



Lech Kłosowski,
Maria Sznajder
Akademia Pedagogiczna, Kraków

Przykłady osvajania pojęć matematycznych za pomocą metafor niekonwencjonalnych przez dzieci niesłyszące¹

„Porozumiewanie się jest oparte na tym samym systemie pojęciowym, jakiego używamy wówczas, gdy myślimy i działamy, język jest istotnym źródłem wiedzy o tym, jaki jest ten system.”

G. Lakoff, M. Johnson

1 O matematyce i języku matematyki

Matematykę jako naukę można analizować z dwóch różnych punktów widzenia: jako produkt specyficznej aktywności człowieka lub jako samą tę aktywność. Drugi punkt widzenia wymaga trudnych analiz nie tylko z dziedziny matematyki czy dydaktyki matematyki, ale i między innymi także z dziedziny psychologii czy językoznawstwa. Aktywność matematyczna człowieka to w ogromnym stopniu aktywność w sferze specyficznego dla tej nauki języka i głównie poprzez ten język uzewnętrzniana. Matematyczny język różni od języków innych dyscyplin to, że jest on nie tylko tworzoną w miarę potrzeb środkiem wyrażania idei, ale i sprawnym narzędziem służącym do rozwiązywania różnych zagadnień. Na przestrzeni dziejów matematyka i jej język wzajemnie na siebie oddziaływały (przyjęcie odpowiedniej symboliki wpływało

¹Autorzy (L. Kłosowski — nauczyciel matematyki w szkole specjalnej dla dzieci niesłyszących w Krakowie, M. Sznajder — dydaktyk matematyki w AP w Krakowie) od kilkunastu lat prowadzą badania nad uczeniem się matematyki przez dzieci niesłyszące; są autorami szeregu podręczników-zeszytów ćwiczeń do matematyki dla dzieci niesłyszących.

stymulująco na rozwój całych dziedzin tej nauki) i od początku stanowiły zintegrowaną całość (Krygowska, 1977). Lingwistyczne aspekty matematyki i ich wpływ na nauczanie od dawna interesują dydaktyków. U podstaw tego zainteresowania leżą następujące fakty:

- przyswajanie przez uczniów matematycznych treści, niezależnie od poziomu nauczania, wiąże się z rozwijaniem specyficznego dla tej nauki języka,
- język, jakim posługują się uczniowie na lekcjach odzwierciedla stan rozwoju pojęć matematycznych dzieci,
- większość trudności pojawiających się na lekcjach matematyki może być analizowana w kategoriach językoznawstwa. (Mogą one dotyczyć kwestii znaczeń, symboli i rzeczy symbolizowanych oraz składni.)
- poznanie struktury języka matematyki przyczynia się do wzbogacenia wiedzy z zakresu nauczania, uczenia się i komunikacji na lekcjach tego przedmiotu.

Z punktu widzenia dydaktyki, wartościowe wydaje się spojrzenie na matematykę jak na pewien specyficzny język (*mathematics as a language*). Taka identyfikacja pozwala analizować uczenie się matematyki w kategoriach takich samych procesów jakie zachodzą w przyswajaniu przez dziecko pierwszego języka lub języka obcego. Z tego punktu widzenia, analiza nowoczesnych metod nauczania języków mogłaby być inspirująca dla nauczania matematyki (Pimm, 1987).

2 Metafora w języku szkolnej matematyki

Wszechstronna analiza języka szkolnej matematyki i komunikacji na lekcjach tego przedmiotu, przeprowadzona przez D. Pimma w duchu językoznawstwa kognitywnego ujawniła, że podobnie jak we wszystkich językach naturalnych, centralnym składnikiem języka szkolnej matematyki jest metafora (Pimm, 1987). Źródłem wszelkich metafor jest dostępne, nawet bardzo małym dzieciom, myślenie przez analogie. Dzięki temu rodzajowi myślenia i metaforom możliwe jest mówienie o rzeczach, których nie można zobaczyć, dotknąć, czy usłyszeć. Większość kategorii, którymi posługujemy się na co dzień ma właśnie metaforyczny charakter. Są to pojęcia, które dają się częściowo zrozumieć za pośrednictwem innych pojęć. Najogólniej, metaforyczne określanie pojęcia polega na uwypukleniu jakiegoś jego aspektu w terminach właściwych dla innego pojęcia. By ogarnąć pojęcie w całości, tzn. ujawnić jego pozostałe

cechy, trzeba odwołać się poprzez metafory i dostrzeżone analogie do kilku różnych pojęć (Lakoff, Johnson, 1988). W obrębie języka szkolnej matematyki D. Pimm wyróżnia dwie grupy metafor:

- I. metafory pozamatematyczne (niekonwencjonalne lub konwencjonalne)
- II. metafory strukturalne.

Pozamatematyczne metafory niekonwencjonalne to metafory „osobiste”, tworzone na własny użytek, trudne do upowszechnienia, gdyż w szczególny sposób odwołują się do jednostkowych doświadczeń, często w szerszym kontekście nielogiczne. Pozamatematyczne metafory konwencjonalne to takie, które są powszechnie akceptowane i przyjmowane w nauczaniu np. równanie to równowaga, funkcja to maszyna przekształcająca, ułamek to część, plus to mieć, a minus to być winnym itp. Druga grupa to metafory strukturalne, mające swe źródła w samej matematyce. Rozwijając matematyczne idee (pojęcia, definicje, twierdzenia, notacje) często postępuje się tak, że pewne ich aspekty uwypukla się i rozszerza po to, by swym zasięgiem objęły szerszą klasę obiektów niż ich początkowy załączek. Można tu mówić o metaforze, gdyż nowy sens będący wynikiem takiego postępowania nie odpowiada bezpośrednio pierwotnemu kontekstowi i nie jest do niego tylko ograniczony. Określenie metafora strukturalna uzasadnione jest tym, że pewne elementy matematycznej struktury wyjściowego pojęcia zostały przeniesione na szerszy zbiór elementów niż wyjściowy. Oto kilka przykładów:

- dodawanie liczb naturalnych rozciągnięte na dodawanie odcinków na prostej,
- mnożenie liczb naturalnych rozciągnięte na mnożenie ułamków,
- dodawanie i odejmowanie liczb naturalnych rozciągnięte na dodawanie i odejmowanie liczb całkowitych,
- sposób notowania potęg o wykładnikach naturalnych zastosowany, do potęg o wykładnikach wymiernych, czy niewymiernych.

Szczególnymi przypadkami metafor strukturalnych są metafory notacyjne, np.:

- kreska ułamkowa to znak dzielenia,
- „2” i „+2” oznacza tę samą liczbę,
- znak „-” może być znakiem działania albo znakiem liczby.

3 Przykłady pozamatematycznych metafor niekonwencjonalnych tworzonych spontanicznie przez dzieci niesłyszące

Tworzone przez dzieci niesłyszące metaforyczne określenia nowych zjawisk czy rzeczy poznawanych na lekcjach np. języka polskiego, historii lub biologii, są powszechnie akceptowane. Dostrzeżenie przez dziecko analogii i wyrażenie jej w formie metafory w powszechnym przekonaniu świadczy o jego aktywnym uczestnictwie w lekcji, spostrzegawczości czy ogólnych zdolnościach. Taka aktywność ucznia jest powszechnie akceptowana, a jego spostrzeżenia rzadko bywają lekceważone. Dla ilustracji posłużymy się przykładem sytuacji, która miała miejsce w klasie piątej, w czasie zajęć z biologii. Niesłyszący uczniowie oglądali film poświęcony roli mrówek w ekosystemie lasu. Po sekwencji scen pokazujących jak mrówki polują na owady szkodniki, jeden z uczniów zapytał: *Mrówki równo policja?* Chłopiec został za swoją spostrzegawczość pochwalony, a nauczycielka wyjaśniła pozostałym dzieciom, dlaczego takie określenie jest trafne. Poprosiła ich jednocześnie, by wskazali różnicę między pracą mrówek a pracą policji (np. policja nie zjada tych, których zamyka w areszcie). Dyskusje podsumowano wnioskiem, że także inne „owady – policjanci” to owady pożyteczne. Nie trzeba nikogo przekonywać, że dzięki metaforze „mrówki to policja” znaczenie mrówek dla życia lasu stało się bardziej zrozumiałe. Metafora, o której mowa w przykładzie, nie odzwierciedla w pełni funkcji, jaką spełniają mrówki w swoim środowisku. Pozwala za to dziecku skupić się na jednym aspekcie tej funkcji (walka ze szkodnikami), ujmuje tę funkcję skrótowno oraz wyraża w kategoriach dobrze znanych dziecku. Dzięki myśleniu metaforycznemu dziecko ulokowało nowe pojęcie wśród innych „jego własnych” pojęć, innymi słowy oswoiło je. Na lekcjach matematyki do twórczości dzieci w dziedzinie języka podchodzi się raczej ostrożnie, a w dziecięcych pomysłach dostrzega się częściej zagrożenie dla ostatecznych rezultatów nauczania, niż możliwości ich wzbogacenia. Takie podejście może wynikać ze stereotypowego myślenia o matematyce jako o przedmiocie ścisłym. Ta legendarna ścisłość bywa przyczyną braku elastyczności w podejściu do nauczania matematyki. Panuje przekonanie, że lepiej od początku wdrażać dziecko do stosowania matematycznie poprawnych metod i języka, niż akceptować zachowania „niematematyczne” — np. posługiwanie się określeniami, które i tak po pewnym czasie trzeba odrzucić. Sztywność postaw w tej dziedzinie charakteryzuje nie tylko nauczycieli uczących w tradycyjny sposób tzw. matematyki gotowej, ale i tych, których działania dydaktyczne są nowoczesne i którzy starają się kształtować na lekcjach warunki do tworzenia przez ucznia jego tzw. matematyki

własnej. Z obserwacji aktywności matematycznej dzieci niesłyszących wynika, że bez względu na to, jaki stosunek do twórczości dzieci w dziedzinie języka ma nauczyciel matematyki, myśl dziecka nie rezygnuje ze swobody. Niechętny stosunek nauczyciela do tej twórczości sprawia, że traci on szansę poznania, jak kształtują się dziecięce intuicje pojęć. Obserwacja przejawów aktywności matematycznej dziecka prowadzona z ograniczonego, formalistycznego punktu widzenia, uniemożliwia dostrzeżenie tych wartości, które ujawniają się, jeżeli na zagadnienie rozwoju pojęć spojrzeć się od strony języka. Analiza zachowań językowych, stanowiących wyraz aktywności poznawczej dzieci niesłyszących, ukazuje specyfikę tej aktywności. Zarazem jednak otwiera interesujące perspektywy działań dydaktycznych. Przedstawiony niżej materiał został zebrany w czasie obserwacji aktywności matematycznych uczniów w naturalnych warunkach szkolnych (na lekcjach prowadzonych przez autora). Przytoczone przykłady ilustrują proces osvajania przez dzieci niesłyszące nowych pojęć za pomocą metafor. Analizowane metafory należą do grupy pozamatematycznych metafor niekonwencjonalnych. Tak jak wspomniano wcześniej, metafory z tej grupy mają bardzo indywidualny charakter, są tworzone na potrzeby chwili i bywa, że są zupełnie niezrozumiałe dla innych, którzy patrząc na to samo dostrzegają zupełnie inne analogie. W każdym jednak przypadku, próba ujęcia dostrzeżonej analogii w słowa jest działaniem mającym na celu oswojenie nowego pojęcia. To osvajanie to nic innego jak próba ulokowania tego pojęcia w systemie pojęć dobrze przyswojonych. Wysiłki te mogą czasami okazać się nieskuteczne, mogą prowadzić do nieporozumień, do pewnego usztywnienia myśli dziecka lub wręcz do błędu. Wszystkie takie próby, udane i nieudane, są niezmiernie ważne, gdyż stanowią rodzaj doświadczenia kształtujący system pojęciowy dziecka, poprzez wskazywanie zakresu pojęcia i tego, co poza ten zakres wykracza. Niżej podano przykłady metafor, które spełniły swoje zadanie tzn. pomogły dziecku ośwoić pojęcie na początkowym etapie jego kształtowania, a na dalszych etapach jego opracowywania zostały samorzutnie porzucone:

- „pole to kratki”,
- odległość to „najkrótsza droga”,
- litera (niewiadoma, zmienna, parametr) to „tajemnica”,
- wierzchołki (figur płaskich, brył) to „szczyty gór”,
- proste (odcinki) równoległe „są podobne do znaku: =” ,
- proste (odcinki, ściany) są prostopadłe gdy „upadają prosto” jeden na drugi,
- krawędź (bryły) to „nóż”,

- „pół” to inaczej „część”
- bryły „mają ciało” — „można je złapać”,
- ułamek może być „gruby” lub „chudy”,
- skrócić ułamek to „zamienić dużo chudych na mało grubych”,
- liczba naturalna ma „ogon i kręgosłup”,
- dodawanie liczb całkowitych to „wojna” (liczby przeciwnych znaków to wrogowie, liczby jednakowych znaków to „koledzy”).

Wszystkie wymienione wyżej metaforyczne opisy były wyrażane przez dzieci werbalnie oraz za pomocą znaków języka migowego lub opisowych gestów. Wśród podanych przykładów są metafory bardziej złożone i takie, których źródła można się łatwo domyśleć: „pole to kratki”; odległość to „najkrótsza droga”; litera (niewiadoma, zmienna, parametr) to „tajemnica”. Najprostsze metafory są wynikiem poszukiwania uzasadnienia dla nazw matematycznych: „wierzchołek” jest tym samym słowem, którego używa się na lekcjach geografii i oznacza coś podobnego; rdzeń słowa „równoległy” to równo, a równo to znak „=” zatem równoległe (odcinki, proste) oznacza: ułożone podobnie jak kreski w znaku równości; „prostokąt” brzmi jak zlepek dobrze znanych słów: „prosto” i „upadł”, a układ linii pion — poziom stanowi przykład „prostego” upadku. Niektóre metafory powstają przypadkowo, np. w kontakcie z materiałem, którym dzieci manipulują na lekcji. Metafora: „krawędź to nóż” powstała, gdy uczeń wodził palcem po krawędziach modelu prostokątnianu i zauważył, że może sobie w ten sposób rozciąć palec podobnie jak nożem. W tym samym momencie dzieci stworzyły własny znak migowy na oznaczenie słowa krawędź. Znak ten skrótowo opisywał rozcinanie palca na ostrzu noża. Uczniowie spostrzegają też bardziej złożone analogie i tworzą metafory odzwierciedlające np. własności obiektów, pewną wewnętrzną złożoność pojęć, relacje między elementami jednej struktury.

Przykład 1. *Pół to inaczej część.*

Uczniowie klasy V poznają ułamki. Wszyscy poprawnie wykonują ćwiczenia odwołujące się do rozumienia ułamka jako części pewnej całości. Jednak w sytuacji pozalekcyjnej, gdy poproszono ucznia by rozdał 5 jabłek między 4 uczniów i zapytano jednego z obdarowanych: *Ile jabłek dostałeś?* Odpowiedział: *Jeden i pół*. Na kartce jednak zapisał poprawny wynik tego dzielenia: $1\frac{1}{4}$ i poprawnie go przeczytał. Podobne sytuacje zdarzały się często. Po ich głębszej analizie okazało się, że uczniowie w okresie nauczania początkowego, wbrew intencjom nauczyciela, nadali słowu *pół* znaczenie *część*,

ponieważ pierwszym poznany przez nich słowem opisującym coś, co nie stanowi całości, było właśnie słowo *pół*. Takie postępowanie wymusiły naturalne sytuacje i potrzeba porozumienia się. Słowo to, w zależności od kontekstu mogło oznaczać połowę lub część. Uczniowie nie mieli kłopotów z rozpoznaniem znaczenia, gdy porozumiewali się między sobą. Problemy pojawiały się, gdy trzeba było porozumieć się z nauczycielem. Słowo *pół* było słowem wieloznacznym także dla uczniów starszych klas. Zaobserwowano, że wielu z nich, w sytuacjach pełnej swobody, w dyskusjach między sobą czy z niesłyszącymi rodzicami, czytało ułamki dziesiętne inaczej niż oczekiwalby tego nauczyciel np.: 2,5 — *dwa pół pięć*, 3,15 — *trzy pół piętnaście*, itd. Niektórzy uczniowie próbowali wyjaśnić nauczycielowi sens takiego czytania. Najciekawsze wyjaśnienie brzmiało: *Najpierw mówię ile jest całych. Jak mówię pół, to wiem, że potem jest ułamek*. Słowo *pół* zastępowało słowo „przecinek”, miało — jak wynika z przytoczonego wyjaśnienia — także funkcję słowa wprowadzającego część ułamkową liczby.

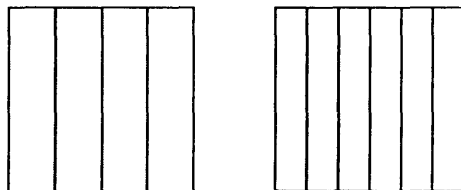
Przykład 2. *Bryły można złapać — mają ciało.*

Na lekcji geometrii nauczyciel pokazał dzieciom model prostopadłościanu i zapytał, co to jest. Uczniowie, pewni siebie, nazwali oglądany przedmiot prostokątem. Następnie pokazał im rysunek prostokąta i zadał to samo pytanie. Uczniowie, nieco się zawahali, lecz znowu udzielili takiej samej odpowiedzi. W dalszej części lekcji nauczyciel wprowadził nazwę prostopadłościan, a uczniowie wskazywali różnice między prostokątem i prostopadłościanem. Podsumowaniem tej części lekcji było spostrzeżenie, że prostokąt ma tylko dwa wymiary (długość i szerokość), a prostopadłościan trzy (długość, szerokość i wysokość). Następnie obiekty dwuwymiarowe nazywano figurami płaskimi, a trójwymiarowe bryłami, a uczniowie podawali przykłady brył i figur płaskich znajdujących się w ich otoczeniu. Na koniec, na tablicy nad rysunkami figur przypięto nazwę „figury płaskie”, a nad modelami brył naklejonymi na kartki z bloku technicznego nazwę „bryły”. W tym momencie jeden z uczniów krzyknął: *Wiem, bryły można złapać — mają ciało*. Podszedł do tablicy i próbował złapać prostokąt narysowany na kartce. Wyjaśniał, że nie można tego zrobić. Podszedł do modelu prostopadłościanu naklejonego na kartce i objął go palcami. Wyjaśnił: *To mogę złapać*. Później, w sytuacjach, gdy trzeba było nazywać różne figury uczniowie wyraźnie odwoływali się do interpretacji bryły podanej przez tego ucznia.

Przykład 3. *Ułamek może być gruby lub chudy.*

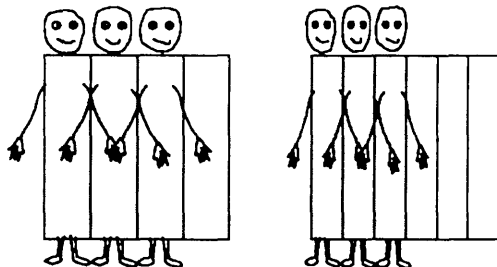
W czasie lekcji poświęconej porównywaniu ułamków uczniowie wykonywali ćwiczenia przygotowane przez nauczyciela. Pierwsze z nich pole-

gało na porównywaniu ułamków o jednakowych licznikach zinterpretowanych graficznie, w drugim ćwiczeniu takiej interpretacji przed porównaniem ułamków uczniowie mieli dokonać samodzielnie. Ćwiczenie trzecie polegało na porównaniu ułamków o jednakowych licznikach bez ilustrowania danych ułamków na rysunkach. Zaproponowana przez nauczyciela interpretacja graficzna była tak pomyślana, by umożliwiała porównywanie ułamków na podstawie jednego wymiaru rysunku tzn. szerokości zamalowanej części kwadratu. Wszyscy uczniowie wykonali dwa pierwsze ćwiczenia poprawnie, jedynie w trzecim ćwiczeniu popełnili kilka błędów. Nauczyciel wyraził swój podziw dla wyników ich samodzielnej pracy i zapytał, skąd wiedzą, który ułamek jest większy, gdy nie widzą rysunku.



rys. 1.

Jeden z uczniów wyjaśnił: *Bo np.: $\frac{3}{4}$ to 3 grube, a $\frac{3}{6}$ to 3 chude. 3 grube razem są ciężkie — dużo, a 3 chude lekkie — mało.* Następnie, by być bardziej przekonującym, dorysował paskom główki i kończyny. Gdy nauczyciel zapytał, który z ułamków jest większy $\frac{3}{10}$ czy $\frac{7}{10}$, uczeń po krótkim namyśle odpowiedział poprawnie i wyjaśnił z pomocą rysunku: *3 chude to mało, a 7 chudych to dużo.* Ta interpretacja innym uczniom wydała się zrozumiała i była przez nich spontanicznie, wielokrotnie wykorzystywana. Nauczyciel zdecydował się nie podawać żadnej reguły typu: z dwóch ułamków o jednakowych licznikach ten jest większy, którego mianownik jest mniejszy. Do tej dziecięcej interpretacji powracano wielokrotnie np. przy skracaniu ułamków, które dzięki temu wyobrażaniu mogło być rozpatrywane w bliskich dziecku kategoriach. Skracanie ułamków miało zatem pewną konkretną treść — mogło być rozumiane metaforycznie, jako „zastępowanie wielu chudych mniejszą liczbą grubych”.

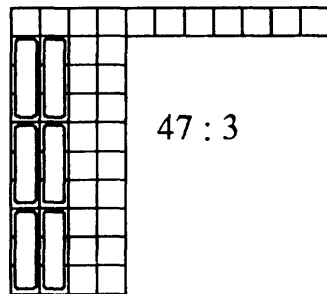


rys. 2.

Przykład 4. Liczba ma ogon i kręgosłup.

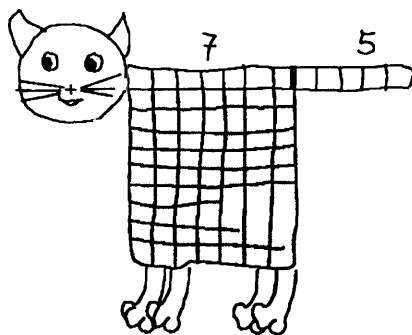
Zadaniem jedenastoletnich uczniów niesłyszących klasy piątej było odkrycie cechy podzielności przez 3 i przez 9. W tym celu najpierw manipulowali oni materiałem konkretnym, przygotowanym przez nauczyciela: płytkami

długości trzech kratek i podłogą stanowiącą w istocie konkretyzację określonej liczby dwucyfrowej. Należało odpowiedzieć na pytanie: *Czy wybraną podłogę można wyłożyć wskazanymi płytkami?* (płytek nie wolno łamać). Gdy w interpretacji podłoga — płytki dostrzeżono problem matematyczny: czy liczbę można podzielić bez reszty przez 3, uczniowie nadal odwoływali się do wcześniejszych rysunków. Jeden robił to jednak inaczej niż pozostali. Na pytanie: *Czy liczbę 75 można podzielić bez reszty przez 3?* Odpowiedział: *Tak, bo ma dobry kręgosłup: 12*. Poproszony o wyjaśnienie, nieco zawstydzony, wykonał na tablicy rysunek kota.



rys. 3.

Kręgosłup okazał się sumą cyfr liczby 75, a ogon cyfrą jedności. Zdaniem nauczyciela opatrzenie rysunków taką dalece nie-matematyczną treścią było możliwe prawdopodobnie dlatego, że na wcześniejszych lekcjach, poświęconych odkrywaniu cech podzielności przez 2 i przez 5, część rysunku przedstawiającą jedności nauczyciel nazywał kilkakrotnie ogonem. Było to z jego strony pewną nieostrożnością, gdyż z założenia rysunek przedstawiał podłogę. Ostatecznie, gdy okazało się, że mówienie o kręgosłupie i ogonie liczby trzy, czterocyfrowej nie prowadzi w tej klasie do nieporozumień, posługiwano się tą terminologią przez kilka następnych lekcji.



rys. 4.

Przykład 5. Dodawanie liczb całkowitych to wojna.

Uczniowie klasy VI poznawali liczby całkowite w oparciu o symboliczny opis ruchu na pionowej prostej. Dzieci poruszały się po szczeblach drabinek na sali gimnastycznej, w górę i w dół, według symbolicznego zapisu tego ruchu zaproponowanego przez nauczyciela. Symbol $\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow$ oznaczał pięć kroków w górę, a $\downarrow\downarrow$ trzy kroki w dół. Wszyscy wspólnie zastanawiali się, jakim jednym ruchem można zastąpić takie dwa ruchy i zapisywali wynik takich poszukiwań: $\uparrow\uparrow$. Kolejny etap polegał na działaniu najpierw na symbolach, a potem ich interpretowaniu na pionowej osi liczbowej: $(\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow) + (\uparrow\uparrow) = (\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow)$, $(\downarrow\downarrow) + (\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow) = (\uparrow)$, itp. Na kolejnych lekcjach pierwotny, symboliczny opis ewoluował: $\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow \Rightarrow 5\uparrow \Rightarrow +5$, $\downarrow\downarrow \Rightarrow 2\downarrow \Rightarrow (-2)$. Nauczyciel cały czas zachęcał

uczniów do słownego interpretowania pojawiających się zapisów w konwencji, którą wprowadził na początku. Po pewnym czasie okazało się, że uczniowie doskonale radzą sobie z działaniami na symbolach, ale niechętnie je interpretują. Na jednej z kolejnych lekcji uczniowie zaproponowali nauczycielowi własną interpretację. Wyjaśniali: $(\downarrow\downarrow\downarrow) + (\uparrow\uparrow\uparrow) = (\uparrow)$, *to jak wojna: $\downarrow\downarrow\downarrow$ na przykład Niemcy — słabi, mają tylko 3 rakiety, $\uparrow\uparrow\uparrow$ na przykład Polska — silna, ma 4 rakiety. Polska wygra, bo zostanie jedna rakietą*. Wyjaśnienie było wzbogacone o gesty opisujące start rakiet lecących z przeciwnych kierunków, które zderzały się w powietrzu i znikaly. Poproszeni o zinterpretowanie w nowej konwencji zapisu $(\uparrow\uparrow\uparrow) + (\uparrow\uparrow) = (\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow)$, wyjaśniali: *tu Polska, Polska — koledzy, nie ma wojny, razem silni, mają 6 rakiet*. Uczniowie dostrzegli inną analogię niż ta, na którą wskazywał nauczyciel. Początkowo nauczyciel nie zdawał sobie sprawy z tego faktu. Na kolejnych lekcjach jednak podjął wyzwanie i odwoływał się do interpretacji uczniowskiej, ale nie rezygnował z innych interpretacji (np. jako ruch czy dodawanie wektorów na osi). Uczniowska interpretacja wzbogacała treść nowego pojęcia i oswajała je, włączając do systemu pojęć już przez uczniów opanowanych.

4 Uwagi końcowe

Analiza przedstawionego wyżej materiału stanowi próbę zrozumienia w jaki sposób dzieci niesłyszące starają się „oswoić” nowe pojęcia, na jakim poziomie abstrakcji odbywa się ten proces, a także jakie działania wzbogacające proces dydaktyczny w związku z nim można podejmować. Upoważnia też do sformułowania wzmocnionych hipotez:

- myślenie dzieci niesłyszących, mimo ubóstwa doświadczeń językowych, ma metaforyczny charakter. Dziecko sprowadza abstrakcyjne działania do poziomu bliskich mu doświadczeń. Im indywidualne doświadczenie dziecka uboższe, tym prostsze odniesienia. Na poziomie piątej, szóstej klasy nazwy pojęć, terminy matematyczne, wcześniej opracowane, nie są jeszcze na tyle ugruntowane, aby uczeń mógł nimi swobodnie operować. Być może również dlatego dla oswojenia nowego pojęcia, niesłyszące dziecko szuka analogii, metafor ze świata realnego, rzadko lub wcale nie odwołuje się do wcześniejszych doświadczeń z matematyki,
- pozamatematyczne metafory niekonwencjonalne budowane przez dzieci mogą dobrze służyć zrozumieniu pojęć i — być może — warto je upowszechnić w nauczaniu matematyki dzieci niesłyszących. W konsekwencji metafory te mogłyby pretendować do miana pozamatematycznych metafor konwencjonalnych,

- stosowanie sformalizowanego języka na początkowych etapach kształtowania pojęć może być szkodliwe. Jeżeli na tym etapie dziecko coś rozumie, to na pewno nie w kategoriach języka formalnego. Wystarczy, gdy działa według określonych reguł na obiektach stanowiących integralną część pewnego realnego i zrozumiałego kontekstu. Wydaje się zasadne takie postępowanie nauczyciela, które pozwala dziecku swobodnie badać przykładowy materiał, wyrażać dostrzeżone relacje i własności w jego własnym języku. Dopiero potem, biorąc za punkt wyjścia te dziecięce spostrzeżenia, należy przystąpić do właściwego opracowania zagadnienia.

Literatura

- K r y g o w s k a, Z.: 1977, *Zarys dydaktyki matematyki*, WSiP Warszawa.
- P i m m, D.: 1987, *Speaking Mathematically. Communication in Mathematics Classrooms*, Routledge & Kegan Paul, London and New York.
- L a k o f f, G., J o h n s o n, M.: 1988, *Metafory w naszym życiu*, PIW Warszawa.

Examples of familiarizing with mathematical concepts using metaphors created by deaf children

S u m m a r y

This article presents the material collected during the observation of mathematical activities of ten- and eleven-year-old deaf pupils in their natural school setting and contains examples of extra-mathematical metaphors created spontaneously by them during maths lessons in order to familiarize themselves with new mathematical concepts. The analysis of the given examples leads to the conclusion that the thinking of deaf pupils, although different from hearing students' perception of reality and different linguistic experience, has metaphorical character. Some of the extra-mathematical unconventional metaphors created by some pupils demonstrate their usefulness in developing new mathematical ideas and may be easily acquired by other deaf pupils. These metaphors deserve to be disseminated so that they may become extra-mathematical conventional metaphors in the education of the deaf.