

Piotr Zarzycki
Uniwersytet Gdański

Wybrane z *ZDM*, część XIV

Niniejszy wybór obejmuje krótkie notki o artykułach i książkach z numerów 1, 2 oraz 3 (tom 37, 2005), oraz dłuższe artykuły z tomu 39. (rok 2007). Dłuższe artykuły, dostępne tylko w wersji elektronicznej, poświęcone są Problem Solving (PS). Będę używał właśnie takiego skrótu, gdyż polskie tłumaczenie, *rozwiązywanie zadań, problemów*, jest raczej mylące i nie oddaje istoty znaczenia tej angielskiej nazwy. Celną charakterystykę PS podaje da Ponte w jednym z omawianych poniżej artykułów: PS to taki rodzaj aktywności matematycznej uczniów, który wymaga od nich własnych badań, eksploracji.

1. Artykuły

Arcavi, A., Friedlander, A., 2007: Curriculum developers and problem solving: the case of Israeli elementary school projects, *ZDM*, **39**, 355-364.

Autorzy podkreślają, że mniej więcej 30 lat temu PS zaczęło odgrywać kluczową rolę zarówno w badaniach, jak i w nauczaniu matematyki. Znalazło to odzwierciedlenie w dwóch kluczowych dokumentach, sygnowanym przez NCTM „An agenda for action” (1980) i w raporcie Cockrofta (1982). W artykule zwraca się uwagę na ważną pracę Schoenfelda („Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making mathematics”) z 1992 roku, w której przeprowadzono analizę problematyki rozwiązywania zadań matematycznych, od tzw. pamięciowych do tych bardzo „zaawansowanych”. Autorzy przedstawiają wyniki swoich badań dotyczących PS; badania te były przeprowadzone wśród autorów programów nauczania matematyki w szkole podstawowej i polegały m. in. na wypełnieniu kwestionariusza, w którym ankietowani podawali przykłady zadań wymagających pracy badawczej ucznia czyli zadań typu PS i zadań, które nie są typu PS. Okazało się, że ankietowane osoby mają różne wyobrażenia czym jest PS. Godne uwagi jest to, że ankietowani zauważyli, że niekiedy zadanie łatwe dla jednego ucznia może stać się typu PS dla innego. Wszyscy ankietowani podkreślali, że w ich programach nauczania PS odgrywa bardzo istotną rolę.

Article, M., Houdement, C., 2007: Problem solving in France: didactic and curricular perspectives, *ZDM*, **39**, 365-382.

W pracy znalazła się ogólna charakterystyka nauczania matematyki we Francji i zagadnień związanych z PS. Niestety nie bardzo wiadomo, co autorki rozumieją pod terminem PS; czasami wydaje się, że określają nim problematykę rozwiązywania zadań, w tym także tych typowych, standardowych. W pracy podkreśla się wpływ teorii sytuacji dydaktycznych Brousseau na nauczanie matematyki we Francji, a w szczególności ważne przesłanie, które wynika z tej teorii: nauczanie nie będzie efektywne, jeśli wpływ nauczyciela na tok nauczania jest zbyt duży. Zdaniem autorek ta dominacja nauczyciela to pierwsze z głównych zagrożeń nauczania matematyki we Francji, drugim natomiast jest kurczowe trzymanie się przez nauczycieli strategii promowanych w oficjalnych dokumentach dotyczących nauczania matematyki.

Boro, P., Daputo, C., 2007, Problem solving in mathematics education in Italy: dreams and reality, *ZDM*, **39**, 383-393.

Praca zawiera wiele informacji na temat PS we włoskiej szkolnej edukacji matematycznej. Autorzy opisują zakrojone na szeroką skalę badania (1986-1992) dotyczące PS i ich wpływu na nauczanie matematyki w szkole podstawowej. Zauważają także, że zadania typu PS zdarzają się w podręcznikach matematyki do szkoły średniej, lecz ich rola ogranicza się do przygotowania uczniów do egzaminów kończących naukę w szkole. W artykule podano krótką informację, że obecnie w nauczaniu uniwersyteckim, przygotowującym przyszłych nauczycieli matematyki, kładzie się większy nacisk na PS.

Burkhardt, H., Bell, A., 2007: Problem solving in the United Kingdom, *ZDM*, **39**, 395-403.

Autorzy zwracają uwagę, że PS dotyczy niewielu uczniów, podają przy tym ciekawostkę o rządzie Japonii, który określił, iż potrzeba uczenia PS dotyczy 2% wszystkich uczniów. Raport Cockrofta z 1982 roku zalecał, aby PS było istotnym elementem nauczania matematyki w Wielkiej Brytanii i aby praca badawcza uczniów nie była zaniedbywana. Wpływ tego raportu na edukację matematyczną był dość znaczący, organizacje zajmujące się m.in. nauczaniem matematyki (ATM, MA) i skupiające wielu nauczycieli matematyki i matematyków zaczęły wpływać na styl edukacji. Pojawiło się wiele książek dotyczących uczenia PS (m. in. przetłumaczona na polski książka Masona „Thinking mathematically”).

Doorman, M., Drijvers, P., Dekker, T., vanden Heuvel – Panhuizen, M., de Lange, J., Wijers, M., 2007: Problem solving as a challenge for mathematics education in The Netherlands, *ZDM*, **39**, 405-418.

Autorzy mianem PS określają sztukę radzenia sobie z nietrywialnymi zadaniami, dzięki czemu uczniowie mogą rozwinąć swoje własne metody rozwiązywania takich zadań. Zauważają niedostateczną obecność PS w nauczaniu matematyki w Holandii i mylące kojarzenie zadań typu PS z zadaniami z tzw. matematyki realistycznej. Ten niedostatek objawia się m.in. w słabych wynikach holenderskich uczniów w międzynarodowych zawodach matematycznych. W pracy bardzo dokładnie analizuje się wyniki holenderskich uczniów w badaniach PISA 2003. Holandia w tych badaniach wypadła

dość dobrze, ale autorzy zauważają, że uczniowie z tzw. dolnej połowy zupełnie sobie nie radzą z zadaniami nawet nieznacznie odbiegającymi od rutynowych zadań rozwiązywanych w szkole. Stwierdzają ponadto, iż niestandardowe zadania na poziomie szkoły podstawowej zdarzają się raczej w ilościach śladowych, natomiast na poziomie szkoły średniej obserwuje się niepokojące zjawisko: nawet nietypowe zadania (jest ich mało) przedstawia się w taki sposób, aby typowe, uczone w szkole metody wystarczały do ich rozwiązania. W pracy przedstawiono, w jaki sposób w Holandii próbuje się podnieść rangę PS, m. in. organizowany jest przez Instytut Freudenthala „Great Arithmetic Day” (autorzy piszą o masowym udziale uczniów i ich nauczycieli w tej imprezie), czy tzw. A-lympiady.

d a P o n t e, J. P., 2007: Investigations and explorations in the mathematics classroom, *ZDM*, **39**, 419-430.

W artykule podano bardzo celną, przytoczoną we wstępie charakterystykę PS, którym to terminem określa się typ działalności matematycznej uczniów ukierunkowany na samodzielne badania. Dla autora takie badanie oznacza aktywność ucznia podobną do działań matematyka (tak prowadzenie przez uczniów badań rozumiał Hadamard). Autor badał trzech uczniów, których aktywność matematyczną można było podzielić na trzy etapy: 1) zbieranie danych, 2) organizowanie i porządkowanie danych, 3) analiza zakończona jakąś konkluzją. Autor podaje, że dla badanych uczniów niespodzianką było to, że proces myślowy nie ma charakteru liniowego. Według cytowanych przez autora prac, dla wielu matematyka ciągle jawi się jako zbiór reguł i procedur. W pracy podkreśla się, że w aktualnej podstawie nauczania matematyki w Portugalii silnie akcentuje się potrzebę bardziej kreatywnego nauczania matematyki.

R e i s s, K., T ö r n e r, G., 2007: Problem solving in the mathematics classroom: the German perspective, *ZDM*, **39**, 431-441.

Autorzy zauważają, że zagadnienie PS interesowało kiedyś znacznie bardziej psychologów niż osoby zajmujące się edukacją matematyczną. W pracy podaje się informacje o pracach psychologów na temat PS (Wertheimer, Duncker), pisze się o wpływie Polyi na nauczanie matematyki w Niemczech, o dynamicznym PS (termin wprowadzony w latach 80-tych przez Dörnera). Autorzy opisują obecny stan nauczania PS, zauważając, że np. nauczanie matematyki w niemieckich szkołach średnich ciągle jeszcze jest pod wpływem nauczania akademickiego. W kolejnej części pracy analizuje się wyniki badań PISA 2003, w których niemieccy uczniowie ujawnili duże kompetencje w stosowaniu znanych algorytmów w sytuacjach typowych i kłopoty w ich używaniu w mniej typowych sytuacjach. Autorzy w związku z tym apelują, aby zadania typu PS stały się ważnym elementem lekcji matematyki.

S z e n d r e i, J., 2007: When the going gets tough, the tough gets going. Problem solving in Hungary, 1970-2007: research and theory, practice and politics, *ZDM*, **39**, 443-458.

Spotykamy się tu z krótką charakterystyką systemu nauczania matematyki na Węgrzech oraz historią edukacji matematycznej w tym kraju. Autorka wspomina o zasługach Tomasza Vargi i jego nauczaniu kompleksowym, w którym PS odgrywało znaczącą rolę. W artykule opisuje się projekt badawczy, którego celem było m. in. ograniczenie liczby rozwiązywanych zadań rutynowych, wprowadzenie zadań typu PS

do programów nauczania i zmiana roli nauczyciela w procesie nauczania matematyki; w projekcie tym zakładało się odejście od modelu, w którym nauczyciel posiada wyłączność na bycie matematycznym autorytetem w klasie. Projekt ten miał wymierne efekty; na przykład podniesienie rangi PS w wprowadzonej w 1978 nowej podstawie nauczania matematyki na Węgrzech. Autorka sugeruje, że m.in. dzięki tym zmianom węgierscy uczniowie świetnie wypadają w badaniach typu TIMMS czy PISA. W artykule podkreśla się rolę zajęć pozaszkolnych i różnego typu zawodów matematycznych. Ucieszyły mnie w tym artykule przykłady ciekawych zadań szkolnych, które doskonale nadają się do matematycznych eksploracji.

C a i, J., N i e, B., 2007: Problem solving in Chinese mathematics education: research and practice, *ZDM*, **39**, 459-473.

Charakterystyka i historia nauczania matematyki w Chinach (począwszy od lat 40. dwudziestego wieku). Mało chyba znanym faktem jest, że okres 1949-1957 to lata silnego wpływu stylu nauczania matematyki ówczesnego Związku Radzieckiego; styl ten charakteryzował się położeniem szczególnego nacisku na abstrakcję, na rygorystyczny matematyczny i na dedukcję. Dopiero w latach 70. w chińskiej szkolnej matematyce pojawiły się zadania dotyczące świata realnego. Autorzy przytaczają wyniki międzynarodowych badań porównawczych (FIMS, SIMS, TIMMS), z dumą podkreślając wyższość chińskich uczniów nad uczniami amerykańskimi (trzeba tutaj jednak dodać, że w badaniach tych uczestniczyli uczniowie z Hong Kongu, wówczas jeszcze nie chińskiego). Czytając tę pracę, miałem wrażenie, że jej autorzy do PS zaliczają także rutynowe, zwykłe ćwiczenia. Autorzy analizują egzaminy, które zdają chińscy uczniowie, zauważają przy tym, że w ich kraju ciągle dominuje uczenie „pod egzamin”, co raczej nie sprzyja wprowadzaniu na większą skalę zadań typu PS.

2. Krótkie notki o artykułach i książkach

B: Polityka edukacyjna i systemy edukacyjne

S z á l v i, P., Z s á k o, L., 2004: Delusions in informatics education, *Teaching Mathematics and Computer Science*, **2(1)**, 151-161.

Umieściłem informację o tym artykule celowo, bowiem przypuszczam, że w edukacji matematyczno-informatycznej mamy podobne problemy, co Węgry. Od momentu, kiedy nasi studenci, przyszli nauczyciele matematyki, zdobywają w czasie studiów drugą specjalność nauczycielską – informatykę, aż do dnia dzisiejszego nie pojawił się spójny, logiczny program do uczenia przyszłych nauczycieli tych przedmiotów. Mogę powiedzieć, że patrząc z perspektywy uczelni, na której pracuję, edukacja informatyczna studentów matematyki sekcji nauczycielskiej jest traktowana marginesowo, bez żadnej wizji, czego i jak uczyć.

C: Psychologia nauczania matematyki

S t e e l e, D. F., J o h a n n i n g, D. I., 2004: A schematic-theoretic view of problem solving and development of algebraic thinking, *Educational Studies in Mathematics*, **57(1)**, 65-90.

Zbadano sposoby rozwiązywania zadań algebraicznych przez uczniów gimnazjum (7th-grade). Zadania te dotyczyły m.in. problemu wzrostu oraz wielkości i kształtu.

J o h a n n i n g, D. I., 2004: Supporting the development of algebraic thinking in middle school: a closer look at students' informal strategies, *The Journal of Mathematical Behavior*, **23(4)**, 371-388.

Przebadano kilkudziesięciu uczniów gimnazjum, którzy wcześniej nie zetknęli się z algebrą, pod kątem metod rozwiązywania zadań tekstowych. Z badań tych wynika, że uczniowie w tym wieku mają własne sposoby rozwiązywania takich zadań, np. za pomocą dobrze zorganizowanego odgadywania, co może być świetnym wprowadzeniem do algebraicznego rozwiązywania zadań tekstowych.

A l c o c k, L., 2004: Convergence of sequences and series: Interactions between visual reasoning and the learner's beliefs about their own role, *Educational Studies in Mathematics*, **57(1)**, 1-32.

Wyniki obserwacji studentów angielskiego uniwersytetu, którzy rozwiązywali zadania dotyczące zbieżności ciągów i szeregów.

S h a r y g i n, N. F., 2004: Nuzhna li v shkole XXI veka geometriya? (po rosyjsku), *Matematika v Shkole*, **4**, 72-79.

Autor zadaje bardzo prowokacyjne pytanie, odpowiadając na nie oczywiście twierdząco. Przekonuje, że człowiek nie rozwinie w pełni swoich intelektualnych możliwości bez znajomości geometrii.

W i r t h., M., 2004: Mechanisms for teaching programming using active learning, *Teaching Mathematics and Computer Science* **2(1)**, 407-421.

Autor słusznie przestrzega przed uczeniem programowania poprzez uczenie składni języka programowania, bez dyskusji, jak używać tego języka do opracowywania algorytmów rozwiązywania konkretnych, wziętych ze świata realnego problemów.

F: Arytmetyka. Teoria liczb. Wielkości

C l a r k e, D. M., 2004: Issues in the teaching of algorithms in the primary years, *International perspectives on teaching and learning mathematics*, Goteborg, 21-36.

Autor, opierając się na wynikach swoich badań (przebadano aż 36000 australijskich uczniów szkół podstawowych), zauważa, że zbyt wczesne wprowadzanie typowych matematycznych algorytmów może mieć zły wpływ na przyszłą edukację matematyczną uczniów. W artykule podano propozycję aktywności, które pozwolą uczniom osiągać matematyczne sukcesy w kolejnych etapach edukacji.

H: Algebra

K i e r a n, C., 2001: Research on the role of technological environments in algebra learning and teaching, *12. ICMI study*, 99-152.

O uczeniu algebry wspomaganym technologicznie. Zauważa się, że różnorodność technologicznych środków (kalkulatory, różne programy) pozwala silniej zaakcentować wielość reprezentacji algebraicznych i funkcyjne podejście do algebry (programy pozwalają zobaczyć jak zmienia się obiekt, opisywany za pomocą symboli literowych przy zmianie wartości tych symboli).

U: Materiały edukacyjne i media

M a l a n e y, G. D., 2004: Student use of the internet, *Journal of Educational Technology*, **33(1)**, 53-66.

Wyniki badań około pięciuset amerykańskich studentów pod kątem używania Internetu. Zauważa się także negatywne skutki korzystania z jego zasobów.