
BIBLIOGRAPHY

Piotr Zarzycki
Uniwersytet Gdański

Wybrane z *Math Educ* i z *ZDM*, część XVIII

Niniejszy wybór obejmuje krótkie notki o artykułach i książkach z numerów 1-6 (tom 41, 2009) oraz z numerów 1-6 (tom 42, 2010). Omawiane przez nas dłuższe artykuły z tomu 44. (2012) dotyczą problematyki edukacji online (nr 6) oraz nauczania rachunku prawdopodobieństwa i statystyki (nr 7), oraz z tomu 45. z 2013 roku (nr 2 zawiera artykuły dotyczące matematycznej kreatywności uczniów). *Math Educ (International Reviews on Mathematical Education)* zawiera przegląd artykułów i książek.

Wybrane z *Math Educ* i z *ZDM* ukazują się po raz ostatni. Niestety roczniki *Math Educ* z lat 2011-2014 nie są dostępne w Polsce, a od 2015 roku czasopismo to będzie ukazywało się tylko w formie elektronicznej. Artykuły z *ZDM* (*The International Journal on Mathematics Education*) bez trudu można znaleźć w Internecie.

Bardzo dziękuję Redakcji *Didactica Mathematicae* za bardzo długą i owocną współpracę.

1. Artykuły

G u e u d e t, G., S a c r i s t á n, A. I., S o u r y - L a v e r g n e, S., T r o u c h e, L.: 2012, Online paths in mathematics teacher training: new resources and new skills for teacher educators, *ZDM*, **44(6)**, 717-731.

W artykule autorzy podają m.in. krótki przegląd możliwości oferowanych przez źródła internetowe dla innowacyjnych praktyk w rozwoju zawodowym, w tym, w jaki sposób można wykorzystać nowe środki do współpracy nauczycieli i edukatorów. Ponadto w artykule omawia się rolę osób kształcących nauczycieli w rozwoju i stosowaniu zasobów edukacyjnych. Autorzy (dydaktycy francuscy) omawiają narodowy program Pairform@nce przeznaczony dla wszystkich poziomów nauczania, od szkoły podstawowej do średniej. Program ten ma na celu rozwijanie umiejętności nauczycieli w wykorzystywaniu technologii ICT w nauczaniu.

Fernández, C., Llinares, S., Valls, J.: 2012, Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions, *ZDM*, **44**(6), 747-759.

Autorzy przedstawiają wyniki badań, które polegały na udziale przyszłych nauczycieli matematyki w analizie rozwiązań matematycznych zadań i dyskusji online na temat tych rozwiązań. Szczególny nacisk położono na kształtowanie u przyszłych nauczycieli umiejętności obserwacji, w jaki sposób uczniowie rozwiązują zadania, jak „przebiega” matematyczne myślenie uczniów. W badaniu uczestniczyło siedmioro przyszłych nauczycieli matematyki, którzy na studiach magisterskich przygotowywali się do pracy w szkole średniej. Badani nauczyciele najpierw analizowali uczniowskie rozwiązania szeregu zadań w czasie zajęć z prowadzącymi badania, a następnie dyskutowali online na temat tych rozwiązań i sporządzali wspólny raport.

Schneil, S., Prediger, S.: 2012, From “everything changes” to “for high numbers, it changes just a bit”, *ZDM*, **44**(7), 825-840.

Raport z badań przeprowadzonych przez niemieckie badaczki w grupie niemieckich uczniów klasy szóstej. Badania dotyczyły analizy doświadczeń przeprowadzonych na małych próbkach i próby przewidywania wyników w przypadku doświadczeń przeprowadzonych na większych próbkach. W czasie badań uczniowie zajmowali się grą planszową BETTING KING, która polega na obstawianiu wyników wyścigów czterech zwierzątek.

Eichler, A., Vogel, M.: 2012, Basic modelling of uncertainty: young students' mental models, *ZDM*, **44**(7), 841-854.

Artykuł skupia się na badaniach, które miały na celu dokładne przyjrzenie się modelom myślowym uczniów dotyczącym ciągu elementarnych zdarzeń losowych. Artykuł rozpoczyna się od krótkiego sprawozdania z najnowszej historii badań w dziedzinie edukacji stochastycznej. Celem podjętych badań była odpowiedź na pytania: Jak uczniowie bez wcześniejszych lekcji z rachunku prawdopodobieństwa rozumieją sytuacje losowe i jakie różnice w rozumowaniach probabilistycznych można dostrzec u uczniów w zależności od ich wieku?

Prodromou, T.: 2012, Connecting experimental probability and theoretical probability, *ZDM*, **44**(7), 855-868.

Autorka pisze o swoich badaniach przeprowadzonych wśród stu przyszłych nauczycieli matematyki w czasie kursu dydaktyki matematyki na uniwersytecie w Nowej Południowej Walii w Australii. Celem tych badań było sprawdzenie, w jaki sposób przyszli nauczyciele myślą o eksperymentalnym prawdopodobieństwie (częstości) i teoretycznym prawdopodobieństwie. Australijska podstawa programowa matematyki dla szkół podstawowych zakłada, że uczniowie po skończeniu takiej szkoły powinni dostrzegać różnicę między wymienionymi dwoma aspektami prawdopodobieństwa. Badani studenci przeprowadzali różne doświadczenia dotyczące zadania o rzucie dwiema kostkami do gry i sumowaniu oczek na obu kostkach. Pierwsze doświadczenie polegało na 50 seriach rzutów dwiema kostkami i „ręcznym” zapisywaniu i obliczaniu częstości wypadnięcia sumy równej 2, 3, ..., 12. Drugi etap to powtórzenie tego doświadczenia na znacznie większą skalę (seria 1000 i 5000 rzutów wykonywanych i opisywanych za pomocą arkusza kalkulacyjnego), wreszcie trzeci etap, badanie prawdopodobień-

stwa (autorka nazywa je teoretycznym). Autorka przytacza różne opinie badanych na temat różnicy między prawdopodobieństwem empirycznym a teoretycznym.

K a t t o u, M., K o n t o y i a n n i, K., P i t t a – P a n t a z i, D., C h r i s t o u, C., 2013: Connecting mathematical creativity to mathematical ability, *ZDM*, **45(2)**, 167-181.

Celem opisywanych badań było zbadanie, czy istnieje związek między matematycznymi zdolnościami a matematyczną kreatywnością oraz zbadanie, jaka jest struktura tego związku. W badaniach uczestniczyło 359 uczniów szkoły podstawowej, którzy rozwiązywali dwa testy, matematyczny i badający kreatywność. Zdolności matematyczne określono w kilku aspektach, m.in. rozumienie liczb i działań na nich, algebriczne rozumowania, umiejętność badania relacji między obiektami, umiejętności rozumowań indukcyjnych i dedukcyjnych, wyobraźnię geometryczną. Analiza danych wykazała, że istnieje dodatnia korelacja między matematyczną kreatywnością a zdolnościami matematycznymi.

V o i c a, C., S i n g e r, F. M.: 2013, Problem modification as a tool for detecting cognitive flexibility in school children, *ZDM*, **45(2)**, 267–279.

W pracy przedstawiono wyniki eksperymentu, w którym uczniowie klas od czwartej do szóstej z ponadprzeciętnymi zdolnościami matematycznymi modyfikowali postawiony im problem. Eksperyment potwierdził, że umiejętność stawiania, modyfikowania problemów jest dobrym narzędziem do odkrywania poznawczej elastyczności i kreatywności uczniów.

L e v - Z a m i r, H., L e i k i n, R.: 2013, Saying versus doing: teachers' conceptions of creativity in elementary mathematics teaching, *ZDM*, **45(2)**, 295-308.

Celem pracy była analiza koncepcji nauczycieli dotyczących kreatywności w nauczaniu matematyki. Autorki zwracają uwagę na zróżnicowanie między koncepcjami deklaracyjnymi a koncepcjami widocznymi w czasie prowadzenia lekcji. Z nauczycielami szkół podstawowych i gimnazjów (klasy 4-8) były przeprowadzane indywidualnie wywiady, a następnie obserwowano lekcje tych nauczycieli. W tym artykule autorki skupiają się na dwóch uczestnikach badania. Autorki zauważają się, że deklaratywne koncepcje badanych nauczycieli dotyczące kreatywności wydają się być bardzo podobne, podczas gdy ich koncepcje w działaniu diametralnie się różnią.

2. Krótkie notki o artykułach i książkach

A: Zagadnienia ogólne

R o v e d a, L.: 2005, From the thorns to the flowers of mathematics: Bernard Lamy and the teaching of science, *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, **55(154)**, 193-202.

Autorka przypomina postać Bernarda Lamy, zapomnianego prawie uczonego żyjącego w XVII wieku, zajmującego się m.in. retoryką w nauczaniu matematyki. W swoim najważniejszym dziele, *Le Rhétorique ou l'Art*, Lamy propagował ideę uczenia matematyki poprzez słowne argumentacje.

B: Polityka edukacyjna i systemy edukacyjne

G u v e n, B.: 2008, Using dynamic geometry software to convey real-world situations into the classroom: the experience student mathematics teacher with minimum network problem, *Teaching Mathematics and Its Applications*, **27(1)**, 24-37.

W artykule autor przedstawia uwagi o zajęciach przyszłych nauczycieli matematyki pracujących nad problemem sieci najkrótszych dróg i przekonuje, że taka praca wspomagana oprogramowaniem DGS (dynamic geometry software) pozwala lepiej zrozumieć problem, a nawet pomaga w konstruowaniu dowodów.

S t y l i a n i d e s, A. J., B a l l, D. L.: 2008, Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: Knowledge about proof for engaging students in the activity of proving, *Journal of Mathematics Teacher Education*, **11(4)**, 307-322.

Jaka wiedza o dowodach matematycznych potrzebna jest nauczycielom matematyki, aby zaktywizować, zachęcić uczniów do dowodzenia? Badania przekonują, że ważna jest wiedza logiczno-lingwistyczna. Autorzy dzielą szkolne zadania na dowodzenie według dwóch kryteriów: liczby przypadków do rozpatrzenia oraz celu dowodu, tzn. weryfikacji albo odrzucenia.

Y a n i k, H. B., F l o r e s, A.: 2009, Understanding rigid geometry transformations: Jeff's learning path for translations, *Journal of Mathematical Behavior*, **28(1)**, 41-57.

W pracy opisano przypadek Jeffa, przyszłego nauczyciela matematyki w szkole podstawowej. Zbadano, jak Jeff określa translację; okazało się, że w pierwszym okresie Jeff definiował translację jako przesunięcie pojedynczego obiektu. Dopiero w końcowym okresie pojął, że translacja zależy od wektora i dotyczy wszystkich punktów płaszczyzny.

C: Psychologia nauczania matematyki

R i c h a r d s o n, K., B e r e n s o n, S., S t a l e y, K. : 2009, Prospective elementary teachers use of representation to reason algebraically, *Journal of Mathematical Behavior*, **28(2-3)**, 188-199.

Opis eksperymentu przeprowadzonego wśród przyszłych nauczycieli matematyki sprawdzającego ich przygotowanie do nauczania algebry.

S w a n s o n, P. E.: 2010, The intersection of language and mathematics, *Mathematics Teaching in the Middle School*, **15(9)**, 516-523.

Autorka opisuje szereg lekcji, w czasie których uczniowie zajmowali się liczbami całkowitymi a także czytali opowieści o tych liczbach.

D: Nauczanie matematyki

M a l a t y, G.: 2007, What are the reasons behind the success of Finland in Pisa?, *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 28.06, 8 stron.

Próba wyjaśnienia wielkich sukcesów fińskich uczniów w badaniach PISA. Autor uważa, że sukcesy te wynikają z przykładania dużej wagi do kształcenia przyszłych nauczycieli matematyki, z dużego prestiżu zawodu nauczyciela, z bardzo bogatej oferty szkoleń dla nauczycieli pracujących w szkołach.

M o o n e y, E. S.: 2007, The thinking of students: State fair, *Mathematics Teaching in the Middle School*, **13(3)**, 168-171.

Analiza uczniowskich rozwiązań pewnego zadania zamieszczonego w numerze wrześniowym (2006 rok) czasopisma.

W e i g a n d, H. G.: 2009, Towards a competence model for working with symbolic calculators in the frame of the function concepts, *Teaching Mathematics and Its Applications*, **28(4)**, 196-207.

Opis efektów długoterminowego (2005-2012) projektu, który polegał na przebadaniu uczniów wybranych szkół w Bawarii (klasy 10-12) pod kątem umiejętności korzystania z kalkulatorów typu CAS do przyswojenia sobie pojęcia funkcji.

E: Podstawy matematyki

Y o p p, D. A.: 2009, From inductive reasoning to proof, *Mathematics Teaching in the Middle School*, **15(5)**, 286-291.

W artykule stwierdza się, że rozumowania indukcyjne mogą pomóc uczniom w znalezieniu formalnych, dedukcyjnych dowodów. Oczywiście zdarzają się także sytuacje, gdy sprawdzenie kilku konkretnych przypadków w żaden sposób nie prowadzi do pełnych dowodów.

J o h n s o n, A.: 2009, Preparing for formal proofs in geometry, *Mathematics Teacher*, **103(4)**, 291-297.

W artykule używa się określenia dowodu "preformal". Opisano dwa zajęcia, w czasie których używa się takiego sposobu dowodzenia matematycznych faktów.

D e V i l l i e r s, M.: 2010, Experimentation and proof in mathematics, *Explanation and proof in mathematics. Philosophical and educational perspectives. Based on the conference, Essen, Germany, 2006*, 205-221.

Autor słusznie uważa, że eksperymentowanie i dowodzenie wzajemnie się uzupełniają. Identyfikuje następujące funkcje przeprowadzania matematycznych eksperymentów: stawianie hipotez, ich weryfikacja, globalne odrzucenie, heurystyczne odrzucenie i zrozumienie.

M a s o n, J.: 2010, Bringing definitions into high definitions, *Mathematics Teaching* **218**, 10-12.

Definicje często podawane są w różnych wersjach, a wykazywanie równoważności tych wersji to ważna umiejętność. Autor pokazuje dwie sytuacje na lekcjach matematyki, kiedy wyostrzenie, wyodrębnienie fragmentu definicji jest nieodzowne przy konstruowaniu przykładów i kontrprzykładów.

F: Arytmetyka. Teoria liczb. Wielkości

Singer, F. M., Voica, C.: 2008, Between perception and intuition: Learning about infinity, *Journal of Mathematical Behavior*, **27(3)**, 188-205.

Rozumienie przez uczniów nieskończoności w procesie edukacji zmienia się. Autorzy rozróżniają trzy typy rozumienia nieskończoności, ciągowe (processional), topologiczne oraz transcendentne (to chyba najlepszy odpowiednik używanego przez autorów określenia spiritual). Autorzy twierdzą, że w procesie edukacji rozumienie ciągowe ewoluuje w kierunku rozumienia topologicznego.

Altıparmak, K., Özdoğan, E.: 2010, A study on the teaching of the concept of negative numbers, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, **41(1)**, 31-47.

Autorzy przedstawiają raport z badań przeprowadzonych wśród uczniów szkoły podstawowej w Izmirze (Turcja). Jedna grupa uczniów zajmowała się liczbami ujemnymi w tradycyjny sposób, natomiast druga grupa poznawała te liczby z użyciem komputerowych animacji.

Kasila, R., Pekonen, E., Hellinen, A.: 2010, Finnish pre-service teachers' and upper secondary students' understanding of division and reasoning strategies used, *Educational Studies in Mathematics*, **73(3)**, 247-261.

Raport z badań przeprowadzonych wśród 269 przyszłych nauczycieli matematyki i 1434 uczniów szkół średnich. Badania dotyczyły rozumienia dzielenia. W ankiecie autorzy zadali m.in. pytanie: $498 : 6 = 83$; jak, korzystając z tej równości i nie używając algorytmu pisemnego dzielenia, znaleźć wynik dzielenia $491 : 6$? Autorzy podają, że tylko 45% badanych przyszłych nauczycieli i zaledwie 37% badanych uczniów podało całkowicie lub prawie poprawne rozumowanie.

Sellers, P. A.: 2010, The trouble with long division, *Teaching Children Mathematics*, **16(9)**, 516-520.

Opisano ciekawy eksperyment przeprowadzony w amerykańskiej szkole podstawowej. Matematyczny konsultant (profesor dydaktyki matematyki) spędził semestr w szkole, pracując z nauczycielami nad znalezieniem sposobu, który pomógłby uczniom w opanowaniu i zrozumieniu algorytmu pisemnego dzielenia.

G: Geometria

Greer, B., DeBock, D., VanDooren, W.: 2009, The Isis problem as an experimental probe and teaching resource, *Journal of Mathematical Behavior*, **28(4)**, 237-246.

Zadanie, którym zajmują się autorzy dotyczyło znalezienia prostokątów o wymiarach całkowitych, dla których wartość numeryczna obwodu i pola są jednakowe. Zadanie to rozwiązywało 39 flamandzkich przyszłych nauczycieli matematyki. Okazało się, że badani preferują algebraiczne podejście do problemu i odrzucają eksperymenty.

H: Algebra

M a l i s a n i, E., S p a g n o l o, F.: 2009, From arithmetical thought to algebraic thought: The role of the “variable”, *Educational Studies in Mathematics*, **71(1)**, 19-41.

Pojęcie zmiennej to kluczowy punkt przejścia z myślenia arytmetycznego do algebry. Celem przeprowadzonych przez autorów badań (ponad stu uczniów w wieku 16-19 lat) była analiza, w jaki sposób pojęcie niewiadomej jest związane z wyobrażeniem zmiennej jako funkcyjnej zależności.

B r o w n, S. A., M e h i l o s, M.: 2010, Using tables to bridge arithmetic and algebra, *Mathematics Teaching in the Middle School*, **15(9)**, 532-538.

Poprawne zrozumienie trzech wzajemnie ze sobą związanych pojęć algebry, tj. zmiennej, wyrażenia i równania, jest kluczowe zwłaszcza w początkowej fazie nauki tej dziedziny matematyki. Autorki pokazują, jak w kalkulatorach graficznych wykorzystać opcję TABLE do głębszego zrozumienia wymienionych powyżej pojęć.

U: Materiały edukacyjne i media

J i a n g, Z.: 2007, The dynamic geometry software as an effective learning and teaching tool, *The Electronic Journal of Mathematics & Technology*, **1(3)**, 245-256.

Autor pracujący w New York University opisuje, w jaki sposób używa DGS (dynamic geometry software) na zajęciach ze studentami. DGS używany jest do m.in. do rozwiązywania trudniejszych zadań, matematycznego modelowania i do projektów. W artykule zamieszczono przykłady do każdej z trzech wymienionych aktywności.

