



Anna Źeromska
Akademia Pedagogiczna, Kraków

Wybrane cele nauczania matematyki a proces rozwiązywania zadań¹

Sformułowanie tytułu rozprawy, z powodu jego dużej ogólności, wymaga uściśleń. Do badań wybrane zostały cele nauczania matematyki, w których postuluje się kształtowanie u uczniów pewnych aktywnych *postaw i zachowań*, specyficznych dla aktywności matematycznej (Z. Krygowska (1986)² formuluje je jako cele poziomu II). Zaznaczyć należy także, iż rozprawa dotyczy głównie efektów realizacji tych wybranych celów podczas nauczania matematyki.

Uczeń tworzy sobie taką koncepcję matematyki, jaka mu się ukazuje przez przyzmat rozwiązywanych przez niego zadań (Krygowska, 1977b, s. 3).

Rozwiązywanie zadań jest najistotniejszym sposobem uczenia się matematyki, jest to zatem podstawowe źródło doświadczeń logicznych i matematycznych. Dlatego właśnie zadania matematyczne i proces ich rozwiązywania stały się punktem moich zainteresowań w kontekście realizacji celów nauczania matematyki. Analiza procesu rozwiązywania wybranych zadań matematycznych stanowi więc podstawę formułowania wniosków.

Do badań wybrałam uczniów 14-15 letnich, tj. kończących szkołę podstawową³. Poziom ich kompetencji matematycznych można przyjąć w uproszczeniu za końcowy efekt nauczania szkolnego. Uczniowie ci, w trakcie nauczania szkolnego, nabyli wiele doświadczeń związanych z rozwiązywaniem zadań

¹Tekst jest zmodyfikowaną wersją autoreferatu rozprawy doktorskiej, obronionej 21. 06. 2001 r. na Wydziale Matematyczno-Fizyczno-Technicznym Akademii Pedagogicznej w Krakowie. Promotorem pracy był prof. nadzw. w Akademii Pedagogicznej w Krakowie dr hab. Bogdan J. Nowecki, a jej recenzentami — prof. dr hab. Zbigniew Semadeni, prof. nadzw. w Akademii Świętokrzyskiej dr hab. Gustaw Treliński i profesor Uniwersytetu Karola w Pradze RMDr. Milan Hejny.

²Krygowska, Z.: 1986, Elementy aktywności matematycznej, które powinny odgrywać znaczącą rolę w matematyce dla wszystkich, *Dydaktyka Matematyki* 10, 141-147.

³Badania prowadzone były w latach 1998-1999, a zatem kiedy reforma szkolnictwa znajdowała się we wstępnym okresie wdrażania — klasa VIII (uczniowie w wieku 14-15 lat) była wówczas końcową klasą szkoły podstawowej.

i można przyjrzeć się pewnym specyficznym efektom tego długotrwałego procesu.

Aby przybliżyć i zobrazować tematykę poruszaną w rozprawie rozważmy następujący przykład. Dwóch 15-letnich uczniów rozwiązuje następujące zadanie matematyczne:

Podać pary liczb całkowitych spełniających równanie:

$$(x + y - 2)(x - y - 2) + 5 = 0.$$

Oto pisemne rozwiązania przedstawione przez obu uczniów:

$$\begin{aligned} (x+y-2)(x-y-2)+5 &= 0 \\ x^2 - \cancel{xy} - 2x + \cancel{yx} - y^2 - 2y - 2x + 2y + 4 + 5 &= \\ x^2 - 4x - y^2 + 9 &= 0 \\ x^2 - 4x - y^2 &= -9 \end{aligned}$$

rys. 1. (R1)

$$\begin{aligned} (x+y-2)(x-y-2)+5 &= 0 \\ x^2 - \cancel{xy} - 2x + \cancel{xy} - y^2 - 2y - 2x + 2y + 4 + 5 &= 0 \\ x^2 - 2x - y^2 - 2x + 9 &= 0 \\ x^2 - 4x - y^2 + 3 &= 0 \end{aligned}$$

rys. 2. (R2)

Napisane przez obu uczniów rozwiązania są niemal identyczne. Nauczyciel, którego zadaniem jest ocenić prace pisemne tych uczniów, widzi to samo i oceni ich tak samo. Tymczasem prowadzona bezpośrednio obserwacja, a przede wszystkim rozmowa obserwatora z rozwiązującymi, pozwala dostrzec zasadnicze różnice w sposobie myślenia obu uczniów.

Przedstawię pokrótce przebieg obu rozwiązań.

Postępowanie ucznia U1 (rozw. R1)	Postępowanie ucznia U2 (rozw. R2)
Uczniowie rozpoczynają pracę nad zadaniem i przepisują temat: $(x + y - 2)(x - y - 2) + 5 = 0$.	
komentarz słowny: <i>tu trzeba rozwiązać równanie</i>	komentarz słowny: <i>co ja tu mogę zrobić... Mogę wymnożyć nawiasy</i>
Uczniowie wymnażają wyrażenia algebraiczne znajdujące się w nawiasach i zapisują: $x^2 - xy - 2x + yx - y^2 - 2y - 2x + 2y + 4 + 5 = 0$.	
	komentarz słowny: <i>jeszcze muszę zredukować wyrazy podobne</i>
zapis: $x^2 - 4x - y^2 + 9 = 0$ $x^2 - 4x - y^2 = -9$	zapis: $x^2 - 2x - y^2 - 2x + 9 = 0$ $x^2 - 4x - y^2 + 9 = 0$
Obaj uczniowie otrzymują równanie drugiego stopnia z dwiema niewiadomymi, a więc równanie, którego nie potrafią jeszcze rozwiązać.	
komentarz słowny: <i>Zwykle równania się tak dawały rozwiązywać. Widocznie to jest jakieś inne, nie umiem go rozwiązać.</i>	komentarz słowny: <i>Nie mam pojęcia jak to zrobić! Nie lubię takich zadań.</i>

Rozważmy istotne różnice w postępowaniach obu uczniów. Szczególnie podkreślić należy prawdopodobną odmienną w powodach, dla których uczniowie U1 i U2 wybrali akurat taki, a nie inny sposób podejścia do rozwiązywania tego zadania.

- Uczeń U1 bez wyraźnego namysłu stwierdza, że musi rozwiązać dane mu w zadaniu równanie. Przekształcenia algebraiczne, które uczeń wykonuje później, są konsekwencją uświadomionej decyzji o rozwiązywaniu równania. Gdyby uczniowi udało się to równanie rozwiązać — próba zakończyłaby się sukcesem. Opisywany uczeń zastosował tu strategię postępowania, którą można nazwać *strategią próby stosowania znanego*

schematu (Żeromska, 1998)⁴.

- Inne natomiast podejście zaprezentował uczeń U2. Otóż po krótkiej chwili namysłu wykonał on prawdopodobnie pierwszą czynność, jaka skojarzyła mu się z postacią wyrażenia algebraicznego znajdującego się w temacie zadania. Występowanie tam dwóch nawiasów i znaku mnożenia pomiędzy nimi było dla tego ucznia silnym sygnałem do wykonania czynności. Trudno powiedzieć, czy uczeń ten zastanawiał się nad tym, czy wykonanie tych czynności doprowadzi go do rozwiązania zadania — być może wykonał po prostu jedyną czynność, jaka skojarzyła mu się z postacią występującego w temacie równania. Jego działanie można nazwać *strategią pierwszego sygnału* (Hejny, 1992)⁵. Prawdopodobnie działanie ucznia nie było ukierunkowane na rozwiązanie równania. Uczeń nie miał świadomości, iż dąży poprzez swoje działanie do „wyliczenia” wartości niewiadomych x i y . Tę hipotezę potwierdza również jego późniejsze postępowanie.

Kolejna istotna różnica w omawianych rozumowaniach to refleksje obu uczniów w momencie napotkania przez nich na przeszkodę w postaci równania drugiego stopnia z dwiema niewiadomymi.

- Uczeń U1, konsekwentnie dążąc do rozwiązania równania, „przenosi” niewiadome na jedną, a wiadome na drugą stronę tego równania. Następnie wyraża swoje zdziwienie mówiąc: *zwykle równania się tak dawały rozwiązywać*. Widać tu wyraźne ukierunkowanie ucznia na wykorzystanie znanych mu dobrze schematów. Nie podejmuje on już innej próby rozwiązania tego zadania, ale jest przekonany, iż taka możliwość istnieje.
- Uczeń U2 wykonał wszystkie możliwe operacje algebraiczne, które kojarzyły mu się z postacią równania danego mu w zadaniu. Stwierdza bardzo dobitnie: *Nie mam pojęcia, jak to zrobić!* Ta wypowiedź świadczy o prawdopodobnej bezradności ucznia.

Najistotniejsza różnica w sposobie myślenia obu uczniów leży prawdopodobnie w sferze emocji. Dowodem na to jest rozmowa z obserwatorem.

⁴Żeromska, A.: 1998, Postawy uczniów klas ósmych szkoły podstawowej wobec wybranych zadań matematycznych, *Dydaktyka Matematyki* 20, 89-112.

⁵Jest to termin użyty przez M. Hejny'ego (1992) (*the strategy of the first signal*) dla nazwania postępowania ucznia polegającego na tym, że przystępując do rozwiązywania zadania wykonuje on pierwszą czynność, jaka mu się w danej chwili narzuca, mimo, iż może ona być zupełnie nieefektywna. (Hejny, M.: 1992, Analysis of student's solutions of the equations $x^2 = a^2$ and $x^2 - a^2 = 0$. *Acta Didactica Universitatis Comenianae*, Comenius University, Bratislava, 65-82.)

- Podczas rozmowy uczeń U1 stwierdził: *Właściwie rozwiązywanie zadań algebraicznych dosyć lubię. Zwykle mi wychodzą. Tylko to zadanie było jakieś dziwne.* Możemy wnioskować, że uczeń ten ma pozytywny stosunek do rozwiązywania zadań (w tym przypadku zadań algebraicznych). Jest on co prawda dosyć silnie nastawiony na wykorzystywanie w tych rozwiązaniach dróg schematycznych, ale wykazuje jednak pewną czynną aktywność; gdyby skojarzył z tym zadaniem jeszcze jakiś inny znany schemat postępowania, być może podjąłby nową próbę.
- Z rozmowy z uczniem U2 wynika, iż niezbyt chętnie podjął on próbę rozwiązywania tego zadania. Zrobił to tylko dlatego, iż przebywał sam na sam z obserwatorem i musiał jakieś działanie podjąć. Gdyby to zadanie rozwiązywane było na lekcji, uczeń U2 najprawdopodobniej nie próbowałby samodzielnego rozwiązywania. W rozmowie powiedział: *Nigdy nie umiałem rozwiązywać zadań. Nie wychodzi mi to.* Można zatem wnioskować, że uczeń ten podszedł do rozwiązywania z nastawieniem nieuchronnej klęski. Dążył do przerywania pracy.

Wnioski z przedstawionego przykładu:

Poza umiejętnym stosowaniem metod, schematów i strategii istnieją jeszcze inne komponenty, które w procesie rozwiązywania zadania mają wpływ na osiągnięcie sukcesu lub też poniesienie porażki. Są to między innymi: nastawienie ucznia do rozwiązywania zadania, przeżywane emocje, a także motywacja sterująca postępowaniem tego ucznia. Jeśli podstawą oceny pracy ucznia przez nauczyciela są tylko czynności obserwowalne (w tym przypadku pisemne rozwiązania) może zdarzyć się, iż nie dotrze on do prawdziwych przyczyn niepowodzeń uczniowskich, a zatem nie będzie w stanie podjąć prawidłowego postępowania reedukacyjnego.

Przykłady przedstawionego powyżej typu skłoniły mnie do zainteresowania się tym tematem. Przyjęłam, iż analizując proces rozwiązywania zadań matematycznych przez uczniów (poprzez obserwację całokształtu ich zachowań w tym procesie), podejmę próbę opisu *postaw i zachowań* uczniów. W ten sposób dokonam wstępnej diagnozy realizacji wspomnianych wcześniej celów nauczania matematyki⁶. Swoistym „narzędziem”, służącym tej diagnozie, będzie zatem obserwacja *procesu rozwiązywania zadań matematycznych*, zadań nietypowych (ze względu na niestandardowość metod ich rozwiązywania).

Proces badania i opracowywania wyników obejmował:

- analizę teoretyczną zagadnień związanych z tematem;
- badania empiryczne.

⁶ w których odpowiednie postawy i zachowania są postulowane.

Etap teoretyczny był dla potrzeb rozprawy etapem ważnym, zwłaszcza w odniesieniu do analizy znaczenia terminu *postawa* (zarówno z punktu widzenia psychologii, jak i dydaktyki matematyki). Istotnym bowiem problemem okazało się wypracowanie adekwatnego języka opisu kategorii pojęciowej *postawa wobec zadań*, obejmującego psychologiczne i dydaktyczne⁷ rozumienie tego określenia.

Badania empiryczne przedstawiane w rozprawie składały się z dwóch części: wstępnej i zasadniczej. Cele obu części były odrębne, inna była ich metodologia, a także inne założenia teoretyczne. Podstawowa różnica w założeniach teoretycznych pomiędzy badaniami wstępnymi i zasadniczymi polegała na tym, iż dla etapu wstępnego przyjęta została definicja postawy ucznia wobec zadań matematycznych w brzmieniu: *postawa ucznia wobec wybranych zadań matematycznych jest to tendencja (skłonność) do względnie trwałych zachowań wyrażających się głównie w wykorzystywaniu (świadomym bądź nie) technik intelektualnych i strategii w procesie rozwiązywania tych zadań*. Użycie tak sformułowanej definicji spowodowało pewne ograniczenia co do możliwych do wyciągnięcia wniosków z badań wstępnych⁸. W szczególności wyniki dotyczyły jedynie poznawczo-behawioralnego komponentu obserwowanego zjawiska, z pominięciem czynników emocjonalno-motywacyjnych. W związku z tym przyjął, iż dla potrzeb badań zasadniczych nie będę przyjmować *a priori* żadnej ścisłej definicji *postawy ucznia wobec zadania*. Podjęłam próbę wielostronnego (w miarę możliwości) opisu badanego zjawiska, uwzględniając te jego aspekty, na które psychologowie i dydaktycy zwracają uwagę rozważając *postawę podmiotu względem przedmiotu*, którego postawa dotyczy.

Ogólne cele badań zasadniczych to:

I A. Ustalenie różnych sposobów analizy procesu rozwiązywania zadań matematycznych;

⁷W psychologii brak jest wspólnego stanowiska dla znaczenia rozważanego terminu. W szczególności funkcjonują definicje różniące się w sposób istotny. Najczęściej aprobowana jest jednak definicja strukturalna, zakładająca trójkomponentowy charakter postawy. Klasyczny wariant takiej definicji przyjmuje, iż postawą pewnego człowieka wobec pewnego przedmiotu jest ogół względnie trwałych dyspozycji do oceniania tego przedmiotu i emocjonalnego nań reagowania oraz ewentualnie towarzyszących tym emocjonalno-oceniającym dyspozycjom względnie trwałych przekonań o naturze i właściwościach tego przedmiotu i względnie trwałych dyspozycji do zachowania się wobec przedmiotu (Nowak, S., 1973, *Pojęcie postawy w teoriach i stosowanych badaniach społecznych*, *Teorie postaw*, PWN, Warszawa, s. 23). Cytowane określenie zakłada, że zjawisko postawy ma złożoną strukturę, w której można wyodrębnić trzy komponenty: poznawczy, behawioralny i emocjonalno-motywacyjny.

⁸Wyniki badań wstępnych opisane zostały we wspomnianym już artykule: Żeromska, A.: *Postawy uczniów klas ósmych szkoły podstawowej wobec wybranych zadań matematycznych*, *Dydaktyka Matematyki* 20, s. 89-112.

- I B. Diagnoza metod i strategii stosowanych przez uczniów w trakcie rozwiązywania zadań;
- II. Próba zastosowania analizy procesu rozwiązywania zadań matematycznych do opisu i charakterystyki *postaw uczniów wobec zadań matematycznych*;
- opracowanie metody opisu najbardziej charakterystycznych przejawów postawy;
 - opis zarejestrowanych przejawów postaw ujawnionych podczas badań;
- III. Ocena i opis ujawnionych *postaw uczniów wobec zadania matematycznego* jako diagnoza realizacji wybranych celów nauczania matematyki.

Badania zasadnicze podzieliłam na dwa poziomy: badania kliniczne i badania uzupełniające. Oba te poziomy badań miały do spełnienia odrębne role. Badania kliniczne dotyczyły niewielkiej grupy uczniów (10 osób) i stanowiły główne źródło hipotez badawczych oraz pozwoliły opracować różne sposoby analizy podanych rozwiązań. Natomiast badania uzupełniające (dotyczące 75 osób) pełniły istotną funkcję, jako uzupełnienie wyników badań klinicznych, a także jako miejsce ich wstępnej weryfikacji. Odrębne były również sposoby prowadzenia badań obu poziomów, a także metody w nich zastosowane. Podstawą wyciągania wniosków w trakcie badań uzupełniających była głównie analiza wytworów pisemnych uczniów i pozwoliła ona m. in. wyodrębnić różne sposoby rozwiązywania poszczególnych zadań i ustalić metody najczęściej wybierane przez uczniów. Natomiast do celów badań klinicznych zastosowałam metodę nazwaną przeze mnie roboczo *metodą indywidualno-porównawczą*. W ogólnym zarysie polega ona na prowadzeniu badań i związanych z nimi analiz pewnymi etapami. Istotne jest następstwo w czasie kolejnych fragmentów badania. We wstępnej fazie mają one charakter interpretacji zachowań pojedynczych uczniów, następnie (po ustaleniu pewnych kryteriów) zachowania ich poddawane są analizie porównawczej, aż w końcu wyniki tych porównań znowu są źródłem wniosków indywidualnych. W skład *metody indywidualno-porównawczej* weszły m. in. następujące metody pośrednie:

- obserwacja nieuczestnicząca (technika obserwacji kategoryzowanej⁹) uczniów podczas rozwiązywania poszczególnych zadań z zestawu badawczego (połączona z rejestracją tzw. „głośnego myślenia” rozwiązującego);

⁹Technika obserwacji kategoryzowanej polega na obserwowaniu obiektów nie tylko z uwzględnieniem ogólnego celu obserwacji, lecz także poszczególnych jej aspektów, czyli różnych kategorii zachowania się. (Łobocki, M.: 1982, *Metody badań pedagogicznych*, PWN, Warszawa, s. 131)

- analiza dokumentów (wytworów pisemnych uczniów, protokołów z obserwacji oraz nagrań dokonanych przy pomocy dyktafonu);
- wywiady (I, II i III) składające się z zestawów pytań otwartych.

Wstępny etap analizy dotyczył rozwiązań zadań z zestawu badawczego obejmującego 20 zadań, sporządzanych przez poszczególnych uczniów w trakcie 4 sesji badawczych oraz protokołów z obserwacji¹⁰. Stał się on źródłem istotnego dla mnie, jako badacza, wniosku. Stwierdziłam, iż w całokształcie możliwych do wystąpienia zachowań osób rozwiązujących dane zadanie, wiele etapów przebiega podobnie, są jednak takie momenty, które w sposób istotny uczniów pomiędzy sobą różnią. Te właśnie momenty mogą informować obserwatora o tym, jaką postawę do rozwiązywania zadań ma dany uczeń. Przyjęłam zatem, iż niektóre z zachowań mogą być przejawem rodzaju komponentu behawioralno-poznawczego postawy tych uczniów. Powstała w ten sposób *lista fenomenów dotyczących poznawczego aspektu postawy*¹¹, zawierająca wybrane przeze mnie te rodzaje zachowań, które (w mojej interpretacji) informują obserwatora o poznawczym aspekcie działalności ucznia.

W kolejnym etapie mojego badania lista fenomenów stała się podstawą analizy porównawczej zachowań uczniów. Oznacza to, iż wszystkie materiały dokumentacyjne, uzyskane podczas prowadzonych obserwacji (tzn. prace uczniów i protokoły obserwacyjne), zostały jeszcze raz poddane analizie. Tym razem podstawę wyciągania wniosków stanowiły różnice i podobieństwa w zachowaniach poszczególnych uczniów pod kątem siedmiu wyróżnionych „fenomenów”.

Krótko skomentuję jeden spośród nich:

- *błądzenie na etapie poszukiwania sposobu rozwiązywania zadania.*

¹⁰ Analiza indywidualnych procesów pracy nad poszczególnymi zadaniami prowadzona była m. in. przy pomocy specjalnie opracowanej tzw. scheduły obserwacyjnej. Jest ona narzędziem stworzonym dla potrzeb obserwacji techniką kategoryzowaną i zawiera zestaw poszczególnych kategorii zachowania się uczniów, które są istotne z punktu widzenia zainteresowań obserwatora (Łobocki, 1892, s. 131). W przypadku prezentowanych tutaj badań scheduła zawierała listę szczegółowych potencjalnych zachowań uczniowskich w trakcie procesu rozwiązywania, i służyła odnotowywaniu zachowań występujących i niewystępujących w konkretnych procesach.

¹¹ Termin *fenomen* jest tutaj interpretowany w takim sensie, w jakim jest używany przez pracowników Seminarium z Dydaktyki Matematyki Uniwersytetu Karola w Pradze. Znaczenie tego terminu jest przyjęte od filozofa E. Husserla (Husserl, E.: 1974, *Idee czyściej fenomenologii i fenomenologicznej filozofii* lub Husserl, E.: 1990, *Idea fenomenologii, pięć wykładów*). W uproszczeniu można przyjąć, że „fenomen można rozumieć w sensie *p r z e j a w u*, w którym przejawia się coś obiektywnego rozpatrywanego tylko na tyle, na ile się właśnie w tych przejawach empirycznie przejawia” (Husserl, 1990, s. 7).

W rozważanym fragmencie analizy porównawczej starałam się odpowiedzieć na pytania:

- Czy uczeń zawsze podejmuje próbę rozwiązania postawionego mu zadania?
- Jaki charakter (schematyczny czy inny) mają wybierane przez ucznia sposoby rozwiązywania poszczególnych zadań?
- Co uczeń robi w przypadku, gdy nie ma gotowego schematu dla rozwiązania danego zadania?
- Co robi uczeń, jeśli pierwsza próba rozwiązywania nie kończy się sukcesem?

Obserwacje dokonane w trakcie badań pokazują, że na wyzwanie w postaci zadania danego uczniowi do rozwiązania może on zareagować przez:

- D1. *przyjęcie* — uczeń przyjmuje wyzwanie i zaczyna rzeczywisty proces rozwiązywania;
- D2. *ominięcie* — uczeń szuka procesu „zastępczego”, który pozwoli mu ominąć konieczność rozwiązywania zadania;
- D3. *rezygnację* — uczeń rezygnuje z próby rozwiązywania zadania¹².

Komentarza wymaga druga z wymienionych kategorii (D2). W odniesieniu do tego rodzaju zachowań uczniów zauważyć należy, iż w zależności od warunków, w jakich odbywa się proces rozwiązywania zadania, uczeń stosować może różne sposoby „ominięcia” tego procesu. Inaczej będą „omijać wyzwanie” uczniowie rozwiązując zadanie przy tablicy, inaczej podczas pisania klasówki, itd. W trakcie opisywanych badań obserwowane osoby pracowały samodzielnie, w obecności badacza — osoby sobie nie znanej. To spowodowało, że niektóre z nich podejmowały czynności mające utwierdzić obserwatora w mniemaniu, iż zaczął się rzeczywisty proces rozwiązywania, podczas kiedy on albo wcale się nie zaczął, albo też już dawno się skończył. A zatem w kategorii zachowań D2, wyróżniłam następujące „podkategorie”¹³:

- D2.a) *ominięcie* — *przez zwleknięcie z rozpoczęciem pracy* (np. uczeń czyta temat zadania kilkakrotnie, zaczyna go przepisywać (mimo, iż przy innych zadaniach tego nie robił), kreśli na kartce jakieś nieczytelne znaczki,

¹²Wymienione kategorie zachowań wymienia M. Hejný (Hejný, M.: 1995, Zmocňování se slovní úlohy, *PEDAGOGIKA XLV*, Pedagogická Fakulta Univerzity Karlovy w Praze, s. 386)

¹³Lista wymienianych „podkategorii” ma charakter roboczy i obejmuje tylko te rodzaje zachowań, które w miarę wyraźnie zarysowały się podczas prowadzonych obserwacji.

poprawia długopis. W rezultacie uczeń w ogóle nie przystępuje do rozwiązywania zadania, ale takiego zachowania nie można utożsamiać ze „zwykłą” rezygnacją z pracy);

D2.b) *ominięcie* — przez stosowanie zachowań „pseudopoznawczych” (rozważyć tu należy taką sytuację, w której uczeń podejmuje zachowania pozorujące odbywanie pracy myślowej nad rozwiązywaniem zadania, podczas kiedy prawdopodobnie taka praca się nie odbywa, np. kilkakrotne „poprawianie” linii rysunku, markowanie powtórnego przeliczania wcześniejszych rachunków itd.);

D2.c) *ominięcie* — przez asymilację jakiejś sytuacji z przeszłości, pozwalającej uniknąć rozwiązywania zadania (np. uczeń mówi: „Rozwiązywałem już kiedyś podobne zadanie lub nawet takie samo. Nie będę teraz tego powtarzał”. Inna uczennica natomiast stwierdza: „Robiliśmy kiedyś takie zadania. Pamiętam, że wtedy nie za bardzo mi to wychodziło. (...) Jeśli wtedy nie umiałam, to teraz na pewno tym bardziej”).

Podczas analizy porównawczej, w odniesieniu do rozważanego fenomenu różnicowaniu uległa także kategoria określona jako D1 (*przyjęcie*). Stwierdziłam, że niektórzy uczniowie odmiennie reagują na fakt, iż pierwsza podjęta próba rozwiązywania zadania nie przynosi spodziewanych efektów. Jedni z uczniów rezygnują z pracy, a inni podejmują kolejne próby. Interesujące jest również to, jaki charakter (schematyczny czy nietypowy) mają kolejne podejścia do rozwiązywania — jeśli takie występują. Analiza porównawcza pozwoliła mi zatem wyróżnić następujące „podkategorie” kategorii D1:

D1.a) *rezygnacja z kolejnych prób*;

D1.b) *podjęcie próby*:

D1.b₁) *w sposób schematyczny*;

D1.b₂) *w sposób twórczy*.

Wszystkie wymienione kategorie zachowań (w odniesieniu do *błądzenia na etapie poszukiwania sposobu rozwiązywania zadania*) łącznie można ująć w postaci tabeli 1 (str. 162).

W omawianej tu rozprawie doktorskiej podane są konkretne przykłady zachowań przytoczonych powyżej kategorii.

Podobnego usystematyzowania rodzajów zachowań starałam się dokonać w odniesieniu od innych wyróżnionych przeze mnie *fenomenów* (np. *przejawy autokontroli, zachowanie się w przypadku odkrycia popełnionego przez siebie błędu lub sposób wykorzystania przypadku szczególnego*).

Wszystkie wyróżnione kategorie poparte są przykładami. Taka „kategoryzacja” zachowań, będąca wynikiem analizy porównawczej, posłużyła następnie opisowi indywidualnych działań uczniów (z użyciem wypracowanego „języka kategorii”) i określenia pewnej stałości i częstości występowania określonych reakcji. Rezultatem tego rozbioru była możliwość „oceny” *postaw uczniów* (w ich aspekcie behawioralno-poznawczym) w kontekście realizacji wybranych do badań celów nauczania matematyki¹⁴, będąca pewną próbą diagnozy realizacji tych celów.

Na wyzwanie, jakim jest konieczność rozwiązania zadania nietypowego, uczeń może zareagować w następujący sposób: (D)					
przyjąć wyzwanie i rozpocząć proces rozwiązywania (D1)		ominać przez szukanie procesu zastępczego (D2)			zrezygnować z rozwiązywania (D3)
rezygnować z kolejnych prób (D1.a)	podjąć kolejne próby (D1.b)	przez zwleknięcie (D2.a)	przez zachow. „pseudopozn.” (D2.b)	przez asymilację (D2.c)	
	w sposób schemat. (D1.b ₁)				
	w sposób twórczy (D1.b ₂)				

Tabela 1.

W innej części rozprawy przedstawiam wyniki badań dotyczących emocjonalno-motywacyjnego komponentu *postaw uczniów*. Rezultaty tam przedstawione mają charakter wstępnych i hipotetycznych diagnoz, wymagających zapewne użycia bardziej doskonałych narzędzi i większej kompetencji badacza we wnioskowaniu dotyczącym psychiki ludzkiej. Podstawą formułowania hipotez stały się wypowiedzi dzieci w trakcie procesu rozwiązywania zadań, a także ich odpowiedzi na pytania specjalnie skonstruowanych wywiadów. Celem analizy było ustalenie nastawienia uczniów do wykonywanej czynności (w sensie: pozytywne, negatywne, zmienne w zależności od różnych czynników) oraz próba określenia rodzaju motywacji leżącej u podłoża podejmowanych przez uczniów czynności poznawczych, związanych z rozwiązywaniem zadań matematycznych. Rezultaty tej analizy pokazały, że nie udało się (w przypadku opisywanych tu badań) oddzielić motywacji „do rozwiązywania zadań” od motywacji „do uczenia się matematyki w ogóle”. Wyróżniłam zatem kilka rodzajów i podrodzajów motywacji sterujących działaniami uczniów, np. *motywacja socjalna (w kontekście klasy, w kontekście grupy rówieśniczej, w kontekście rodziny, itd.)*; *motywacja poznawcza (w kierunku intelektualnym, w kierunku*

¹⁴Podstawą oceny stało się porównanie postaw rysujących się w badaniu (czyli rzeczywiście występujących) do pozytywnego modelu postaw postulowanych w nauczaniu, np. postaw użytecznych przy rozwiązywaniu zadań, wspomnianych przez G. Polya (Polya, G.: 1975, *Odkrycie matematyczne*, WNT, Warszawa).

„produkcyjnym”); *motywacja moralna*; *obawa o brak postępów*, itd. Dokładne objaśnienia użytych tu określeń, a także przykłady zachowań i wypowiedzi uczniów, w których można dostrzec symptomy wymienionych rodzajów motywacji, znajdują się w rozprawie. Istotnym wnioskiem, który warto tutaj podkreślić, jest fakt, iż nie można u danego ucznia określić jednego tylko rodzaju motywacji; te „gatunki” się zazębiają, jeden może leżeć w drugim itd. Np. uczeń uczy się matematyki, żeby mieć dobre oceny, ale to nie wyklucza, iż interesuje go to, czego się uczy. Można dokonać obrazowego porównania całokształtu motywacji sterującej postępowaniem danego ucznia do wektora umieszczonego w pięciowymiarowej przestrzeni. Każda składowa tego *wektora motywacji* oznaczałaby siłę wyróżnionych przeze mnie w rozprawie rodzajów w całokształcie rzeczywistej motywacji ucznia. Taki wektor mógłby nas informować, że np. składowa socjalna jest niska, poznawcza również jest niska, ale moralna (poczucie obowiązku) jest wysoka. Taka znajomość skłonności ucznia mogłaby zapewne znacznie pomóc nauczycielowi.

Kilka wniosków przybliżane tu rozprawy:

- Badania i analizy opisywane w rozprawie prowadzone były przy założeniu, iż struktura nazywana *postawą* w ogóle istnieje. Jest to istotne założenie badawcze, gdyż można postawić hipotezę, iż możliwe jest, że to, co badacz określa mianem *postawa*, jest raczej konstrukcją obserwatora niż rzeczywistą cechą osoby badanej. Do takich wniosków skłaniają m. in. badania J. Masona¹⁵, a także pewne fragmenty dociekań opisanych w przedstawianej tu dysertacji.
- Możliwość ujawnienia się *postawy* w sposób zasadniczy zależy od kontekstu sytuacyjnego. Oznacza to, że przy formułowaniu wniosków dotyczących *postawy* nie można zaniedbywać wpływu otoczenia i warunków, w jakich uczeń pracuje. Badania opisywane w rozprawie dostarczyły przykładów takich zachowań, które zostały „wymuszone” przez specyficzne warunki badania (samodzielna praca pod okiem obserwatora), a które najprawdopodobniej nie ujawniłyby się w warunkach normalnych (np. w klasie szkolnej). Istotnym zatem wnioskiem jest to, iż mówiąc o *postawie* nie możemy mówić o układzie:

uczeń — zadanie

ale o układzie:

uczeń — zadanie — sytuacja.

¹⁵Ruffell, M., Mason, J., Allen, B.: 1998, Studying attitude to mathematics, *Educational Studies in Mathematics* 1, 1-18.

- Takie same zachowania poznawcze uczniów nie oznaczają takiej samej *postawy wobec zadań*. Badania dostarczyły wyraźnego przykładu na to, iż dwoje uczniów, postawę których nazwałam roboczo *postawą silnie zalgorytmizowaną*, przejawiało podczas badań bardzo podobne zachowania poznawcze, natomiast (w mojej interpretacji) istnieją zasadnicze różnice w powodach, dla których ci uczniowie podejmują takie, a nie inne działania obserwowalne.
- Wśród zaobserwowanych w badaniach postaw szczególnie wyraźnie zarysowała się wspomniana już *postawa silnego zalgorytmizowania*, charakteryzująca się, najogólniej mówiąc, wyraźnym nastawieniem na wykorzystywanie schematycznych metod rozwiązywania zadań oraz zupełną bezradnością w przypadku nieskuteczności tych metod. Można wysunąć niepokojący wniosek, że skoro w tak wąskim badaniu taka postawa występuje stosunkowo mocno i często — również podobnie jest w rzeczywistości szkolnej.
- *Postawa ucznia* „zaczyna się” od emocji. Badania tu opisywane dostarczyły przykładu na to, że poznawczy komponent *postawy* zmienia się po zmianie w sferze motywacji ucznia i to zmienia się w sposób zasadniczy.
- Obserwacja ograniczona tylko do procesu rozwiązywania zadań, nie może stanowić podstawy do orzekania o rodzaju postawy wobec zadań. W trakcie trwania procesu rozwiązywania zadania, niewiele możemy dowiedzieć się o uczuciach osoby rozwiązującej. Możemy zauważyć np. jakie czynności matematyczne wykonuje chętniej, jakie zadania lubi rozwiązywać, jaki pogląd na matematykę ujawnia się w wykonywanych przez tę osobę czynnościach, itd. Natomiast niewiele dowiadujemy się o motywacji danej osoby (a szczególnie o rodzaju tej motywacji). Tu potrzebne są inne jeszcze narzędzia (wywiady, kwestionariusze, ankiety, itd.).

Na zakończenie rozprawy proponuję kilka kierunków dalszych badań, w tym m. in. przeniesienie pewnych fragmentów zastosowanej *metody indywidualno-porównawczej* do praktyki nauczania (tak, aby mogła stać się „narzędziem” dla nauczyciela), udoskonalenie metod i narzędzi badania emocjonalno-motywacyjnego komponentu postawy, a także dalsze studia dotyczące funkcjonowania struktury zwanej *postawą ucznia* wobec zadań, matematyki jako przedmiotu szkolnego itd.