instytucji zlecających problemy na *Study Group*. Często są oni potem doskonałymi ambasadorami *industrial mathematics*.

Czytelników zainteresowanych większą ilością szczegółów na temat funkcjonowania *Study Group* odsyłamy do zamieszczonego w tym samym wydaniu *Matematyki Stosowanej* sprawozdania z warsztatów w Edynburgu, które odbyły się w kwietniu br. (zobacz też [13]) lub zapoznania się ze specjalnym

⁽¹⁷⁾ Z reguły są to osoby z wykształceniem w zakresie nauk ścisłych i matematycznych, co w rezultacie skutkuje interdyscyplinarnym podejściem do rozwiązywanych problemów.

⁽¹⁸⁾ ‘Mathematics is a young man’s game’.

wydaniem *'Mathematics Today'* w całości poświęconym industrial mathematics [12].

Wracając na nasze krajowe podwórko widać, że wiele jest do zrobienia, aby skutecznie uprawiać industrial mathematics, tak jak robią to w Wielkiej Brytanii. Kwestią podstawową nie jest bynajmniej tzw. 'brak ssania z przemyśłu', na co lubią się skarżyć niektórzy nasi starsi koledzy, ale raczej brak odpowiedniego przygotowania środowiska do współpracy firmami i instytucjami. Sprawą kluczową jest też odpowiednia współpraca ze studentami i doktorantami, gdyż, jak pokazują doświadczenia brytyjskie, to oni są kreatywną podstawą do prowadzenia prac badawczych. Pytaniem 'czy można w Polsce coś zrobić w tej sprawie?' i ewentualnie 'jak' zajmiemy się w kolejnym rozdziale.

Na koniec pozostała jeszcze jedna sprawa – kwestia terminologiczna. Przez cały artykuł posługiwaliśmy się angielską nazwą *industrial mathematics*. Było to działanie celowe, gdyż uważamy, że 'matematyka przemysłowa' jako bezpośrednie tłumaczenie tego terminu na język polski jest nieadekwatne. Teraz kiedy przedstawiliśmy czytelnikowi co naprawdę kryje się pod angielską nazwą możemy wreszcie zaproponować termin 'matematyka użytkowa' jako najlepszą naszym zdaniem nazwę dla tego obszaru uprawiania matematyki.

5. Działania w Polsce. Do tej pory w Polsce podejmowane były już działania mające na celu promowanie matematyki użytkowej. Część z tych działań jest kontynuowana po dziś dzień, dzięki czemu praktyczne zastosowania matematyki nie są w naszym kraju czymś zupełnie obcym. W tej części naszej pracy skupimy się jednak na doświadczeniach i planach związanych z przenoszeniem do naszego kraju, opisanych powyżej, doświadczeń brytyjskich, zwłaszcza *UK Maths in Industry Study Groups*. Skuteczna realizacja tego modelu w Polsce wymaga zmiany sposobu myślenia i działania w kilku obszarach. Jako dwa kluczowe postrzegamy: sposób współpracy z przemysłem i odpowiednie podejście do współpracy z młodzieżą.

Zwłaszcza jeśli chodzi o ostatnią kwestię widać, że dominujący w Polsce model kształcenia studentów i ich relacji z kadrą akademicką nie sprzyja budowaniu umiejętności przydatnych w matematyce użytkowej. Model ten nie promuje podejścia interdyscyplinarnego i związanego z nim całościowego sposobu myślenia o problemach. Słabo też przygotowuje do samodzielnej pracy, oraz zdecydowanie nie buduje wiary studenta we własne siły, która jest niezbędna przy skutecznym uprawianiu matematyki użytkowej. Pojawia się więc pytanie, czy w tej sytuacji jest w ogóle możliwe działanie wg wzorców brytyjskich, gdzie odpowiednio przygotowani studenci i doktoranci są kreatywną bazą matematyki użytkowej?

Wydaje się, że najlepszym sposobem odpowiedzi na tak postawione py-

tanie jest sprawdzenie tego w praktyce. Zostało to zrobione w ramach cyklu letnich praktyk badawczych prowadzonych w Polskiej Akademii Nauk w latach 2005–2007, np. zobacz [14], [15]. W wyniku prowadzonych wtedy działań pokazano, że ze starannie wyselekcjonowaną grupą polskich studentów można pracować ‘jak w Cambridge’, choć nie jest to możliwe od razu. Poza faktem, że grupa musi być odpowiednio dobrana, należy poświęcić sporo czasu na usunięcie barier mentalnych powstałych w wyniku pobierania nauk w ramach polskiego systemu kształcenia i ‘otworzenie umysłów’ studentów. Kiedy to ostatnie nastąpi można przystąpić do prawdziwej pracy.

Pozytywne wyniki praktycznego wdrożenia w Polsce modelu brytyjskiego, połączone z zachętą płynącą z Wysp, sprawiły, że w bieżącym roku przygotowywana jest kolejna edycja praktyk „MATEMATYKA, INFORMATYKA, KOMERCJALIZACJA tak jak robią to w Cambridge”. Organizatorami po stronie polskiej jest Instytut Badań Systemowych PAN oraz Centrum Zastosowań Matematyki Instytutu Matematycznego PAN, zaś przedsięwzięciem kieruje pierwszy autor niniejszego artykułu. Niezależnie od współpracy akademickiej i organizacyjnej z OCIAM i DAMTP, przedsięwzięcie zostało też objęte patronatem Ambasady Brytyjskiej w Warszawie⁽¹⁹⁾. Strona brytyjska wsparła też wyjazd wyselekcjonowanej grupy polskich studentów, zaangażowanych w przygotowanie bieżącej edycji praktyk, na 64 European Study Group with Industry odbywające się w kwietniu br. w Edynburgu (sprawozdanie z wyjazdu znajduje się w tym samym numerze ‘Matematyki Stosowanej’).

Dodatkowo, praktyki otrzymują wsparcie od partnerów, jak np. Krajowy Punkt Kontaktowy Programów Badawczych UE⁽²⁰⁾, projekt CambridgePYTHON⁽²¹⁾, czy firma konsultingowa Milstar⁽²²⁾.

W chwili, kiedy piszemy te słowa przygotowania organizacyjne praktyk są mocno zaawansowane, finalizowany jest ich program, intensywnie przebiega również rekrutacja przyszłych praktykantów. Spodziewamy się, że w praktykach weźmie udział ok. 30 starannie wyselekcjonowanych osób, które będą pracować nad 10–15 projektami⁽²³⁾.

Kiedy niniejszy artykuł ukaże się w druku będzie pewnie już można powiedzieć, czy udało się skutecznie przenieść do Polski brytyjskie doświad-

⁽¹⁹⁾ M.in. w ramach działań brytyjskiej Industrial Mathematics Knowledge Transfer Network.

⁽²⁰⁾ www.kpk.gov.pl

⁽²¹⁾ www.CambridgePYTHON.pl

⁽²²⁾ www.milstar.pl

⁽²³⁾ Zakładamy, że połowa projektów będzie mieć charakter naukowy, przygotowujący uczestników praktyk do lepszego zajęcia się drugą połową problemów pochodzących spoza środowiska akademickiego. W chwili kiedy piszemy te słowa finalizowane są rozmowy z firmami i instytucjami, chcącymi zlecić projekty na praktyki.

czenia. Poza gruntownym przygotowaniem i dobrą organizacją, nadzieja na sukces wynika z umiejętności zespołu przygotowującego praktyki oraz z zaangażowania i kreatywności studentów biorących w nich udział. Zawsze istnieje element ryzyka związany z badaniem nieznanych problemów matematycznych. Element ten jest szczególnie widoczny, gdy rozwiązania powinny być otrzymane nie tylko w zadanym czasie, ale również być praktycznie użyteczne.

Podziękowania. Autorzy chcieli podziękować prof. Timothy'emu Pe-dley'owi z DAMTP za pokazanie brytyjskiej industrial mathematics i inspirację. Warto również podkreślić twórczą i kreatywną atmosferę panującą w DAMTP i na University of Cambridge, która zdecydowanie sprzyja podejmowaniu, również przez młodych pracowników nauki, trudnych wyzwań i eksplorowaniu nowych kierunków badawczych. Podobne podziękowania należą się też Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, University of Cambridge.

Specjalne podziękowania chcemy złożyć OCIAM, a zwłaszcza dr. Davidowi Allright i prof. Johnowi Ockendonowi.

Na koniec warto podkreślić rolę dyrekcji (prof. Olgierd Hryniewicz) Instytutu Badań Systemowych PAN, kierownictwa (prof. Łukasz Stettner) Centrum Zastosowań Matematyki Instytutu Matematycznego PAN oraz prof. Feliksa Przytyckiego z Instytutu Matematycznego PAN, którzy nie bali się zaangażować w dość nieortodoksyjne, jak na polskie warunki, działania.

Autorzy:

Dr Kamil Kulesza ukończył z wyróżnieniem University of South Africa w Pretorii. Pracę doktorską z teoretycznej kryptografii obronił z wyróżnieniem w IPPT PAN. W swojej pracy badawczej zajmuje się informatyką i zastosowaniami matematyki. Ma również ponad 10-letnie doświadczenie w biznesie i konsultingu. Obecnie swój czas dzieli pomiędzy University of Cambridge i Polską Akademię Nauk, gdzie pracuje jako adiunkt. W lecie 2006, wraz z dr. Stańczykiem, był organizatorem letnich praktyk badawczych „MATEMATYKA, INFORMATYKA, KOMERCJALIZACJA tak jak robią to w Cambridge” prowadzonych w Polskiej Akademii Nauk.

E-mail: Kamil.Kulesza@damtp.cam.ac.uk.

Dr inż. Maciej Stańczyk ukończył Politechnikę Warszawską, by przez sześć lat zajmować się zagadnieniami wymiany ciepła w żywych tkankach. Pracę doktorską z tej dziedziny przygotował pod kierunkiem prof. J. J. Telegi i obronił z wyróżnieniem w IPPT PAN. Był laureatem stypendium Fundacji Nauki Polskiej dla wyróżniających się młodych naukowców. Po śmierci promotora powrócił do wyuczonego zawodu i obecnie pracuje jako inżynier przy konstrukcji silników lotniczych w Instytucie Lotnictwa w Warszawie.

E-mail: Maciej.Stanczyk@ae.ge.com.

Bibliografia

- [1] M. Kline, *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, Oxford University Press, 1972.
- [2] J. Bruening, *Euler in Berlin*, Newsletter of the European Mathematical Society, Dec. 2007.
- [3] G. Dyson, *Von Neumann's Universe*, Cambridge University Press (w druku), na podstawie wykładu w Trinity College, University of Cambridge, w dniu 22 lutego 2008.
- [4] G. H. Hardy, *A mathematician's apology*, Cambridge University Press, 1940 (pierwsze wydanie).
- [5] J. Marcinkowski, K. Kulesza, *Uniwersytet Potiomkinowski obiecuje Innowacje, Rzeczpospolita*, 18.04.2008. (<http://www.rp.pl/artukul/122336.html>, dostęp dn. 29.05.08)
- [6] www.ge.com/research
- [7] <http://www.research.ibm.com/>
- [8] <http://research.microsoft.com/>
- [9] <http://www.mckinsey.com/>
- [10] <http://www.smithinst.co.uk/>
- [11] www.maths.ox.ac.uk/ociam/
- [12] *Special Issue 'Industrial and Applied Mathematics'*, Mathematics Today, Vol. 44, No.1, Feb. 2008.
- [13] <http://www.ma.hw.ac.uk/esgi08/>
- [14] K. Kulesza, M. Stańczyk, *Sprawozdanie z letniej praktyki badawczej „MATEMATYKA, INFORMATYKA, KOMERCJALIZACJA tak jak robią to w Cambridge” realizowanej w okresie 19.6.2006 - 6.10.2006*, raport wew. IPPT PAN, Listopad 2006.
- [15] K.Kulesza, *Sprawozdanie z letniej praktyki badawczej realizowanej w okresie 20.06. - 10.10.2005*, raport wew. IPPT PAN, Listopad 2005.

Kamil Kulesza

Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa

Department of Applied Mathematic and Theoretical Physics, Cambridge University

E-mail: Kamil.Kulesza@damtp.cam.ac.uk.

Maciej Stańczyk

Instytut Lotnictwa

Warszawa

E-mail: Maciej.Stanczyk@ae.ge.com

Industrial Mathematics: the way they do applicable mathematics in UK

Abstract. The English term “industrial mathematics” has no widely accepted Polish counterpart. The British say that industrial mathematicians engage in activities similar to the ones taken up by applied mathematicians, only the research is done for money supplied by the ones who find the results useful in their job. A short, yet a little more

formal definition says that the industrial mathematics is a human activity which employs precise mathematical description and reasoning in order to solve real-world problems for the benefit of companies or institutions.

The emphasis is on clear definition of the problem and seeking solutions which are “as simple as possible, but not simpler”. As experience shows, the solutions obtained in such process are not only valuable for their practical applicability but also stimulate research and provide platform for cooperation for researchers with different backgrounds and experience.

Key words: industrial mathematics, applications, mathematical modelling, Industrial Research Center, mentoring.

(wpłynęło 1 czerwca 2008 r.)