

Agnieszka Herma
Kolegium Nauczycielskie, Bielsko-Biała

Wpływ kalkulatora graficznego na rozwijanie wybranych aktywności matematycznych u uczniów w wieku 13-16 lat¹

1 Wprowadzenie

Współczesny człowiek funkcjonuje w sytuacji społecznej, zdeterminowanej obecnością technologii. Elektroniczne karty płatnicze znajdują coraz większe grono odbiorców, bezgotówkowe operacje internetowe umożliwiają rodzicom swobodne finansowe wspieranie dzieci studiujących poza miejscem zamieszkania, posiadaczami telefonów komórkowych są już nawet gimnazjaliści, a interaktywne zabawki umilają życie najmłodszym.

W obliczu tych przeobrażeń przed nauczycielem stają nowe zadania, wynikające z konieczności przygotowania młodego człowieka do funkcjonowania w świecie, w którym dostęp do informacji ma już charakter nieograniczony, a większość działań ludzkich ulega automatyzacji.

W swojej pracy doktorskiej podjęłam próbę ujęcia problemu zastosowania technologii informacyjnej w nauczaniu matematyki w sposób diametralnie

¹Tekst jest zmodyfikowana wersją autoreferatu rozprawy doktorskiej, obronionej 18. 10. 2006 roku na Wydziale Matematyczno-Fizyczno-Technicznym Akademii Pedagogicznej w Krakowie. Promotorem pracy był dr hab. H. Kąkol, profesor Akademii Pedagogicznej w Krakowie, a jej recenzentami prof. dr hab. H. Siwek i dr hab. M. Korcz, profesor Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu.

odmienny, skupiając się przede wszystkim na roli kalkulatora graficznego w procesie kształtowania wybranych aktywności matematycznych. Tym, co w głównej mierze odróżnia opisywane przeze mnie badania od innych obejmujących podobną problematykę, jest próba opisanie przebiegu realizacji pewnej całościowej koncepcji dydaktycznej w celu jej weryfikacji w warunkach szkolnych.

2 Problematyka i cele pracy

Po dokonaniu przeglądu literatury z zakresu zastosowania technologii informacyjnej w nauczaniu matematyki oraz zapoznaniu się z problematyką stworzonych dotychczas prac doktorskich² z tego zakresu stwierdziłam, że nie pojawiły się dotąd badania longitudinalne³, które przyniosłyby odpowiedź na pytanie: **w jaki sposób stałe stosowanie kalkulatora graficznego może wpływać na proces nauczania i uczenia się matematyki?**

Ze względu na ujawniony deficyt badawczy, celem głównym prowadzonych badań było:

Zbadanie i opisanie wpływu stałego stosowania kalkulatora graficznego w procesie nauczania i uczenia się matematyki na rozwijanie wybranych aktywności matematycznych.

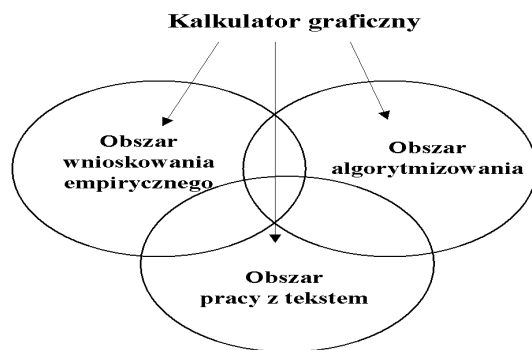
Realizacja tego celu wymagała udzielenia odpowiedzi na następujące pytania:

1. W jaki sposób stałe stosowanie kalkulatora graficznego w procesie nauczania i uczenia się matematyki może wpływać na sposób odbierania, przetwarzania i stosowania informacji zawartej w tekście matematycznym?
2. W jaki sposób stałe stosowanie kalkulatora graficznego w procesie nauczania i uczenia się matematyki może wpływać na prowadzenie rozumowań, w szczególności wnioskowania empirycznego?
3. W jaki sposób stałe stosowanie kalkulatora graficznego w procesie nauczania i uczenia się matematyki może wpływać na aktywności związane z algorytmizowaniem?

Tak sformułowane pytania badawcze spowodowały, że problematyka poruszana w pracy rozpatrywana była w trzech obszarach badawczych (Rys. 1):

²Spis analizowanych prac doktorskich znajduje się na stronie internetowej <http://education.ti.com/us/t3/resources>

³Badania o charakterze ciągłym, zaplanowane na kilka lat, w trakcie których obserwuje się zmiany zachodzące w obrębie danego zjawiska.



Rysunek 1.

Wyodrębnienie tych obszarów nastąpiło na drodze analizy literatury z tego zakresu i miało stanowić potwierdzenie hipotezy sformułowanej w (Nowak, W., 1990, Aktywność matematyczna ucznia w nauczaniu wspomaganym komputerem, w: *Problemy dydaktyczne matematyki*, t. IV, Zielona Góra), w której podkreśla się, że występujące w nich aktywności, dają się w określony sposób diagnozować w toku systematycznej pracy z wybranym środkiem dydaktycznym.

3 Metodologia

Realizacja zaplanowanych zadań badawczych, wymagała zastosowania metod i technik badawczych, pozwalających na dogłębną analizę opisywanego oddziaływania kalkulatora na wszystkie aktywności, wymienione w trzech obszarach badawczych. Metodologię opisywanych badań przedstawiono w tabeli 1.

Najczęściej stosowaną w opisanych badaniach była metoda eksperymentalna⁴. Kalkulator graficzny, jako czynnik intencjonalnie wprowadzony do procesu nauczania, pełnił rolę zmiennej niezależnej, a wywołane przez niego zmiany w obrębie wcześniej wyróżnionych obszarów badawczych traktowane były jako zmienne zależne. Ze względu na fakt, iż czynnik eksperymentalny (kalkulator został wprowadzony do procesu nauczania jako narzędzie stanowiące jego integralną część, na okres trzech lat⁵, mówić można, że badania reali-

⁴Pod pojęciem tym, zgodnie z terminologią W. Nowak, rozumieć należy złożony system czynności wiążący się z doбором grup badanych, kontrolą zmiennych, określeniem wskaźników itp. Główną cechą odróżniającą tę metodę od obserwacji jest czynna ingerencja w przedmiot badań.

⁵Zgodnie z założeniami *Programu nauczania matematyki w gimnazjum z wykorzystaniem kalkulatorów graficznych i komputera*, opracowanego przez członków grupy roboczej SNM „Matematyka i Komputery” pod kierunkiem Henryka Kąkole, dopuszczony do użytku szkol-

zowane były zgodnie z ideą eksperymentu naturalnego. Dla uzyskania przez nauczyciele-badacza pełnego obrazu konieczne było dodatkowe wykorzystanie metody obserwacji, a także analiza dokumentów z użyciem statystyki.

Metody badawcze	Techniki badawcze	Narzędzia badawcze
<ul style="list-style-type: none"> • metoda eksperymentalna 	<ul style="list-style-type: none"> • metoda eksperymentalna techniką jednej grupy⁶ 	<ul style="list-style-type: none"> • karty pracy • notatki z zeszytów • programy kalkulatorowe • nagrania na taśmie • sprawdziany • ankiety
<ul style="list-style-type: none"> • obserwacja 	<ul style="list-style-type: none"> • obserwacja uczestnicząca 	
<ul style="list-style-type: none"> • analiza dokumentów⁷ 	<ul style="list-style-type: none"> • analiza ilościowa i jakościowa dokumentów⁸ 	

Tabela 1.

Obserwacja uczestnicząca stosowana była głównie w badaniach indywidualnych. Jej przedmiotem stały się aktywności matematyczne z obszaru algorytmizowania, kształtowane w toku pracy uczniów z kalkulatorami graficznymi i kartami pracy. Analiza dokumentów, będąca uzupełnieniem tej metody, objęła w tym zakresie głównie analizę jakościową kart pracy i stworzonych przez uczniów programów kalkulatorowych.

Metody statystyczne w analizie dokumentów stosowane były zwłaszcza do opracowania wyników sprawdzianów oraz egzaminów. Miało to na celu ukazanie pozycji badanej klasy w rankingach szkolnych. Zabieg ten zastosowano by wzbogacić metodę eksperymentalną, w której wykorzystano technikę jednej grupy. Brak grupy porównawczej nie pozwalał na jakościowe odniesienie uzyskanych wyników do osiągnięć innej klasy, stąd konieczne było ilościowe zaprezentowanie wyników badanego zespołu na tle całej szkoły.

Jednym z podstawowych narzędzi zastosowanych w opisywanych badaniach były karty pracy. Dla ucznia stanowiły notatkę po lekcji z kalkulatorem, a dla badacza źródło informacji na temat sposobu pracy nad zadaniem. Karta ta miała specyficzną budowę. Składały się na nią:

- polecenie, zadanie do wykonania⁹,
- miejsce na notatki, obliczenia i końcową odpowiedź,
- miejsce na ewentualne wnioski po pracy nad zadaniem,

nego przez Ministra Edukacji Narodowej, nr dopuszczenia DKW-4014-81/01.

⁶Nowak, W.: 1982.

⁸Zaczyński, W.: 1977, *Praca badawcza nauczyciela*, WSiP, Warszawa.

⁸ibidem

⁹źródłem zadań były podręczniki oraz zbiory zadań, które zamieszczono w bibliografii

- **pole do rejestrowania pracy z kalkulatorem.**

Trzy pierwsze z wymienionych elementów proponowanej karty pracy stosowane były dotąd w badaniach dydaktycznych. Tym, co wyróżniało proponowane narzędzie spośród istniejących dotychczas, był element ostatni. Stanowiły go okienka będące wydrukami ekranu kalkulatora graficznego (*screenshots*), służące do samodzielnego bieżącego wypełniania przez uczniów w trakcie rozwiązywania zadań. Zabieg ten pozwalał na rejestrowanie pracy ucznia z tym narzędziem. W konstrukcji opisywanych kart zastosowano trzy rodzaje okienek, których wygląd, pełnioną funkcję i przykładowy sposób wypełniania prezentuje poniższa tabela (tab. 2).


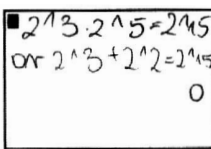
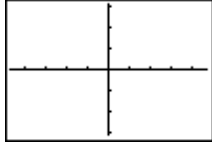
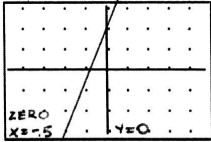

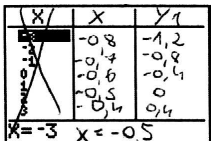
Typ okienka	Wygląd okienka	Pełniona funkcja	Przykładowe zastosowanie
„ekran początkowy”		miejsce do rejestrowania: <ul style="list-style-type: none"> • wykonanych działań arytmetycznych, • rozważanych wyrażeń algebraicznych, • ocenianych zdań logicznych 	
„ekran graficzny”		miejsce do rejestrowania: <ul style="list-style-type: none"> • wykonywanych i analizowanych wykresów funkcji, • rozwiązywanych równań i nierówności, • rozważanych figur geometrycznych i wykonywanych na nich przekształceń 	
„tabelka funkcyjna”		miejsce do rejestrowania: <ul style="list-style-type: none"> • przedziału argumentów i odpowiednich dla nich wartości funkcji, koniecznych do zanalizowania w kontekście rozwiązywanego zadania 	

Tabela 2.

Notatki sporządzane przez uczniów w wyżej wymienionych okienkach świadczyły o wykorzystywanych przez nich funkcjach wewnętrznych kalkulatora, tym samym o poziomie opanowania tego narzędzia oraz o ujawnionych w

pracy z tym narzędziem aktywnościach matematycznych. Złożoność zawartej w takim zapisie informacji wyjaśni analiza przedstawionej poniżej karty pracy (rys. 2).

KARTA PRACY:
„Własności funkcji liniowej”

Wpisz w okno kalkulatora graficznego wzór funkcji liniowej $y=4x+2$. Narysuj jej wykres. Korzystając z otrzymanego wykresu i odpowiednich opcji kalkulatora graficznego:

1) odczytaj miejsce zerowe tej funkcji (swoją odpowiedź uzasadnij rachunkowo): $x_0 = -0,5$

$x_0 = \frac{-b}{a} = \frac{-2}{4} = -0,5$

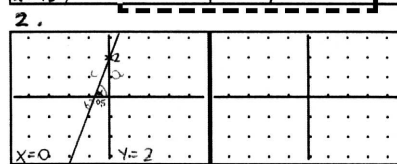
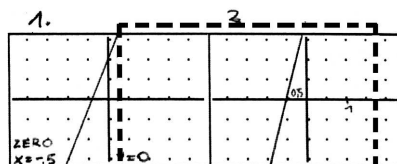
.....

2) wyznacz tangens kąta, jaki tworzy ta prosta z osią x. $tg \alpha = \frac{a}{b} = \frac{4}{1} = 4$

Tangens α nachylenia wykresu do dodatniej półosi x jest równy współczynnikowi kierunkowemu funkcji liniowej

3) odczytaj dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości ujemne (dodatnie), swoje spostrzeżenia sprawdź rachunkiem

dodatnie $(0,5; +\infty)$ ujemne $(-\infty; -0,5)$
 $y < 0 \quad 4x + 2 < 0 \quad || -2 \quad 4x < -2 \quad || :4$
 $x < -\frac{1}{2}$
 $y > 0 \quad 4x + 2 > 0 \quad || -2 \quad 4x > -2 \quad || :4$
 $x > -\frac{1}{2}$



X				X			
0				0			
1				1			
2				2			
X=-3				X=-3			

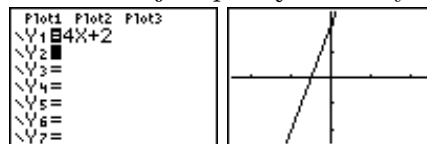
X=2,4				X=2,4			
X=2,4				X=2,4			

X=2,4				X=2,4			
X=2,4				X=2,4			

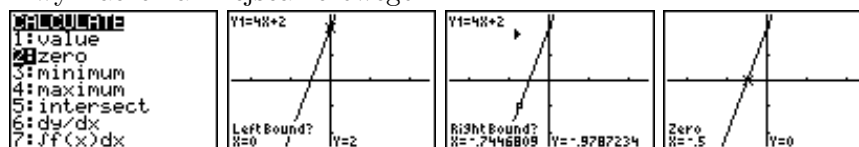
Rysunek 2.

Przerzywaną linią zaznaczono na niej przykładowe okienko rejestrujące (rys. 2). Sposób wypełnienia go przez badanego ucznia świadczy o tym, że w trakcie pracy nad zadaniem uczeń wykonał następujący ciąg operacji (rys. 3):

- wprowadzenia wzoru funkcji i sporządzenia wykresu:

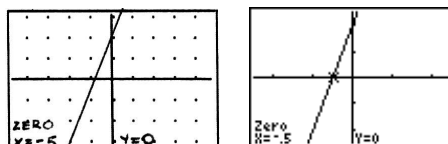


- wyznaczenia miejsca zerowego:



Rysunek 3.

Ostatnie okienko, kończące ciąg czynności wykonanych przez ucznia na kalkulatorze, zostało przez niego skopiowane na kartę pracy (rys. 4):



Rysunek 4.

Tym samym jeden wrysowany przez ucznia obraz z kalkulatora ujawnił szereg informacji na temat pracy ucznia. Oczywiście, nie była to pełna wiedza na temat sposobu wykorzystania kalkulatora przez badanego, jednak przybliżało to sposób postępowania i stanowiła punkt wyjścia do analizy ujawnionych w trakcie tej pracy aktywności matematycznych.

4 Organizacja i przebieg badań

Realizacja założonych zadań badawczych z zastosowaniem opisanych wcześniej metod i narzędzi przebiegała w sposób ciągły przez okres trzech lat. W tym czasie, prowadzony w naturalnych warunkach eksperyment miał ukazać sposób kształtowania się aktywności matematycznych w toku stałej pracy uczniów z tym narzędziem. Przebieg tego procesu podlegał monitorowaniu przez nauczyciela-badacza w trakcie całej edukacji gimnazjalnej wybranej, lecz nie podlegającej szczególnej selekcji pod kątem tych badań klasy. Taki charakter pracy badawczej miał na celu wielostronną i dogłębną analizę wpływu ciągłego stosowania kalkulatora graficznego na rozwijanie wybranych aktywności matematycznych.

Grupę, w której prowadzone były badania w opisywanym zakresie, stanowili uczniowie pierwszej klasy Gimnazjum nr 11 w Bielsku-Białej. We wspomnianym zespole realizowany był „Program nauczania matematyki w gimnazjum z wykorzystaniem kalkulatorów graficznych i komputera” (Kąkol, 2001)¹⁰. Przez trzy lata uczniowie tej klasy pracowali z kalkulatorami graficznymi. W trakcie badań właściwych prowadzonych w czasie lekcji jeden kalkulator przypadł na dwie osoby, natomiast w badaniach indywidualnych każdy uczeń pracował na swoim kalkulatorze indywidualnie.

Podsumowanie statystycznej charakterystyki badanej klasy, w kontekście wyników uzyskanych przez badanych uczniów z różnorodnych, standaryzowanych sprawdzianów i egzaminów, stanowi następująca tabela (Tab. 3).

Zajmowana pozycja w szkole	Nazwa egzaminu		
	Sprawdzian kompetencji (klasa I)	Próbny egzamin gimnazjalny (klasa II)	Egzamin gimnazjalny (klasa III)
I	1c	2c	3c
II	1b	2d	3a
III	1d	2a	3f
IV	1a	2f	3g
V	1g	2g	3d
VI	1f	2b	3b
VII	1e	2e	3e

Tabela 3.

Zestawione w niej informacje wskazują, na stopniową poprawę wyników nauczania¹¹ w badanym zespole. Analiza materiału badawczego ujawnia związek tej sytuacji ze stałym wykorzystaniem na lekcjach matematyki kalkulatorów graficznych.

5 Analiza materiału badawczego

Prezentacja wyników zgromadzonych w trakcie trwającego trzy lata eksperymentu naturalnego wymagała ich usystematyzowania na tle rozważanych obszarów badawczych w odniesieniu do poszczególnych poziomów nauczania badanej klasy. Zestawienie podstawowych tematów lekcji, stanowiących źródło materiału badawczego poddawanego jakościowej analizie, zaprezentowano w tabeli 4.

¹⁰Generalnym założeniem tego programu jest stosowanie kalkulatorów graficznych i komputera w tych momentach procesu nauczania, w których zastosowanie tradycyjnych metod i używanych wcześniej środków dydaktycznych nie pozwala rozwiązać pojawiających się problemów, a tym samym uniemożliwia realizację zamierzonych celów.

¹¹Wyróżnienie kolorem szarym wskazuje na pozycję badanej klasy w rankingach szkolnych na przestrzeni trzech lat.

Obszar badawczy	Etap badań	Tematy zajęć
Praca z tekstem matematycznym	Klasa I	Procent składany
		Prostokątny układ współrzędnych
		Wykres funkcji
	Klasa II	Liczba π
		Pole koła
		Porównywanie dwóch grup tej samej populacji
	Klasa III	Powtórzenie wiadomości o funkcjach
		Wartości dodatnie i ujemne funkcji
		Funkcje monotoniczne
Wnioskowanie empiryczne	Klasa I	Figury geometryczne w układzie współrzędnych
		Funkcja liniowa i jej własności
		Własności funkcji $y = ax$
	Klasa II	Wzory skróconego mnożenia
		Przekształcanie wykresów funkcji
		Własności funkcji $y = x^2$
	Klasa III	Alternatywa i koniunkcja zdań
		Równania i nierówności z wartością bezwzględną
		Układy równań z parametrem
Algorytmizowanie	Klasa I	Co to jest algorytm?
		Słowny opis algorytmu
		Opis algorytmu w postaci listy kroków
		Schemat blokowy algorytmu
		Drzewo wyrażenia
		Prezentacja stworzonych programów
	Klasa II i III	Wieże Hanoi
		Algorytm Euklidesa
		Liczby Fibonacciego
		Sito Eratostenesa
		Kongruencje
		Algorytmy sortujące

Tabela 4.

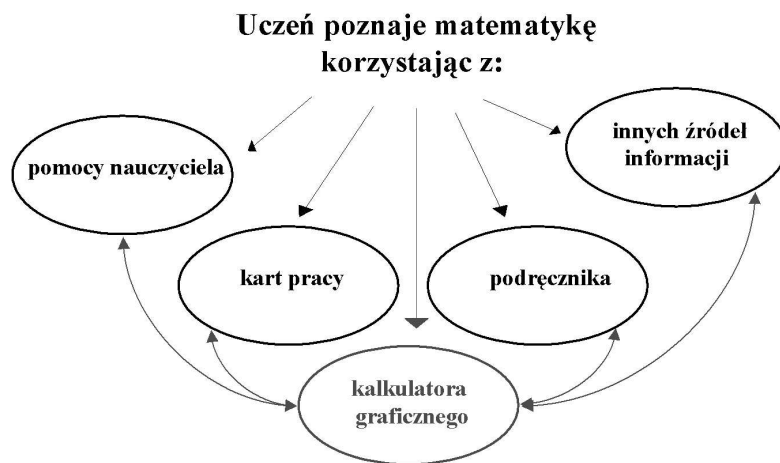
Do prezentacji szczegółowej analizy wyników wybrano po jednym temacie z każdego roku nauki. Opis przebiegu poszczególnych lekcji czy zajęć dodatkowych ujawniał pewne tendencje dotyczące wpływu kalkulatora na aktywności z określonego obszaru badawczego. Ich potwierdzenie następowało na drodze analizy prac indywidualnych.

6 Analiza prac wybranych uczniów

Nadrzędnym celem eksperymentu opisywanego w mojej pracy było wykazanie wpływu stałego stosowania kalkulatora graficznego w procesie nauczania i uczenia się matematyki na aktywności z trzech obszarów badawczych. W trakcie realizowa-

nych badań aktywności te w różnym stopniu ujawniały się i rozwijały u poszczególnych uczniów, co pokazała analiza pracy uczniów na lekcji. Jednakże, dla przybliżenia istoty tego procesu, konieczne wydało się zaprezentowanie przykładowych wyników analizy jakościowej prac poszczególnych uczniów, zwłaszcza tych, u których dało się zaobserwować istotny wpływ tego narzędzia.

Potwierdzenie istnienia tego oddziaływania okazało się niezwykle trudne, z uwagi na złożoność obserwowanego procesu. Czynnikiem determinującym kierunek prowadzonej analizy jakościowej było założenie, że uczeń, odkrywając wiedzę matematyczną, korzysta z informacji pochodzących z różnych źródeł i przekazywanych w różnych formach (5).



Rysunek 5.

W tym procesie kalkulator odgrywa dwojaką rolę. Z jednej strony bowiem sam może być źródłem informacji matematycznej, którą uczeń odbiera, analizuje i interpretuje. Z drugiej zaś strony, stanowić może też narzędzie wspomagające proces pracy z informacją matematyczną pochodzącą z innych źródeł, funkcjonując jako jej uzupełnienie. Dlatego też analiza jakościowa prac indywidualnych prowadzona była tak, żeby uwzględniając te dwa aspekty pracy z kalkulatorem ukazała jego wpływ na aktywności z poszczególnych obszarów badawczych.

W celu wyodrębnienia uczniów, u których nastąpił postęp w rozwoju badanych aktywności, stworzone zostało narzędzie stanowiące kompilację „map aktywności” zdiagnozowanych na wstępie prowadzonych badań z wynikami egzaminu gimnazjalnego, zarówno całościowymi, jak i z wyodrębnieniem poszczególnych standardów. W każdym z nich uwzględniono aktywności z poszczególnych obszarów badawczych (tab. 5). Zestawienie tych danych w jednej tabeli możliwe było ze względu na fakt, że zakresy aktywności z wybranych obszarów badawczych, krzyżowały się z zakresami obowiązujących standardów egzaminacyjnych. Pozwoliło to na wyłonienie tych badanych osób, u których nastąpił największy progres w obrębie aktywności z poszczególnych obszarów badawczych. Analiza ich prac zgromadzonych w ciągu trzyletnich badań ujawniła

sposób oddziaływania nauczania z wykorzystaniem kalkulatorów graficznych na aktywności z poszczególnych obszarów. Co więcej, oddziaływanie to prawdopodobnie w przypadku tych uczniów zadecydowało o wysokim wyniku w danym obszarze standardów, przy równoczesnym niewysokim wyniku ogólnym.

Badana podgrupa	Kod badanego ucznia	Stosowanie algorytmów (I)	Praca z tekstem (II)	Algorytmizowanie, wnioskowanie (III i IV)	Suma
Podgrupa I	BU09	15	12	23	50
	BU17	15	12	23	50
	BU27	13	10	17	40
	BU13	11	12	16	39
	BU07	8	10	14	32
	BU08	11	9	11	31
Podgrupa II	BU11	15	8	17	40
	BU22	12	11	16	39
	BU10	12	10	13	35
	BU16	11	9	10	30
	BU25	8	6	4	18
Podgrupa III	BU26	12	11	14	37
	BU24	13	7	15	35
	BU12	10	11	13	34
	BU20	7	10	12	29
	BU21	11	8	9	28
	BU15	7	5	12	24
	BU19	7	10	3	20
	BU06	5	7	7	19
Podgrupa IV	BU02	10	8	11	29
	BU18	11	8	8	27
	BU14	14	5	12	26
	BU05	4	8	9	21
	BU23	8	5	4	17
	BU04	2	5	5	12
	BU03	1	4	4	9
	Średnia liczba punktów	9,7	8,5	11,6	30

Tabela 5.

7 Wnioski z badań

Analiza materiału badawczego zgromadzonego w trakcie realizacji trzyletniego eksperymentu naturalnego pozwoliła na sformułowanie odpowiedzi na wszystkie postawione w pracy pytania badawcze. Wynikające z tej analizy wnioski zostały podzielone na trzy grupy. Pierwszą stanowią spostrzeżenia dotyczące wpływu kalkulatora graficznego na aktywności towarzyszące pracy z tekstem matematycznym. Do drugiej

zaliczono zostały wnioski dotyczące wpływu tego narzędzia na aktywności towarzyszące wnioskowaniu empirycznemu. Ostatnią grupę wniosków stanowią spostrzeżenia dotyczące wpływu kalkulatora graficznego na aktywności matematyczne związane z algorytmizowaniem.

1. W jaki sposób stałe stosowanie kalkulatora graficznego w procesie nauczania i uczenia się matematyki może wpływać na sposób odbierania, przetwarzania i stosowania informacji zawartej w tekście matematycznym?

- Systematyczne stosowanie kalkulatora w kontekście różnych form pracy na lekcji umożliwiło głębsze poznanie tego narzędzia przez uczniów i w efekcie spowodowało zmianę ich nastawienia do stosowania go w trakcie lektury tekstu.
- Praca z kalkulatorem graficznym umożliwiała głębsze rozumienie tekstu matematycznego, które następowało na drodze intensywnej pracy tym narzędziem, prowokującej stawianie dodatkowych pytań i poszukiwanie odpowiedzi, zarówno w tekście, jak i w generowanych na kalkulatorze komunikatach.
- Przejmując pewne funkcje związane z czynnościami „dookoła tekstu”, m.in. w zakresie wykonywania rysunków czy konstruowania przykładów lub kontrprzykładów, kalkulator pozwalał większości uczniów na swobodne eksperymentowanie z nowopoznanym pojęciem lub metodą.
- Systematyczna praca badanych z podręcznikiem „Matematyka w gimnazjum z kalkulatorem graficznym i komputerem” spowodowała, że uczniowie, przystępując do czytania dowolnego tekstu z niego pochodzącego, dokonywali wstępnej kwalifikacji analizowanego fragmentu. Już wstępna pobieżna lektura wybranego tekstu stanowiła dla ucznia czynnik determinujący dobór modelu czytania, który konsekwentnie stosowany prowadził do głębszego zrozumienia przez niego danego tekstu.
- Generowane w trakcie tej pracy obrazy powstające na ekranie kalkulatora pełniły rolę heurystyczną, służąc przede wszystkim skupieniu uwagi na rozważanych zagadnieniach. Dzięki dynamicznemu charakterowi informacji zawartej w takim przekazie uczeń miał dostęp do całej serii danych, których wprowadzenie do urządzenia umożliwiło swobodne stawianie roboczych hipotez, potwierdzanych lub odrzucanych w trakcie samodzielnej lektury tekstu podręcznika.

2. W jaki sposób stałe stosowanie kalkulatora graficznego w procesie nauczania i uczenia się matematyki może wpływać na prowadzenie rozumowań, w szczególności wnioskowania empirycznego?

- Stosowanie kalkulatora graficznego umożliwiło uczniom zdolniejszym weryfikowanie wyników obliczeń, a dla pozostałych osób stanowiło „pomost” w zakresie niewykształconych umiejętności rachunkowych i pozwoliło podjąć próbę określenia poszukiwanych zależności. Nie byłoby to możliwe bez użycia narzędzia zastępującego rachunki.

- Użycie kalkulatora graficznego jako narzędzia wizualizacji umożliwiło formułowanie określonych hipotez matematycznych i prowadziło poprzez weryfikację i obserwację pewnej skończonej liczby przypadków (większej niż przy tradycyjnych formach pracy) do ich nieformalnego uzasadnienia.
 - Jako narzędzie wizualizacji, kalkulator graficzny umożliwiał uczniom zrozumienie i zapamiętanie zależności między określonym wyrażeniem a jego precyzyjną interpretacją graficzną. Pozwoliło to w krótkim czasie uzyskiwać odpowiednie wykresy na ekranie. Generowane w ten sposób obrazy zastępowały niedokładne, a momentami niemożliwe do wykonania na tym etapie wykresy odręczne.
 - Jako narzędzie trywializacji, kalkulator pozwalał na poprawne formułowanie rozmaitych zależności. Dzięki wyeliminowaniu błędów rachunkowych, skutecznie ograniczał źródła niepowodzeń w odkrywaniu nowej wiedzy matematycznej.
 - Zastosowanie kalkulatora graficznego w toku uczenia się matematyki sprzyjało takiej matematycznej organizacji zgromadzonego z jego zastosowaniem materiału empirycznego, która dawała początek rozumowaniu intuicyjnemu bądź formalnemu.
3. **W jaki sposób stałe stosowanie kalkulatora graficznego w procesie nauczania i uczenia się matematyki może wpływać na aktywności związane z algorytmizowaniem?**

- Procesowi kształtowania się aktywności matematycznych ujawniających się w toku nauki programowania towarzyszyła silna motywacja poznawcza w kierunku intelektualnym.
- Wykorzystanie możliwości programowania kalkulatora graficznego wpłynęło u wszystkich badanych na rozwój — w obrębie strefy najbliższego rozwoju — aktywności związanych z kodowaniem i dało początek intuicjom w zakresie tworzenia algorytmów.
- Analiza materiału badawczego zgromadzonego w trakcie badań indywidualnych, w ciągu trzech lat pozwoliła na wyróżnienie listy aktywności towarzyszących algorytmizowaniu:
 - stosowanie instrukcji warunkowych;
 - stosowanie w konstrukcji programów wbudowanych operacji matematycznych;
 - stosowanie zagnieżdżonych instrukcji warunkowych oraz komend umożliwiających operacje na łańcuchach znakowych;
 - konstruowanie złożonych procedur;
 - operowanie elementami list lub rekordami;
 - stosowanie w konstrukcji programów wbudowanych opcji graficznych;
 - stosowanie schematów blokowych.

Ponadto, w trakcie realizacji eksperymentu dało się zaobserwować, że:

- konieczność poznawania nowego narzędzia w kontekście pracy z podręcznikiem staje się przyczyną powstawania trudności w lekturze tekstu;
- dla uczniów słabszych wprowadzenie do procesu nauczania kalkulatora graficznego stanowi dodatkową przeszkodę na drodze do zrozumienia treści matematycznych;
- pełna indywidualizacja pracy z kalkulatorem w trakcie realizacji eksperymentu była ograniczona ze względu na dużą liczbę uczniów w badanym zespole (30 osób), ograniczoną liczbę kalkulatorów (16 sztuk), jak również konieczność równoczesnego wprowadzania treści matematycznych oraz podstaw obsługi urządzenia, prowadzącą do nadmiernego sterowania pracą przez nauczyciela.

8 Zakończenie

Opisane w pracy wyniki trzyletniego eksperymentu i sformułowane na tej podstawie wnioski pozwoliły na określenie wpływu stałego stosowania kalkulatora graficznego w procesie nauczania i uczenia się matematyki, a w szczególności na rozwijanie wybranych aktywności matematycznych. Kalkulator graficzny, stanowiąc integralną część procesu nauczania, wpływał na kształtowanie umiejętności czytania tekstu matematycznego, na sposób prowadzenia rozumowań oraz na proces algorytmizowania. Obserwacja tego procesu wymagała zastosowania różnorodnych metod badawczych, jak również narzędzi umożliwiających rejestrację przebiegu pracy uczniów. Zgromadzony w ten sposób obszerny materiał badawczy umożliwił sformułowanie wniosków dotyczących wpływu tego narzędzia na kształtowanie niektórych aktywności występujących w nauczaniu matematyki.

Ogół realizowanych zadań badawczych ujawnił ponadto zagadnienia, które mogłyby stanowić przyczynek do dalszych badań, takich jak:

- porównanie sposobu rozwijania wybranych aktywności matematycznych u uczniów, którzy systematycznie pracują z kalkulatorem graficznym, oraz tych, którzy w procesie nauczania i uczenia się matematyki nie stosują tego narzędzia (badania metodą grup porównawczych);
- analiza wpływu kalkulatora graficznego na dobór treści, metod nauczania oraz sposób oceniania uczniów;
- porównanie wpływu kalkulatora graficznego na przebieg procesu nauczania u uczniów uzdolnionych matematycznie oraz tych z trudnościami w uczeniu się matematyki;
- analiza wpływu kalkulatora graficznego na podstawowe umiejętności i
- sprawności matematyczne określone bezpośrednio programem nauczania.

Literatura

Kąkol, H.: 2002, Program nauczania matematyki w gimnazjum z wykorzystaniem kalkulatorów graficznych i komputerów, *Matematyka i komputery* wyd. „specjalne”,

Wydawnictwo Dla Szkoły, Wilkowice, 30-31.

K ą k o l, H., W o ł o d ź k o S.: 2002, *Matematyka w gimnazjum z kalkulatorem graficznym i komputerem – klasa I*, Wydawnictwo Dla szkoły, Wilkowice.

K ą k o l, H. (red.): 2003, *Matematyka w gimnazjum z kalkulatorem graficznym i komputerem – zbiór zadań, klasa II*, Wydawnictwo Dla szkoły, Wilkowice.

K ą k o l, H. (red.): 2003, *Matematyka w gimnazjum z kalkulatorem graficznym i komputerem – zbiór zadań, klasa III*, Wydawnictwo Dla szkoły, Wilkowice.

N o w a k, W.: 1982, Wybrane zagadnienia metodologii badań dydaktyki matematyki, *Dydaktyka Matematyki*, **1**, 61-126.

Z a c z y ń s k i W.: 1997, *Praca badawcza nauczyciela*, WSiP, Warszawa.

Z a w a d o w s k i W. (red.): 1999, *Matematyka 2001 – gimnazjum, podręcznik dla klasy 1*, WSiP, Warszawa.

Z a w a d o w s k i, W. (red.): 2000, *Matematyka 2001 – gimnazjum, podręcznik dla klasy 2*, WSiP, Warszawa.

Z a w a d o w s k i W. (red.): 2001, *Matematyka 2001 – gimnazjum, podręcznik dla klasy 3*, WSiP, Warszawa.

