Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Bersford N. Parlett

The symmetric eigenvalue problem

Prentice-Hall INC 1980, Englewood Cliffs, NJ 07632.

Ta piękna i interesująca książka prezentuje w zwartej formie aktualny stan wiedzy w zakresie analizy numerycznej zagadnień własnych dla macierzy symetrycznych. Książka zawiera 15 krótkich rozdziałów i 2 uzupełnienia.

Autor rozpoczyna swoją pracę od wprowadzenia podstawowych pojęć i sformułowania podstawowych faktów. Analiza błędu naszkicowana jest w zasadzie w podobny sposób jak w sławnej książce J.H. Wilkinsona. I tu także Autor skłonny jest uznać taką metodę za poprawną, która przy uwzględnieniu błędów zaokrągleń daje rozwiązanie będące dokładnym rozwiązaniem, ale dla macierzy nieco zmienionej (zaburzonej) w stosunku do macierzy oryginalnej.

Podano sporą ilość informacji o istniejących programach i o maszynach aktualnie będących w użyciu.

Podstawowy materiał książki rozpoczyna rozdział o rozkładzie trójkątnym macierzy. Podano tam również pewne twierdzenia Sturma, dotyczące rozmieszczenia wartości własnych.

Sporo miejsca poświęcił Autor na metodę iteracji prostej i odwrotnej z uwzględnieniem przesunięć (shifts). Metoda iteracji przy użyciu ilorazu Rayleigha została bardzo dokładnie omówiona.

Deflacji i przybliżonej deflacji wartości własnych Autor poświęcił cały rozdział, zawierający również analizę błędu.

Omówiono ważne fakty dotyczące macierzy trójdiagonalnych, a w szczególności macierzy trójdiagonalnych nierozkładalnych.

Autor przeprowadza szczegółową analizę metody QR i jej różnych wariantów (np. QL). Omawia jawne i niejawne przesunięcia (explicite

and implicite shifts). Metody typu QR porównane zostały z różnymi wariantami metody Jacobiego i z metodą iteracji prostej i odwrotnej.

W książce tej Czytelnik znajdzie szereg interesujących twierdzeń o oszacowaniu wartości własnych. Mnie osobiście najciekawszymi z nich wydają się twierdzenia zawarte w rozdziale 10. Dotyczą one widma macierzy w przypadku gdy znana jest tylko pewna część jej elementów.

Zagadnienie własne dla wielkich macierzy może być w zasadzie traktowane podobnie, jak zagadnienie własne dla operatora nieskończenie wymiarowego. Naturalnym chwytem w takiej sytuacji jest zastosowanie rzutów na podprzestrzenie niższego wymiaru - czyli metoda typu Rayleigha-Ritza. Rozdział 11 zawiera teorię tego typu metod.

Jednakże najciekawszą częścią książki jest jej fragment dotyczący podprzestrzeni Kryłowa (tj. podprzestrzeni generowanych przez układ wektorów x, Ax, A^2x,...) i algorytmu ortogonalizacyjnego Lanczosa. Autor oparł analizę tego procesu o całkiem nowe, wcześniej nie publikowane wyniki.

Dwa ostatnie rozdziały dotyczą tzw. iteracji podprzestrzeni (jednoczesne znajdowanie kilku wektorów własnych - uogólnienie metody iteracji prostej lub odwrotnej) oraz uogólnionego zagadnienia własnego związanego z symetrycznym pękiem macierzy.

Jedyny zarzut, jaki można by postawić książce, to to, że nie wszystkie twierdzenia zawierają explicite w sobie cały komplet założeń. Nie jest to jednak bardzo istotne, bo uważny Czytelnik po dokładnym przestudiowaniu rozdziału zorientuje się bez trudu w sytuacji.

KRZYSZTOF MOSZYŃSKI