ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
SERIA V: DYDAKTYKA MATEMATYKI 29 (2006)

BIBLIOGRAFIA

Piotr Zarzycki
Uniwersytet Gdański

Wybrane z *ZDM*, część XII

Niniejszy wybór obejmuje dłuższe artykuły z tomu 36. (rok 2004) i z tomu 37. (rok 2005), oraz krótkie notki o artykułach i książkach z numerów 1, 2 oraz 3 (tom 36, 2004). Niestety redakcja ZDM zdecydowała się zablokować dostęp online do pełnych wersji artykułów.

1. Artykuły

B a l l, L., 2004: Researches and teachers working together to deal with the issues, opportunities and challenges of implementing CAS into the senior secondary mathematics classroom, *ZDM*, **36(1)**.

Tematem rozważań są problemy związane z wprowadzaniem do szkolnej matematyki tzw. kalkulatorów CAS (Computer Algebra System), czyli takich, które umożliwiają wykonywanie rozmaitych operacji algebraicznych. W artykule stwierdza się, że używanie tego typu kalkulatorów na lekcjach matematyki w istotny sposób wpływa na styl nauczania. Potwierdzeniem tej tezy są wyniki wspólnych badań (brali w nich udział dydaktycy i nauczyciele) podjętych w trzech szkołach w okresie 2001-2002 w Australii (badania przeprowadzono w ostatnich klasach szkoły średniej).

G o l d i n, G. A., 2004: Problem Solving Heuristics, Affect, and Discrete Mathematics, *ZDM*, **36(2)**.

Wydaje się, że matematyka dyskretna na poziomie szkolnym daje szansę niektórym uczniom dotychczas nie radzącym sobie z matematyką. W związku z tym należy wykorzystać tę szansę, m.in. poprzez dobór odpowiednich zadań, odpowiednich tematów w programach nauczania, poprzez zwrócenie uwagi na indukcyjny sposób myślenia.

K o r t e n k a m p, U., 2004: Experimental Mathematics and Proofs in the Classroom, *ZDM*, **36(2)**.

Autor zauważa, że w nauczaniu i badaniach dydaktycznych zwraca się coraz większą uwagę na eksperymentalny aspekt matematyki. W artykule podaje się przykłady technik eksperymentowania na lekcjach matematyki. Wydawać by się mogło, że położenie większego nacisku na matematyczne eksperymenty może osłabić istotny element matematycznego kształcenia – abstrahowanie. Autor przekonuje jednak, że można tego uniknąć, umożliwiając uczniom jednoczesne przeprowadzanie eksperymentów i rozważania teoretyczne.

G a r d i n e r, T., 2004: Learning to prove: using structured templates for multi-step calculations as an introduction to local deduction, *ZDM*, **36(2)**.

Dowodzenie jest istotą matematyki – to powszechnie akceptowana opinia. Nie ma natomiast zgody co do metod i zakresu wprowadzania dowodów w matematyce szkolnej. Autor proponuje zmiany w nauczaniu dowodzenia na lekcjach matematyki. Konieczność tych zmian wynika z obserwowanego nawet w najlepszych angielskich szkołach, wśród najzdolniejszych angielskich uczniów, braku umiejętności przeprowadzania matematycznych dowodów.

S c h u s t e r, A., 2004: About traveling salesman and telephone networks – combinatorial optimization problems at high school, *ZDM*, **36(2)**.

Jaką rolę mogą spełniać problemy dotyczące tzw. optymalizacji kombinatorycznej w nauczaniu matematyki i informatyki w szkołach średnich? Przykłady takich problemów to problem komiwojażera oraz problem sieci telefonicznych. Autor zauważa, że zagadnienia tego typu są bardzo intensywnie badane w ostatnich dekadach i warto zająć się nimi również w szkole.

H a n n a, G., d e B r u y n, Y., S i d o l i, N., L o m a s, D., 2004: Teaching proof in the context of physics, *ZDM*, **36(3)**.

W artykule opisuje się zastosowanie statyki do przeprowadzania geometrycznych dowodów. Przedmiotem przeprowadzonych badań było sprawdzenie, czy używanie argumentów z fizyki przyczynia się do lepszego zrozumienia dowodów i podnoszenia umiejętności ich przeprowadzania. Podobnej tematyki dotyczył artykuł G. Hanna i H.N. Jahnke (patrz Wybrane z ZDM, część X, *Dydaktyka Matematyki*, tom 27, 2004).

W e i g a n d, H. -G., 2004: Sequences – Basic elements for discrete mathematics, *ZDM*, **36(3)**.

W artykule podkreśla się rozliczne zastosowania ciągów (m.in. do matematyzacji opisów zjawisk występujących w świecie realnym). Ale warto zwrócić uwagę także na to, że ciągi są interesujące same w sobie (na przykład ciąg Fibonacciego, ciąg kolejnych liczb pierwszych). Dzięki nowym technologiom można badać różne reprezentacje ciągów. Podano przykłady zajęć z uczniami, którzy badali ciągi za pomocą programów komputerowych.

H e i n z e, A., R e i s s, K., 2004: The teaching of proof at the lower secondary level – a video study, *ZDM*, **36(3)**.

Uczenie dowodzenia jest jednym z największych wyzwań dla nauczycieli matematyki. Zdaniem autorów przeprowadzone przez nich badania potwierdzają, że „zdolność dowodzenia" w istotny sposób zależy od atmosfery, warunków stworzonych na lekcjach matematyki.

A n d e r s o n, I., v a n L i n t, J., 2004: Discrete mathematics in the high school curriculum, *ZDM*, **36(3)**.

Przedstawiono kilka tematów z matematyki dyskretnej, którymi warto zająć się na lekcjach matematyki w szkole średniej. Wśród tych tematów są zagadnienia dotyczące teorii liczb i różnych aspektów teorii kodowania.

R e i d, D. A., R o b e r t s, R., 2004: Adult learners' criteria for explanations, *ZDM*, **36(5)**.

Wyniki badań przeprowadzonych wśród dorosłych; badania te dotyczyły preferencji uczących się, jeśli idzie o sposób przedstawiania i tłumaczenia matematycznych stwierdzeń. Z badań tych wynika, że dla dorosłych istotniejsza jest przejrzystość i znajomość tematu niż sposób rozumowania.

H e i n z e, A., C h e n g, Y. -H., Y a n g, K. -L., 2004: Students' performance in reasoning and proof in Taiwan and Germany: Results, paradoxes and open questions, *ZDM*, **36(5)**.

W różnych badaniach porównawczych uczniowie krajów wschodniej Azji w matematyce osiągają lepsze wyniki niż uczniowie krajów europejskich. Ten fakt może zaskakiwać, zważywszy na styl uczenia matematyki w Azji, podporządkowany egzaminom, nastawiony na zapamiętywanie reguł i faktów. W krajach europejskich uczenie jest bardziej zindywidualizowane. W artykule, porównując szkolną matematykę w Tajwanie i w Niemczech, autorzy starają się wyjaśnić ten paradoks.

C a i, J., L e w, H. C., M o r r i s, A., M o y e r, J. C., N g, S. F., S c h m i t t a u, J., 2005: The Development of Students' Algebraic Thinking in Earlier Grades: A Cross-Cultural Comparative Perspective, *ZDM*, **37(1)**.

Analiza, w jaki sposób pojęcia algebraiczne są wprowadzane i rozwijane w szeregu krajów (Chiny, Korea Południowa, Singapur, Rosja, USA). W pięciu analizowanych krajach cele nauczania algebry są podobne, ale metody jej uczenia różnią się istotnie. Autorzy starają się odpowiedzieć m.in. na następujące pytania: Jaki poziom algebraicznego formalizmu uczniowie powinni osiągnąć we wczesnym etapie edukacji matematycznej?, Czy autentyczne zastosowania pojęć algebraicznych są potrzebne uczniom na tym poziomie kształcenia?, W jaki sposób można pomóc uczniom w łagodnym przejściu od myślenia arytmetycznego do myślenia algebraicznego?

W o n g, N. -Y., 2005: The Positioning of Algebraic Topics in the Hong Kong Elementary School Mathematics Curriculum, *ZDM*, **37(1)**.

Autor na przykładzie zmian dokonywanych w podstawie programowej z matematyki w szkołach w Hong Kongu zastanawia się, czy przenoszenie wszystkich tematów związanych z algebrą z poziomu podstawowego na wyższe poziomy kształcenia jest sensowne (podobne pytanie można zadać także w odniesieniu do zmian dokonywanych w Polsce).

I z s á k, A., F i n d e l l, B. R., 2005: Adaptive Interpretation: Building

Continuity Between Students' Experiences Solving Problems in Arithmetic and in Algebra, *ZDM*, **37(1)**.

Autorzy zastanawiają się, jak pomóc uczniom w łagodnym przejściu od myślenia konkretnego, od pojedynczej reprezentacji (na przykład za pomocą liczb) do myślenia algebraicznego – do reprezentacji, w której wielkości mogą mieć zmienne wartości. W pracy podano szereg przykładów ilustrujących trudności uczniów w tym przejściu. Podano także przykłady zadań arytmetycznych, które mogą pomóc uczniom zrozumieć, że pewne wielkości mogą być zmienne.

Knuth, E. J., Alibali, M. A., Mc Neil, N. M., Weinberg, A., Stephens, A. C., 2005: Middle School Students' Understanding of Core Algebraic Concepts: Equivalence & Variable, *ZDM*, **37(1)**.

Autorzy koncentrują się na dwóch kluczowych pojęciach algebraicznych – równoważności i zmiennej. Z przeprowadzonych badań wynika, że zrozumienie tych pojęć ma istotny wpływ na sukcesy uczniów w rozwiązywaniu zadań dotyczących szkolnej algebry, na strategie rozwiązywania takich zadań.

Berry, J., Graham, T., 2005: On high-school students' use of graphic calculators in mathematics, *ZDM*, **37(3)**.

Dokładna analiza pracy dwóch uczniów, którzy matematyczne zadania rozwiązywali za pomocą kalkulatorów graficznych. Celem pracy jest przedstawienie, w jaki sposób używanie technologii wpływa na styl pracy uczniów, jakie są efekty i jakie bariery korzystania z kalkulatorów graficznych na lekcjach matematyki.

Ehmke, T., Wild, E., Müller-Kalhoff, T., 2005: Comparing adult mathematical literacy with PISA students: results of o pilot study, *ZDM*, **37(3)**.

Niewiele wiadomo o matematycznych kompetencjach dorosłych. Przeprowadzone badania dotyczyły właśnie tego zagadnienia. Przetestowano 64 dorosłe osoby (autorzy odwiedzali te osoby w ich domach); test składał się z 14 zadań z testu PISA 2000. Okazało się, że poziom badanej grupy był zbliżony do poziomu niemieckich czternastolatków biorących udział w badaniach PISA.

Engel, J., Sedlmeier, P., 2005: On middle-school students' competence of randomness and chance variability in data, *ZDM*, **37(3)**.

Zrozumienie problemu uzmienniania danych empirycznych jest istotą rozumowań statystycznych. Autorzy badają, w jaki sposób uczniowie gimnazjów rozumieją pojęcia szansy i zmienności. Ponadto opisują ewolucję statystycznych kompetencji uczniów w szkole. Konkluzja jest niestety dość pesymistyczna, kompetencje te nie rosną, nie poprawiają się wraz z wiekiem.

Hasemann, K., 2005: Word problem and mathematical understanding – Results of a teaching experiment in grade 2, *ZDM*, **37(3)**.

Opis badań, które polegały na przetestowaniu dwóch różnych programów dotyczących uczenia rozwiązywania zadań tekstowych (klasa druga szkoły podstawowej).

Jeden program oparty był na tzw. sytuacjach realnych, drugi to aktywności w używaniu symboliki i abstrakcji. W pracy przedstawiono wyniki badań, okazało się na przykład, że grupa słabszych uczniów osiąga lepsze wyniki, pracując według drugiego programu.

2. Krótkie notki o artykułach i książkach

B: Polityka edukacyjna i systemy edukacyjne

B a t e s, T., 2001: National strategies for e-learning in post-secondary education and training, *Fundamentals of Educational Planning*, **70**.

W broszurze dyskutuje się problematykę elektronicznego uczenia się (e-learning). Autor zwraca uwagę na nowe umiejętności potrzebne przy tego typu uczeniu się i przekonuje, że wbrew pozorom tego typu edukacja nie jest tańsza niż tradycyjne uczenie bezpośrednie (face-to-face), wymaga ona bowiem wielu nakładów. Zauważa jednak, że rządy i gremia odpowiedzialne za oświatę nie mogą zaniedbać tej formy edukacji i powinno się ją intensywnie promować.

G h i s l a n d i, P., 2003: Didattica onlinie: A Project for providing flexible support to online teaching faculty, *Proceedings of 9th International Conference on Technology Supported Learning and Teaching (Online Educa Berlin* 2003), CD-ROM.

Opis eksperymentu na włoskim uniwersytecie w Trencie, który polegał na zastąpieniu tradycyjnych wykładów wykładami online.

C: Psychologia nauczania matematyki

S p i n i l l o, A. G., 2002: Children's use of part-part comparisons to estimate probability, *The Journal of Mathematical Behavior*, **21(3)**, 357-369.

Opisuje się i analizuje strategie używane przez 7 i 8-latków do szacowania prawdopodobieństwa, przy czym badani uczniowie nie mieli wcześniej żadnych doświadczeń probabilistycznych. Zadanie uczniów polegało na uporządkowaniu trzech zbiorów niebieskich i różowych kamieni według szansy wylosowania takiej sekwencji kamieni.

G u s e v, V. A., S a f u a n o v, I. S., 2003: Thinking in images and its role in learning mathematics, *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, **4**, 87-94.

W artykule poruszono problem myślenia za pomocą obrazów. Wyróżniono 4 etapy takiego myślenia: 1) stworzenie obrazu pierwotnego (na przykład na podstawie obserwacji) 2) stworzenie obrazu w pamięci 3) operowanie obrazami 4) tworzenie własnych obrazów. Autorzy podają przykłady zadań z geometrii, których rozwiązywanie ilustruje te cztery etapy.

D: Nauczanie matematyki

W a t s o n, J., C a l l i n g h a m, R., 2003: Statistical literacy: A complex hierarchical construct, *Statistics Education Research Journal*, **2(2)**, 3-46.

Przedmiotem badań było opisanie kompetencji statystycznych wśród uczniów australijskich szkół. Badania przeprowadzono na szeroką skalę (3000 uczniów, klasy 3-9). W pracy wyróżnia się sześć poziomów rozumienia statystyki: idiosynkratyczny, nieformalny, niespójny, spójny bezkrytyczny, krytyczny, matematycznie krytyczny.

Ruthven, K., 2003: Creating a calculator-aware number curriculum, *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, **3(4)**, 437-450.

W artykule opisuje się program nauczania matematyki, w których przewidziano istotne miejsce dla kalkulatorów. Dla młodszych uczniów większy nacisk położono na ich własne próby, na eksperymentowanie.

Baker, J. E., Sugden, S. J., 2003: Spreadsheets in education – the first 25 years, *Spreadsheets in Education*, **1(1)**, 18-43.

W komputerach osobistych arkusze kalkulacyjne pojawiły się w 1979 roku (program VisiCalc). Od tego momentu tego typu programy znalazły rozliczne zastosowania, także w edukacji. Artykuł jest przeglądem zastosowań arkuszy kalkulacyjnych w edukacji, przeglądem książek, które poruszają ten temat, artykułów i prezentacji.

Buxkemper, A. C., Hartfiel, D. J., 2003: Understanding, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, **34(6)**, 801-812.

W artykule omówiono taksonomie Blooma oraz Biggsa i Collisa do oceny jakości uczenia się. Do mierzenia tej jakości używa się specjalnych testów, które zamieszczono w artykule.

E: Podstawy matematyki

Winnicki-Landman, G., 2002: Students as initiators of proofs, *Mathematics in School*, **31(2)**, 2-7.

W artykule słusznie zauważa się, że proces dowodzenia na poziomie szkolnym odbywa się w stylu typowym dla rozumowań profesjonalnych matematyków. Autor przedstawia szereg aktywności, które mają zachęcić uczniów do refleksji, czym jest dowodzenie i dlaczego jest ono tak ważne w matematyce.

H: Algebra

Laughbaum, E. O., 2003: Hand-held graphing technology in the developmental algebra curriculum, *Mathematics and Computer Education*, **37(3)**, 301-313.

W artykule podano szereg uzasadnień, dlaczego kalkulator jest odpowiednim narzędziem, które nadaje większy sens zmianom dokonywanym w algebraicznej części programów nauczania.

Warren, E., 2003, Young children's understanding of equals: A longitudinal study, *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, **4**, 379-386.

Przedstawiono wyniki badań, które dotyczyły zmian w rozumieniu równości jako relacji równoważności. Badania trwały 3 lata, przeprowadzone je w grupie 76 uczniów, klasy III, IV oraz V. Zaobserwowano, że mniej więcej jedna trzecia badanych dzieci rozumie równość jako równoważność.

I: Analiza

B e r r y, J., N y m a n, M. A., 2003: Promoting students graphical understanding of the calculus, *The Journal of Mathematical Behavior*, **22(4)**, 481-497.

Opis eksperymentu, który polegał na odtworzeniu wykresu funkcji na podstawie wykresu pochodnej tej funkcji. Następna faza eksperymentu polegała na stworzeniu wykresu zależności drogi od czasu za pomocą urządzenia rejestrującego ruch. Przeprowadzony eksperyment pokazuje trudności uczniów w przejściu z algebraicznego podejścia do pochodnej do jej fizycznej interpretacji.

U: Materiały edukacyjne i media

T h o m p s o n, A. D., S p r o u l e, S. L., 2000, Deciding When To Use Calculator, *Mathematics Teaching in the Middle School*, **6(2)**, 126-129.

Opis ramowego programu, którego zadaniem jest pomoc nauczycielowi matematyki w podjęciu decyzji, kiedy i jak używać kalkulatorów na lekcjach matematyki.