ANNALES OF THE POLISH MATHEMATICAL SOCIETY
5TH SERIES: DIDACTICA MATHEMATICAE 32 (2009)

BIBLIOGRAPHY

Piotr Zarzycki
Uniwersytet Gdański

Wybrane z *ZDM*, część XV

Niniejszy wybór obejmuje krótkie notki o artykułach i książkach z numerów 4, 5 oraz 6 (tom 37, 2005), oraz dłuższe artykuły z tomu 40. (rok 2008) i tomu 41. (rok 2009). Te dłuższe artykuły (dostępne tylko w wersji elektronicznej) poświęcone są problemom uogólniania w algebrze (tom 40, nr 1), dowodzenia w szkole (tom 40, nr 3) oraz zmianom w nauczaniu matematyki (tom 41, nr 4) w związku z coraz powszechniejszym używaniem programów typu Cabri czy apletów matematycznych (do ściągnięcia z Internetu) wykorzystywanych do nauczania tzw. dynamicznej geometrii.

1. Artykuły

Carraher, D.W., Martinez, M.V., Schliemann, A.D.: 2008, Early algebra and mathematical generalization, *ZDM*, **40(1)**, 3-22.

Badania przeprowadzono w niewielkiej, 15-osobowej grupie dziewięciolatków. Autorzy zbadali, w jaki sposób uczniowie znajdują uogólnienia faktów dotyczących pewnych geometrycznych konfiguracji. Uczniowie zajmowali się najpierw obliczeniem, ile osób zasiądzie przy n rozsuniętych stołach, jeśli przy każdym stole zasiadają 4 osoby. Kolejne zadanie było bardziej złożone i dotyczyło zsuniętych stołów, i liczby zasiadających przy nich osób. Zastanawiające i zaskakujące w czasie tego eksperymentu było to, że uczniowie dość szybko uchwycili istotę wzorów potrzebnych do obliczenia liczby osób w obu zadaniach, potrafili te wzory zastosować dla dużej liczby stołów, a nawet niektórzy z pewną pomocą nauczyciela znajdowali wzór ogólny na liczbę osób w zależności od liczby stołów. Ciekawe były przedstawione w artykule rozumowania dzieci, niektóre z nich podawały argument rekurencyjny, tzn. wiązały liczbę osób przy n stołach (dla konkretnego n) z liczbą osób przy $n-1$ stołach.

Steele, D.: 2008, Seventh-grade students' representations for pictorial growth and change problems, *ZDM*, **40(1)**, 97-110.

W pracy opisuje się badania (7 grade – odpowiednik 1-2 klasy naszego gimnazjum) polegające na obserwacji, w jaki sposób uczniowie, używając algebry, opisują zmiany w konfiguracjach jednakowych kwadratów ułożonych w specjalny sposób. Większość uczniów, pracując na diagramach rysunkowych, odgadła ogólny wzór na liczbę kwadratów w n-tej figurze. Tylko jeden z nich „oderwał się” od rysunku, wypełnił tabelkę i bez trudu doszedł do wzoru ogólnego. W podobny sposób uczniowie badali znane zadanie polegające na obliczeniu liczby dróg łączących ze sobą n miast (każde dwa miasta łączy jedna droga). Pewien problem pojawił się wtedy, gdy niektórzy uczniowie liczyli jedną drogę podwójnie (droga z miasta A do miasta B i z miasta B do miasta A). Autorka sugeruje, że tego typu zadania powinny pojawiać się na lekcjach matematyki, zwłaszcza wtedy, gdy nauczyciel podejmuje trud nauczenia uczniów uogólniania, co w przypadku rozpatrywanych zadań oznacza konieczność użycia algebry.

J a h n k e, H. N.: 2008, Theorems that admit exceptions, including a remark on Toulmin, *ZDM*, **40(3)**, 363-371.

Na wstępie autor słusznie konstatuje, że dla wielu uczniów szkół średnich i dla sporej grupy studentów, argument empiryczny polegający na sprawdzeniu słuszności matematycznego twierdzenia dla kilku konkretnych przypadków jest wystarczającym uzasadnieniem tego twierdzenia. Zupełnie inaczej jest w np. fizyce, w której na poziomie nie tylko szkolnym argument empiryczny jest dominujący i przekonujący także dla fizyków profesjonalistów.

Bardzo ciekawe są zawarte w artykule informacje historyczne, w których pojawia się dość oryginalna kategoria twierdzeń – twierdzeń dopuszczających wyjątki. Autor przytacza przypadki wybitnych matematyków, którzy akceptowali takie twierdzenia z wyjątkami (np. Abel pozytywnie wyrażał się o pewnym twierdzeniu podanym przez Cauchy'ego, o którym wiedział, że nie zachodzi dla wszystkich przypadków) i matematyków, którzy takie twierdzenia formułowali (np. Newton). W pracy zauważa się, że spora grupa uczniów formułuje matematyczne stwierdzenia, dopuszczając przypadki, które tego stwierdzenia nie spełniają. Autor kończy artykuł schematem matematycznej argumentacji zaproponowanym w 1974 roku przez Toulmina; w pracy omawia się ten schemat i jego modyfikacje.

M a r i o t t i, M. A., A n t o n i n i, S.: 2008, Indirect proof: what is specific to this way of proving?, *ZDM*, **40(3)**, 401-412.

Autorzy omawiają różne wersje dowodów nie wprost oraz trudności z tego typu dowodami. Wnioski opierają głównie na wywiadach przeprowadzonych ze studentami uniwersytetu oraz uczniami szkół średnich. Wywiady są najciekawszą częścią artykułu; jedna z pytanych studentek, Maria, dowodziła nie wprost stwierdzenia: *Jeśli* $ab = 0$*, to* $a = 0$ *lub* $b = 0$. Studentka poprawnie zastosowała prawo kontrapozycji, ale miała ogromne problemy z dokończeniem dowodu. Największą trudność sprawiało jej to, że dowodziła w tak dziwny sposób fakt, który był dla niej oczywisty. Równie ciekawy jest wywiad z innym studentem, Fabio, który nie mógł zaakceptować dowodu nie wprost stwierdzenia: *Jeśli dana jest liczba naturalna* n *oraz wiadomo, że liczba* n^2 *jest parzysta, to liczba* n *też jest parzysta.* Z wywiadów przeprowadzonych z uczniami wynika, że uczniowie niekiedy w sposób dość naturalny stosują rozumowanie nie wprost. W podsumowaniu autorzy zauważają, że formalne dowody nie wprost sprawiają uczniom sporo kłopotu, natomiast argumentacja wykorzystująca rozumowanie nie wprost jest używana przez uczniów w sposób dość naturalny.

J a c k i w, N., S i n c l a i r, N.: 2009, Sounds and pictures: dynamism and dualism in Dynamic Geometry, *ZDM*, **41(4)**, 413-426.

Artykuł ma charakter informacyjny, a dotyczy bardzo znanego programu komputerowego do nauki geometrii – Geometer's Sketchpad (GSP), którego piąta wersja ma się pojawić chyba jeszcze w tym roku. Otrzymujemy informacje z pierwszej ręki, gdyż jeden ze współautorów, Nicholas Jackiw, jest twórcą GSP. W artykule omawia się nowe, w stosunku do poprzednich wersji, opcje GSP. Najważniejsze dwie dotyczą możliwości geometrycznej obróbki plików graficznych i możliwości generowania dźwięków na podstawie wykresów zmian częstotliwości tych dźwięków.

B o r b a, M. C.: 2009, Potential scenarios for Internet use in the mathematics classroom, *ZDM*, **41(4)**, 453-465.

Rola technologii w nauczaniu zwiększa się. Trudno nie zauważać ogromnych zasobów materiałów, pomysłów do nauczania matematyki, które można znaleźć w Internecie. Autor zastanawia się, jak w związku z nieuchronnie zwiększającą się rolą Internetu zmieni się edukacja matematyczna. Autor słusznie zauważa, że nadal w edukacji wyczuwa się pewien opór przed technologią, a np. symulacje komputerowe barwnie określa jako „obywateli drugiej kategorii" wśród technik nauczania matematyki. Nadal panuje duży rozdźwięk między doświadczeniami „domowymi" uczniów przy internetowych eksploracjach a ich doświadczeniami szkolnymi. Artykuł jest swoistym apelem o większą akceptację Internetu jako środka dydaktycznego używanego na lekcjach matematyki.

R a d f o r d, L.: 2009, "No! He starts walking backwards!": interpreting motion graphs and the question of space, place and distance, *ZDM*, **41(4)**, 467-480.

Autor przedstawia wyniki swoich badań, które dotyczyły interpretacji wykresów różnego rodzaju ruchów. Badania te przeprowadzono na grupie 24 uczniów (grade 8 – odpowiednik naszego gimnazjum). Uczniowie otrzymali do analizy dwa wykresy ruchu dwóch osób. Należało m.in. zinterpretować każdy z dwóch wykresów, powtórzyć ruch, który dany wykres obrazuje, a następnie „nagrać" ruch za pomocą kalkulatora TI-83 i czujnika ruchu CBR. W pracy zamieszczono fragmenty dyskusji uczniów (pracujących w grupach) na temat przedstawionych ruchów. Końcowa część artykułu to analiza przeprowadzonych badań, niestety bez żadnych wniosków i wskazań praktycznych.

2. Krótkie notki o artykułach i książkach

A: Zagadnienia ogólne

C o s t a, G. B., P i c c i u t o, J. A.: 2005, Do I really need to know mathematics?, *Teaching Mathematics and Its Applications*, **24(1)**, 42-44.

„Ekstremiści" twierdzą, że matematyka jest potrzebna tylko studiującym ten przedmiot jako główny kierunek, natomiast pozostali, w tym również inżynierowie, naukowcy z innych dziedzin powinni jedynie wiedzieć, który przycisk w komputerze, kalkulatorze należy nacisnąć, aby rozwiązać jakieś konkretne zadanie. Autorzy polemizują z tą bardzo radykalną opinią.

C: Psychologia nauczania matematyki

O n i o n, A. J.: 2004, What use is math to me?, *Teaching Mathematics and Its Applications*, **23(4)**, 189-194.

Raport z badań przeprowadzonych na grupie uczniów w wieku 14-18 lat; dotyczyły one matematyki i jej zastosowań. Zapytano uczniów, jakie znaczenie ma dla nich matematyka jako przedmiot szkolny w kontekście wyboru kierunków dalszych studiów.

C r e t c h l e y, P., G a l b r a i t h, P.: 2003, Mathematics, computers, and umbilical cords, *New Zealand Journal of Mathematics*, **32** (suppl.), 37-45.

Autorzy na podstawie badań przeprowadzonych wśród studentów stwierdzają, że związek między kompetencjami matematycznymi a kompetencjami technologicznymi (używanie komputera) jest dość słaby, i że studenci bardziej cenią umiejętność rozwiązywania matematycznych zadań bez wykorzystywania technologii.

A r z a r e l l o, F., R o b u t t i, O.: 2004, Approaching functions through motion experiments, *Educational Studies in Mathematics*, **57(3)**, 305-308.

Uczniowie mają problemy z pojęciem funkcji; problemy te związane są np. z interpretacją wykresów funkcji przedstawiających zależność pewnych zmiennych od czasu. W artykule opisuje się rezultaty projektu prowadzonego wśród uczniów w wieku 14-15 lat. W czasie opisywanych lekcji używano czujników ruchu i kalkulatorów graficznych do ilustracji (wykresy) różnych rodzajów ruchu i generowania tabel z danymi dotyczącymi tych ruchów. Celem eksperymentu było stworzenie pojęcia funkcji (liniowej i kwadratowej) jako narzędzia do opisywania ruchów. Autorzy zajmują się takż analizą procesu poznawczego, który występuje w czasie konstruowania realnych znaczeń matematycznych obiektów (tutaj funkcji).

P i j l s, M., D e k k e r, R., H o u t - W o l t e r s, B. v a n: 2003, Mathematical level raising through collaborative investigations with the computer, *International Journal of Computers for Mathematics Learning,* **8(2)**, 191-213.

Zbadano różne funkcje komputera w uczeniu się matematyki (np. do matematycznych eksploracji, jako przewodnik w ponownych odkryciach, do zastosowania partii materiału, którą uczniowie już znają). Która z tych funkcji wpływa najbardziej na podnoszenie poziomu matematycznego uczniów, a która najmniej? Autorzy do swoich badań wybrali rachunek prawdopodobieństwa.

I r w i n., K. C.: 2001, Using everyday knowledge of decimals to enhance understanding, *Journal for Research in Mathematics Education*, **32(4)**, 399-420.

Badania, przeprowadzone na grupie 11 i 12-latków, dotyczyły roli wiedzy „codziennej" ucznia na temat ułamków dziesiętnych i jej wpływu na rozwój umiejętności w tym zakresie w szkole. Autorka nie odkrywa nieznanego lądu (takie badania były przeprowadzone wcześniej), zauważając, że uczniom znającym ułamki dziesiętne „z życia" łatwiej zbudować ich szkolne (naukowe) rozumienie.

S i n c l a i r, M.: 2005, Peer interactions in a computer lab: reflections on results of a case study involving web-based dynamic geometry sketches, *The Journal of Mathematical Behaviour*, **24(1)**, 89-107.

W artykule omawia się korzyści i ograniczenia związane z używaniem materiałów z Internetu do nauki tzw. dynamicznej geometrii (są to np. aplety programu Java). Badania pokazują, jak nieodzowny w czasie takich lekcji jest nauczyciel, którego nie zastąpi nawet najlepiej zaprojektowany „wirtualny belfer". W pracy opisano interakcje między uczniami w czasie zajęć, w których wykorzystuje się materiały z Internetu.

U: Materiały edukacyjne i media

M i r r a, A. (ed.): 2004, *A family's guide: Fostering your child's success in school mathematics. Prekindergarten – Grade 12*, NCTM, str. 32.

Przewodnik, który pozwala rodzicom uczniów zrozumieć zmiany zachodzące w matematycznej edukacji i pokazuje, w jaki sposób rodzice mogą włączyć się w proces nauczania matematyki swoich dzieci.