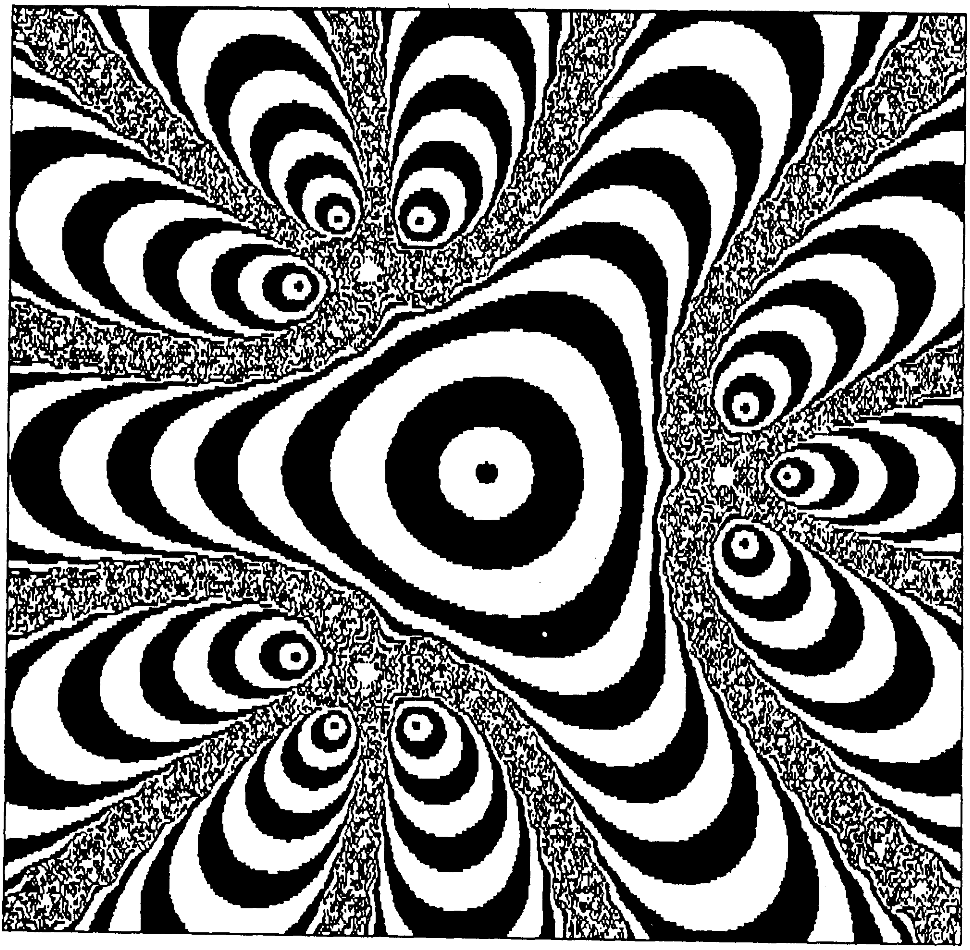
Rysunek komputerowy Mieczysława Szyszkowicza z Ottawy:



Rys. 1. **Metoda Newtona na płaszczyźnie zespolonej.**

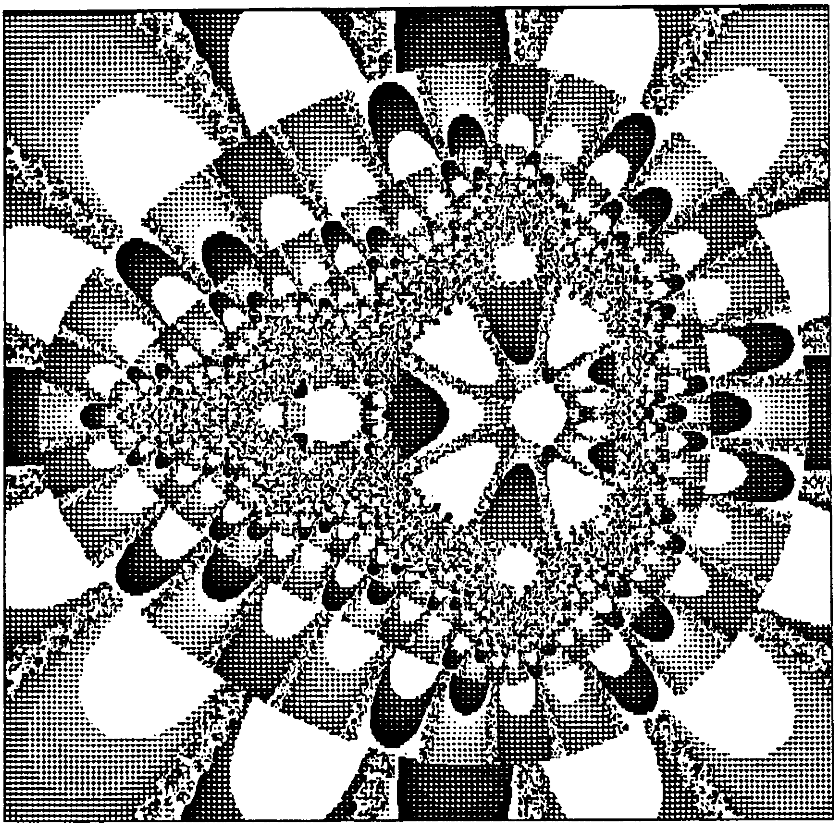
Do obliczania zer wielomianu z^4 zastosowano metodę Newtona. Zachowanie się procesu iteracyjnego zależy od przyjętej wartości początkowej: generowany ciąg przybliżeń zbiega do jednego z czterech pierwiastków, bądź dąży do ∞, lub wpada w cykl. Jeśli moduł różnicy dwóch kolejnych przybliżeń jest mniejszy od zadanej małej liczby dodatniej, to uznajemy, że ciąg osiągnął granicę i proces zostaje przerwany.

Każdej wartości początkowej leżącej na płaszczyźnie zespolonej w kwadracie o boku -1.5, $+1.5$ została przyporządkowana liczba wykonanych iteracji. Zanim jednak punkt wspomnianego kwadratu został wykorzystany jako wartość startowa w procesie Newtona, odwzorowano go przy pomocy funkcji $w = z^3 - 1$. Rysunek pokazuje liczbę wykonanych iteracji mod 2 (czarne 0, białe 1).

Fig. 1. **Newton Method on complex plane.**

Looking for zeros of the polynomial $z^4 - 1$. Iteration starts from point z after transformation $z^3 - 1$. This figure shows number of iterations mod 2: black–0, white–1.

Rysunek komputerowy Mieczysława Szyszkowicza z Ottawy:



Rys. 2. Mandelbrot i Newton.

Na ekranie komputera reprezentowana jest część płaszczyzny zespolonej zawierająca liczbę 0. Dla każdej liczby c ukazanej na ekranie wykonuje się iteracje $z_{k+1} = z_k^2 + c$, zaczynając od $z_0 = 0$. Wartości c, dla których generowany ciąg $\{z_n\}$ jest ograniczony, tworzą zbiór Mandelbrota. Proces iteracyjny jest kontrolowany, limitowana jest liczba iteracji, oraz wartość modułu liczby z_n.

Rysunek przedstawia zachowanie się metody Newtona przy rozwiązywaniu równania $z^4 - 1 = 0$. Dla każdego punktu c pokazano liczbę wykonanych iteracji metodą Newtona, gdy wartość początkowa została otrzymana z procesu generującego zbiór Mandelbrota. Liczba iteracji odpowiada określonemu kolorowi. Rysunek jest szarą wersją kolorowego obrazu z ekranu.

Fig. 2. Mandelbrot and Newton.

For any complex number c shown on the fig. 2, iteration of the formula $z_{k+1} = z_k^2 + c$, starting with $z_0 = 0$, for some number of steps is done. This gives so called Mandelbrot set. From this set starts the Newton method for zeros of the polynomial $z^4 - 1$.

For any point c on the figure the number of iterations is shown by chosen color. This is the grey version of the screen image.