ANNALS OF THE POLISH MATHEMATICAL SOCIETY
5TH SERIES: DIDACTICA MATHEMATICAE 33 (2010)

BIBLIOGRAPHY

Piotr Zarzycki
Uniwersytet Gdański

Wybrane z *Math Educ* (*ZDM*), część XVI

Niniejszy wybór obejmuje krótkie notki o artykułach i książkach z numerów 1-6 (tom 38, 2006) oraz z numerów 1-3 (tom 39, 2007), oraz dłuższe artykuły z tomu 42. (rok 2010). Te dłuższe artykuły (dostępne tylko w wersji elektronicznej) poświęcone są wykorzystywaniu źródeł historycznych i technologii w nauczaniu matematyki. *ZDM* jest już nieaktualną nazwą, obecnie przegląd artykułów wydawany nadal przez FIZ Karlsruhe nazywa się *Math Educ*.

1. Artykuły

B a r t o l i n i B u s s i, M. G., T a i m i n a, D., I s o d a, M.: 2010, Concrete models and dynamic instruments as early technology tools in classrooms at the dawn of ICMI: from Felix Klein to present applications in mathematics classrooms in different parts of the world, *Math Educ*, **42(1)**, 19-31.

W tym bardzo ciekawym i wartościowym artykule autorzy przedstawiają informacje o modelach, pomocach dydaktycznych do nauczania matematyki. Przytaczają też szereg opinii na temat konieczności używania np. modeli brył i innych pomocy na zajęciach z matematyki. W XIX wieku niemiecki pedagog Friedrich Froebel zapoczątkował ideę używania gotowych materiałów w edukacji (Froebel zaprojektował do nauczania wczesnoszkolnego tzw. dary). Następne etapy związane są z nazwiskami wybitnych matematyków; Gaspard Monge używał pięknie wykonanych modeli powierzchni, a Felix Klein, pierwszy prezydent ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) był wielkim zwolennikiem modeli statycznych i dynamicznych używanych do nauczania matematyki (kolekcja takich modeli znajduje się w muzeum w Getyndze), i wręcz zachęcał do budowania takich dydaktycznych „zabawek”. Jako ciekawostki można podać kilka informacji: nawet wybitni matematycy znajdowali czas, aby zbudować jakieś modele (np. Kummer zbudował model powierzchni Steinera); Klein i Aleksander Brill założyli laboratorium do produkcji modeli i instrumentów na monachijskiej politechnice; Klein wymagał, aby jego studenci, pisząc dysertacje na temat algebraicznych powierzchni, dołączali do tych dysertacji modele odpowiednich powierzchni. Wpływ Kleina na edukację na matematyczną w Niemczech był ogromny, a jego fascynacja urządzeniami, modelami, znalazła np. odzwierciedlenie w zaleceniu, aby każdy nauczyciel matematyki znał jakąś maszynę liczącą i zaprezentował tę maszynę na lekcjach matematyki.

W pracy autorzy omawiają wpływ idei Kleina na nauczanie matematyki w USA, Japonii i Włoszech. Szczególną rolę w USA odegrał Uniwersytet Cornella; pierwszy dziekan wydziału matematyki tego uniwersytetu spędził jakis czas w Getyndze, współpracując z Kleinem. Okazuje się, że idee Kleina dotarły także do Japonii; w latach dwudziestych XX wieku i później w podręcznikach szkolnych pojawiły się opisy „instrumentów matematycznych", a zadaniem uczniów było odkrycie, jaka matematyka „stoi" za tymi instrumentami. Gorącym orędownikiem idei Kleina we Włoszech był Guido Castelnuovo, jeden z twórców włoskiej szkoły geometrii algebraicznej. Niestety w późniejszych latach, trochę pod wpływem idei Bourbakiego, matematyka, nawet ta uczona w szkołach stała się bardziej abstrakcyjna. Sytuacja ta ulega zmianie, szczególnie pod wpływem córki Guido, Emmy Castelnuovo, która w znaczący sposób przyczyniła się do restauracji idei Kleina w nauczaniu matematyki we Włoszech.

W pracy dość pobieżnie wspomina się o wirtualnych modelach, które można wykonywać np. za pomocą programu CABRI. Jako ilustrację podaje się instrument zbudowany w XVII wieku przez Cavalieriego i cyfrową wersję tego urządzenia wykonaną w CABRI.

R o b u t t i, O.: 2010, Graphic calculators and connectivity software to be a community of mathematics practitioners, *Math Educ*, **42(1)**, 77-89.

Autorka opisuje eksperyment przeprowadzony w dwóch klasach szkoły średniej, który polegał na wykorzystaniu do procesu matematycznego modelowania kalkulatorów graficznych TI-84 i *connectivity software* (TI-Navigator, który umożliwia stworzenie małej sieci i pracę na kilkunastu kalkulatorach jednocześnie). W artykule autorka niestety bardziej koncentruje się na odsyłaczach do bardzo bogatej bibliografii niż na dokładnym opisie eksperymentu, którego wartość wydaje się tkwić przede wszystkim w obserwacjach dotyczących interakcji między uczniami w małych grupach (małe grupy liczące 2-3 osoby pracowały na jednym kalkulatorze, ale miały możliwość obserwacji na dużym ekranie pracy innych grup) i interakcji między grupami.

L a v i c z a, Z.: 2010, Integrating technology into mathematics teaching at the university level, *Math Educ*, **42(1)**, 105-119.

W pracy opisuje się problematykę wprowadzenia technologii informacyjnych (dalej będziemy używać skrótu IT) do matematycznej edukacji na poziomie uniwersyteckim. Zauważa się, że tempo wprowadzania IT do edukacji na wszystkich poziomach kształcenia jest wolniejsze, niż należałoby się spodziewać. Autor po analizie szeregu artykułów i raportów dochodzi do słusznego wniosku, że jedną z ważniejszych przyczyn tego wolnego tempa był mały nacisk na kształcenie nauczycieli matematyki i matematyków w dziedzinie wprowadzania IT do matematycznej edukacji.

W artykule przedstawia się wyniki badań przeprowadzone wśród matematyków używających CAS (Computer Algebra System). Kwestionariusz został wysłany do 4500 matematyków na Wegrzech, w Wielkiej Brytanii i USA. Zadaniem tej ankiety było zbadanie, w jakim stopniu IT jest używana na uniwersytetach, co matematycy sądzą o miejscu IT w matematycznym wykształceniu i jakie czynniki mogą wpływać na skuteczniejsze wprowadzanie IT do procesu uczenia się i nauczania matematyki. Na ankietę odpowiedziało 1103 matematyków (około 25%). Ponad połowa ankietowanych używa CAS w nauczaniu matematyki (to znacznie lepszy wynik niż około 5-procentowe używanie CAS na lekcjach matematyki w szkołach krajów biorących udział w badaniach TIMSS). Badani używają IT głównie do wizualizacji, do przeprowadzania eksperymentów i do przygotowania oraz sprawdzania różnego typu zadań dla studentów. Ankietowani matematycy doceniają rolę CAS w edukacji, ale głównie dotyczy to edukacji, którą moglibyśmy nazwać inżynierską, natomiast znacznie mniejszą rolę dla CAS widzą w kształceniu studentów matematyki. Autor stwierdza, że rezultaty badań są dość optymistyczne. Potrzebna jest teraz współpraca matematyków i dydaktyków matematyki, aby na wszystkich poziomach kształcenia lepiej wykorzystywać możliwości, które stwarza IT.

2. Krótkie notki o artykułach i książkach

C: Psychologia nauczania matematyki

P e n d l i n g t o n, S.: 2005, Using visual tools to promote mathematical learning, *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, **25(2)**, 85-90.

Opis zajęć z 10-latkami, którzy mieli trudności w uczeniu się matematyki. W pracy opisuje się narzędzia wizualizacyjne, które zdały egzamin w pracy z takimi uczniami.

W o o l n e r, P.: 2004, Words or pictures? Comparing a visual and a verbal approach to some year 7 mathematics, *Mathematics in School*, **33(1)**, 18-22.

Punktem startowym dla autorki było pytanie o przyczyny rozbieżności między matematyką nauczaną w szkole, a matematyką, której uczniowie używają. Autorka sugeruje, że jedną z przyczyn tej rozbieżności jest kładzenie w szkole nadmiernego nacisku na stronę werbalną nauczania.

S h e p h e r d, M. D.: 2005, Encouraging students to read mathematics, *PRIMUS*, **15(2)**, 124-144.

Uczniowie i studenci mają kłopoty z czytaniem tekstów matematycznych, np. podręczników. Autorka opracowała coś w rodzaju przewodnika, który miał pomóc jej uczniom w opanowaniu trudnej sztuki czytania matematyki ze zrozumieniem. Zdaniem autorki, ten pomysł przyjął się, uczniowie lepiej sobie radzili, czytając fragmenty podręczników do precalculus i algebry.

E m p s o n, S. B, T u r n e r, E.: 2006, The emergence of multiplicative thinking in children's solutions to paper folding tasks, *The Journal of Mathematical Behavior*, **25(1)**, 46-56.

Dzieci już w wieku około 4 lat dobrze sobie radzą z kolejno wykonywanymi dzieleniami na pół lub podwajaniem. Autorzy badają wpływ tych umiejętności na rozwój tzw. *multiplicative thinking*; tym terminem określa się stosowanie mnożenia nawet do dzialań, których istotą jest dzielenie. Zbadano grupę uczniów, którzy rozwiązywali szereg zadań dotyczących zginania figur.

D: Nauczanie matematyki

B e r r y, J., S m i t h, A.: 2005, Classifying students' graphics calculator strategies, *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, **12(1)**, 15-31.

Dwunastu studentów pierwszego roku rozwiązywało zadania o funkcjach i ich wykresach, używając oprogramowania TI-SmartView. Program ten umożliwia śledzenie procesu rozwiązywania zadań poprzez odnotowywanie kolejno naciskanych klawiszy kalkulatora. W artykule zaproponowano klasyfikację metod rozwiązywania tego typu zadań i klasyfikację efektywności stosowania technologii do rozwiązywania zadań.

L e u n g, F. K. S.: 2006, The impact of information and communication technology on our understanding of the nature of mathematics, *For the Learning of Mathematics*, **26(1)**, 29-35.

Przegląd badań dotyczących efektywności używania ICT (kalkulatory graficzne, arkusze kalkulacyjne, CAS, DGS) w nauczaniu i uczeniu się matematyki.

A l a j ä ä s k i, J.: 2006, How does Web technology affect students' attitudes towards the discipline and study of mathematics/statistics?, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, **37(1)**, 71-79.

Zbadano grupę 53 fińskich studentów politechniki; pytano ich o e-zajęcia dotyczące matematyki i statystyki. Okazało się, że dla badanej grupy stosunek do tego typu zajęć zmienił się w kierunku negatywnym. Zauważono istotne różnice dla obu płci, zauważono też, że np. studenci, którzy mieli bardzo solidną matematyczną wiedzę wyniesioną ze szkoły, byli negatywnie nastawieni do e-edukacji.

B o r b a, M. C., M ó n i c a, E.: 2005, *Humans-with-media and the recognition of mathematical thninking. Information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*, Springer, New York.

Nowe ramy dla technologii informacyjnych w matematycznej edukacji. Przykłady na bazie badań przeprowadzonych wśród brazylijskich studentów. Autorzy zauważają i dowodzą, podając różne przykłady, że różne media wpływają w odmienny sposób na matematyczne myślenie.

M e r r e t t, S., E d w a r d s, J. - A.: 2005, Enhancing mathematical thinking with an interactive whiteboard, *Micromath*, **21(3)**, 9-12.

Autorzy opisują swoje badania dotyczące wpływu tablicy interaktywnej na rozwój pojęć geometrycznych związanych z kształtem, przestrzenią i miarą. Badania przeprowadzono w grupie uczniów klasy piątej szkoły podstawowej.

T o b i a s, B.: 2005, Word problems. Friend or foe?, *Learning & Teaching Mathematics*, **2**, 44-49.

Próba zrozumienia trudności uczniów w rozwiązywaniu zadań tekstowych. W pracy zamieszczono wypowiedzi, opinie uczniów na temat zadań tekstowych.

E: Podstawy matematyki

B a c k, J.: 2005, Primary proof, *Primary Mathematics*, **9(2)**, 11-13.

Autorka nie zgadza się z opinią, że w szkole podstawowej nie warto, nie należy uczyć uczniów bardziej formalnych dowodów. Uważa, że należy jak najwcześniej uświadamiać uczniom, jak ważną rolę w matematyce odgrywa dowód.

D a n a - P i c a r d, D.: 2006, Some reflections on CAS assisted proofs of theorems, *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, **12(4)**, 165-172.

Rozpatruje sie różne procesy myślowe z udziałem CAS (Computer Algebra System) wspomagające dowodzenie. Dyskutuje się także różne przeszkody, ograniczenia stosowania CAS do dowodzenia matematycznych faktów.

F: Arytmetyka. Teoria liczb. Wielkości

M a r s h, M.: 2005, Grouping and sharing, *Equals Mathematics and Special Educational Needs*, **11(3)**, 10-11.

Autor rozpatruje przyczyny trudności uczniów z dzieleniem liczb. Twierdzi, że trudności te wynikają z tego, że w nauczaniu dzielenie traktuje się prawie wyłącznie jako podział, zaniedbując zupełnie inną interpretację – grupowanie ("mieszczenie").

L e e, J. - E.: 2007, Making sense of the traditional long division algorithm, *The Journal of Mathematical Behavior*, **26(1)**, 48-59.

Badania dotyczyły algorytmu pisemnego dzielenia, o którym od lat wiadomo, że sprawia ogromne kłopoty uczniom. Jedną z przyczyn tego stanu rzeczy jest uczenie tego algorytmu jako sekwencji wykonywanych dość mechanicznie, bez żadnej refleksji, krok po kroku, czynności. Autor proponuje kilka rozwiązań, które mogą wpłynąć na lepsze zrozumienie tej skąd inąd trudnej procedury.

G: Geometria

W e b e r, K.: 2005, Students' understanding of trigonometric functions, *Mathematics Education Research Journal*, **17(3)**, 91-112.

W pracy autor porównuje wyniki dwóch kursów trygonometrii; jeden z tych kursów prowadzony był metodą wykładu, drugi opierał się na eksperymentach. Autor przeprowadził wywiady z uczniami biorącymi udział w tych kursach. Wnioski są następujące: uczestnicy drugiego kursu znacznie głebiej rozumieli problemy związane z funkcjami trygonometrycznymi niż uczestnicy pierwszego kursu.

H: Algebra

B i l l s, L., A i n l e y, J., W i l s o n, K.: 2006, Modes of algebraic communication: moving from spreadseets to standard notation, *For the Learning of Mathematics*, **26(1)**, 36-41.

Uczniowie mają kłopoty z przejściem z poziomu konkretnych obiektów (np. liczb) na poziom ogólny, wyrażany np. za pomocą notacji algebraicznej. Autorzy proponują wykorzystanie arkusza kalkulacyjnego do kształtowania umiejętności uogólniania i zapisywania niektórych zależności za pomocą symboli literowych. Dzięki arkuszowi kalkulacyjnemu i formułom literowym uczniowie w dość naturalny sposób uczą się znaczenia litery jako zmiennej wielkości, rozumieją sens i istotę manipulacji literami w wyrażeniach, które nazwalibyśmy funkcjami wielu zmiennych.

I: Analiza

H a b r e, S., A b b o u d, M.: 2006, Students' conceptual understanding of a function and its derivative in an experimental calculus course, *The Journal of Mathematical Behavior*, **25(1)**, 57-72.

Analiza matematyczna jako przedmiot nauczany na studiach zmienia się, rośnie rola wizualizacji. Mimo to, jak wykazały badania przeprowadzone wśród studentów w Bejrucie, nadal dominuje algebraiczna reprezentacja funkcji.

K: Kombinatoryka. Teoria grafów. Prawdopodobieństwo. Statystyka

G r a y, S., M o s k o v i t z, C.: 2007, Some insights about college students' interpretations of histograms, *Focus on Learning Problems in Mathematics*, **25(1)**, 57-72.

Interpretacja danych przedstawionych za pomocą histogramu jest dość złożonym procesem. Badania przeprowadzone wśród studentów wstępnego kursu statystyki pokazały, że ponad 50% nie poradziło sobie z zadaniami dotyczącymi histogramów.

M: Matemtyczne modelowanie i zastosowania matematyki

K a d i j e v i c h, D., H a a p a s a l o, L., H v o r e c k y, J.: 2005: Using technology in applications and modelling, *Teaching Mathematics and its Applications*, **24(2-3)**, 114-122.

Rozpatruje się cztery zagadnienia: Wpływ technologii na zastosowania i matematyczne modelowanie. Czy technologie przyśpieszają proces nauczania matematycznego modelowania?, W jakich sytuacjach technologie wzbogacają to nauczanie?, Czy można problematykę zastosowań i budowania matematycznych modeli rozpatrywać bez technologii?

N: Metody numeryczne. Matematyczny software

S z l á v i, P., Z s a k ó, L. 2005, Informatics as a particular field of education, *Teaching Mathematics and Computer Science*, **3(2)**, 283-294.

W artykule dyskutuje się problemy nauczania informatyki w szkole, a zwłaszcza wybór odpowiedniego syllabusa, co przy dynamicznym rozwoju informatyki jest bardzo trudnym zadaniem.

R: Zastosowania informatyki

B i l b a o, J., B r a v o, E., G o n z a l e s, P., M a r t i n e z, E.: 2004, Teaching mathematics in university education through Internet, *Informatics in Education*, **3(1)**, 19-30.

Opis projektu, w którym studenci wykorzystywali program MATHEMATICA do tworzenia aplikacji, które można oglądać w Internecie za pomocą tzw. wtyczek (wtyczka do danego programu umożliwia oglądanie plików tego programu bez konieczności instalowania go na komputerze).