



Wybrane z ZDM, część V

Niniejszy wybór obejmuje numery 3, 4, 5 oraz 6 z tomu 29 (1997) i numer 1 z tomu 30 (1998). Artykuły przeglądowe z numeru 3 (t. 29) dotyczą ważnego problemu kreatywności uczniów. Szczególnie godny polecenia jest artykuł E. Pehkonena. W numerach 4 oraz 5 (t. 29) znalazło się sporo prac, poruszających zagadnienie wykorzystania komputerów do nauki matematyki. Artykuły te omówię z dużą przyjemnością, bo dotyczą problematyki, która wydaje mi się w nauczaniu matematyki bardzo ważna.

1. Artykuły

P e h k o n e n, E.: 1997, The state-of-art in mathematical creativity, *ZDM*, 29(3), 63-67.

Kreatywność nie dotyczy wyłącznie tzw. przedmiotów kreatywnych w szkole, czy też matematyki, fizyki szkolnej, pojawia się także w życiu codziennym. Uwaga ta posłużyła autorowi do wprowadzenia za fińskim neuropsychologiem Matti Bergströmem pojęć „codziennej kreatywności” i „niedzielnej kreatywności”. Kreatywność według Bergströma to taka aktywność człowieka, kiedy pojawia się coś nowego i nieoczekiwanego; codzienna kreatywność to znajdowanie nowych związków, skojarzeń z elementami, które znamy.

W szkole dość powszechnie stosuje się metodę „uczenia się od mistrza”, tzn. nauczyciel pokazuje, demonstrowa, a uczniowie naśladują. Metoda ta, mimo że bardzo atakowana, jest jednak najczęściej stosowaną w szkole. Autor opowiada się zdecydowanie jako zwolennik nauczania problemowego, zwracając uwagę na to, że rozwiązywanie zadań rozwija zdolności poznawcze, poprawia kreatywność (niedzielną) i motywuje uczniów do uczenia się matematyki. Zwraca się uwagę na badania amerykańskie z 1979 roku, przeprowadzone wśród 10.000 nauczycieli, dyrektorów szkół, przedstawicieli rodziców, rad szkół i edukatorów. Okazało się, że we wszystkich tych grupach najwyższym cenionym elementem podstaw programowych była umiejętność rozwiązywania zadań. W artykule przytacza się wyniki podobnych badań przeprowadzonych w Finlandii.

Bardzo ciekawe w artykule są informacje o badaniach neurologicznych dotyczących myślenia: lewa półkula stymuluje procesy sekwencyjne, prawa zaś specjalizuje się w procesach równoległych. Z badań tych wynika na przykład, że nadaktywność lewej półkuli może prowadzić do zahamowania kreatywności. Wiąże się to z nadmiernym naciskiem na nauczanie reguł i algorytmów, które mają charakter sekwencyjny. W związku z tym, równowaga między kreatywnością a logiką jest bardzo ważna. Jeśli zwraca się zbyt dużą uwagę na logiczną dedukcję, to zdolności kreatywne mogą być zmniejszone, i odwrotnie. Na zakończenie pojawia się ważna przestroga: należy unikać tworzenia metodologii rozwiązywania zadań jako przedmiotu nauczania na studiach nauczycielskich, bo może to przerodzić się w nauczanie zbioru reguł, jak rozwiązywać zadania, a to oznacza kres kreatywności.

H a y l o c k, D.: 1997, Recognising mathematical creativity in schoolchildren, *ZDM*, 29(3), 68-74.

Jak rozpoznać kreatywność ucznia? Autor przygotował zestaw zadań dla uczniów 11-12 letnich. W zadaniach tych istotne jest zapobieganie tzw. fiksacji, przyzwyczajeniu do jednej metody, jednego algorytmu.

Silver, E. A.: 1997, Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing, *ZDM*, 29(3), 75-70.

Autor stara się dowieść, że kreatywność w matematyce może być osiągnięta nawet przez przeciętnego ucznia. Jest to kwestią dobrego, umiejętnego nauczania. Autor swoją metodę generowania, pobudzania matematycznej kreatywności opiera na rozwiązywaniu zadań i tworzeniu własnych zadań. Autor polemizuje z opinią, że kreatywność objawia się wyłącznie u osób utalentowanych. Podaje m.in., że kreatywność nie zawsze jest błyskiem geniuszu, ale często jest wynikiem długiej pracy nad problemem, wiedzy na jego temat. W artykule przytoczono doświadczenia amerykańskie i holenderskie — zastosowano metodę „Build-a-book” (przygotuj książkę); metoda ta polega na przygotowywaniu podręczników przez uczniów, a także opisywaniu przez nich swoich odkryć.

Leung, S-K. S.: 1997, On the role of creative thinking in problem posing, *ZDM*, 29(3), 81-85.

Autor swoje rozważania na temat kreatywności uczniów koncentruje na problemie stawiania problemów. Twierdzi, na podstawie przeprowadzonych badań, że stawianie problemów to umiejętność wrodzona.

Hashimoto, Y.: 1997, The methods of fostering creativity through mathematical problem solving, *ZDM*, 29(3), 86-87.

Bardzo dziwny artykuł, niezrozumiały. Autor miesza przykłady z matematyki szkolnej z przykładami typu wielkie twierdzenie Fermata, czy hipoteza Taniyamy-Shimury.

Köhler, H.: 1997, Acting artist-like in the classroom, *ZDM*, 29(3), 88-93.

Autor słusznie zauważa, że w szkołach na lekcjach matematyki w dalszym ciągu dominuje sztywny instruktaż, jak używać wzorów, algorytmów. Proponuje wprowadzenie na lekcji matematyki artystycznych aktywności.

Ching, T. P.: 1997, An experiment to discover mathematical talent in a primary school in Kampong air, *ZDM*, 29(3), 94-96.

Dwudziestu pięciu uczniów klasy piątej rozwiązywało 5 nietypowych zadań. Jeden z tych uczniów pokazał talent matematyczny. Autor omawia odpowiedzi tego ucznia.

Artigue, M., Lagrange, J.-P.: 1997, Pupils learning algebra with DERIVE, *ZDM*, 29(4), 105-112.

Program DERIVE zaliczany jest do tzw. CAS (Computer Algebra System). W artykule opisano eksperyment przeprowadzony we Francji w latach 1993-95 w klasach 9-12; eksperyment dotyczył używania DERIVE na lekcji matematyki. W pracy przytoczono wyniki ankiety wśród uczniów, biorących udział w eksperymencie: 26% odpowiedziało, że DERIVE pomógł im nauczyć się i zrozumieć trudne tematy, połowa ankietowanych odpowiedziała, że program pomógł im w uczeniu się matematyki, a 45% odpowiedziało, że DERIVE zachęcił ich do rozwiązywania zadań z matematyki. Rezultaty tej ankiety są bardzo zachęcające.

B o w e r s, D.: 1997, Opportunities for the use of Computer Algebra System in middle secondary mathematics in England and Wales, *ZDM*, 29(4), 113-117.

W artykule poruszono problem używania CAS przez 11-16-latków w Wielkiej Brytanii. Autor opisuje stosowanie CAS pod kątem tematów w brytyjskich podstawach programowych, podając liczne zadania do wykorzystania na lekcji matematyki.

D r i j v e r s, P., V e r w e i j, A., v a n W i n s e n, E.: 1997, Mathematics lessons with DERIVE developed by CAVO working group, *ZDM*, 29(4), 118-123.

Grupa holenderskich nauczycieli matematyki (CAVO) pracuje od 1993 roku nad materiałami do nauczania matematyki z programem DERIVE. W pracy opisuje się materiały wypracowane przez grupę CAVO i metody pracy tej grupy. Oto przykładowe tytuły tych materiałów: Wykresy funkcji i rozwiązywanie równań, Parabole z parametrem, Przekształcenia, Zastosowania matematyki. Zaletą tych materiałów są komentarze nauczycieli dotyczące danych tematów.

S c h u m a n n, H.: 1997, Computer algebraic treatment of complex word problems, *ZDM*, 29(4), 124-130.

Rozwiązywanie zadań tekstowych sprawia wielu uczniom ogromne kłopoty; uwaga ta dotyczy w tym wypadku uczniów w Niemczech, ale problem jest „międzynarodowy”. Autor uważa, że stosowanie CAS może znacznie osłabić niechęć uczniów do zadań tekstowych. Proponuje używanie programu MATHEMATICA. Zastrzega przy tym, że MATHEMATICA w tym przypadku używana jest do prezentacji, ale mimo to oczom nie wierzyłem. Stosowanie pakietu MATHEMATICA do prostych zadań tekstowych przypomina mi kurs prawa jazdy w samochodzie biorącym udział w wyścigach Formuły 1.

H e u g l, H.: 1997, Experimental and active learning with DERIVE, *ZDM*, 29(5), 142-148.

W artykule opisano doświadczenia austriackie w stosowaniu DERIVE w szkołach gimnazjalnych. Austria jest ewenementem na skalę światową, licencję do stosowania DERIVE tamtejsze ministerstwo edukacji wykupiło dla wszystkich (!) szkół. Autor opisuje rezultaty projektu badawczego, którego celem była ocena rezultatów stosowania DERIVE w szkołach. Przebadano trzy typy klas: klasy z maksymalnym używaniem DERIVE (w szkole, w domu i na egzaminach), klasy z ograniczonym używaniem DERIVE (w szkole) i klasy bez DERIVE. Autor zauważa, że w dwóch pierwszych typach klas pojawiły się nowe strategie rozwiązywania zadań: eksperymentowanie, testowanie specjalnych przypadków, wizualizacja. W artykule podaje się przykłady zadań dla eksperymentów, do aktywnego nauczania matematyki. Niestety w pracy nie podano głównych tez, wniosków płynących z przeprowadzonych badań.

B u r r e l, F., C a b e z a s, J., R o a n e s - L o z a n o, E., R o a n e s - M a c i a s, E.: 1997, A survey on the use of computer algebra in Spain in relationship to its secondary school system, *ZDM*, 29(5), 149-154.

Używanie CAS w gimnazjach hiszpańskich. Autorzy omawiają niektóre podręczniki, w których znajdują się przykłady, zadania do rozwiązywania z kalkulatorem

graficznym lub z DERIVE. Artykuł kończy szczere wyznanie, że używanie CAS w edukacji szkolnej w Hiszpanii jest na razie w powijakach.

Schumann, H.: 1997, New standards for the solution of geometric calculations problems by using computers, *ZDM*, 29(5), 155-162.

Autor podaje przykłady zadań z geometrii, w których część rachunkowa pełni istotną rolę. Dla takich zadań wyróżnia trzy fazy: rozwiązanie graficzne przy użyciu np. CABRI II, rozwiązanie numeryczne z pomocą programu MATHEMATICA i rozwiązanie algebraiczne też z wykorzystaniem tego programu.

Weigand, H.-G., Weller, H.: 1997, Das Lösen realitätsorientierter Aufgaben zu periodischen Vorgängen mit Computeralgebre, *ZDM*, 29(5), 162-169.

Symulacja pracy igły maszyny szyjącej. W symulacji tej wykorzystano programy Euklid, Cabri i Mathplus.

Graffattan – Guinness, I.: 1998, Some neglected niches in the understanding and teaching of numbers and number systems, *ZDM*, 30(1), 12-18.

Autor porusza problem nauczania na różnych poziomach kształcenia, co to jest liczba. Przekonuje, że w nauczaniu tym za mało jest historii i pokazywania, jakie trudności przyszło pokonywać wybitnym twórcom matematyki w definiowaniu pojęcia liczby. W artykule najwięcej miejsca poświęcono nauczaniu liczb na poziomie uniwersyteckim. Opisano skrótkowo aksjomatykę (Peirce, Peano), definicję liczb rzeczywistych (Frege), definicję Russella, teorię Cantora liczb porządkowych i kardynałnych.

2. Krótkie notki o artykułach

C: Psychologia nauczania matematyki

Kloosterman, P.: 1996, Students' beliefs about mathematics: a three-year study, *Elementary School Journal*, 97(1), 39-56.

Zbadano, jak zmieniają się poglądy o uczeniu się matematyki tych samych uczniów obserwowanych od klasy pierwszej do czwartej.

Oers, B.: 1996, Are you sure? Stimulating mathematical thinking during young children's play, *European Early Childhood Education Research Journal*, 4(1), 71- 87.

W czasie gier klasowych uczniowie zauważają związek między symbolami a ich znaczeniami.

Dominick, A., Clark, F. B.: 1996, Using games to understand children's understanding, *Childhood Education*, 72(5), 286-288.

Wskazówki, jak używać gier do oceny matematycznych rozumowań dzieci.

Shield, J.: 1995, Interpreting student mathematical writing, *The Australian Mathematics Teacher*, 51(4), 36-37.

Analiza listu jednego ucznia do kolegi, w którym piszący objaśnia algorytm obliczania NWD i algorytm obliczania NWW. W artykule prezentuje się ważną metodę uczenia się matematyki — pisanie o niej.

M o r g a n, C.: 1996, The language of mathematics: towards a critical analysis of mathematics texts, *For the Learning of Mathematics*, 16(3), 2-10.

Poruszono ważny problem wpływu języka tekstu matematycznego na zrozumienie tego tekstu. Zbadano, jak nauczyciele rozumieją rozwiązania zadań matematycznych, przygotowane przez uczniów.

D: Nauczanie matematyki

A l m e i d a, D.: 1995, Mathematics undergraduates' perceptions of proofs, *Teaching Mathematics and Its Applications*, 14(4), 171-178.

Wywiady z 10 studentami matematyki na temat dowodów matematycznych. Prze-testowano tych studentów pod kątem umiejętności dowodzenia. Autor jest rozczarowany poziomem tych umiejętności.

Z e h a v i, N.: 1997, Diagnostic learning activities using DERIVE, *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 16(1), 37-59.

„Diagnozowanie i leczenie” trudności uczniów w uczeniu się matematyki. Autor stosuje metodę podawania niepełnych rozwiązań, w takich przypadkach zadaniem uczniów jest uzupełnienie tych rozwiązań.

C a s e y, P. J.: 1997, Computer programming: a medium for teaching problem solving, *Computers in the Schools*, 13(1-2), 41-51.

Autor przekonuje, że umiejętność rozwiązywania zadań może być doskonała przez naukę programowania.

E: Podstawy matematyki

T h o m p s o n, D. R.: 1996, Learning and teaching indirect proof, *The Mathematics Teacher*, 89(6), 474-482.

Autorka zastanawia się, jak poprawić umiejętność dowodzenia faktów matematycznych.

A n d e r s o n, J.: 1996, The legacy of school — attempts at justifying and proving among new undergraduates, *Teaching Mathematics and Its Applications*, 15(3), 129-134.

Autor zwraca uwagę, że studenci pierwszych lat nie potrafią przeprowadzać dowodów matematycznych. Brak tej umiejętności wynika, zdaniem autora, między innymi z metody przeprowadzania matury w Anglii (egzamin A-level). Rzadko na tych egzaminach zdarzają się zadania, w których uczniom potrzebna jest umiejętność przeprowadzania dowodów.

F: Arytmetyka. Teoria liczb. Wielkości

L i n c h e v s k i, L., W i l l i a m s, J.: 1996, Situated intuitions, concrete manipulations and the construction of mathematical concepts: the case of integers, *Proc. 20 PME*, v.3, 265-272.

Opis bardzo ciekawego eksperymentu: uczniowie, używając podwójnego liczydła, liczyli osoby wchodzące i wychodzące z dyskoteki. Wykonując to zadanie, dzieci samodzielnie dochodziły do reguł, które pomogły im zrozumieć, jak wykonuje się operacje na liczbach całkowitych.

T s a m i r, P.: 1996, Two problems under one title: the case of division by zero, *Proc. 20 PME*, v.4, 347-354.

Zbadano 32 przyszłych nauczycieli matematyki. Problem dotyczył dzielenia przez zero. Okazało się, że spora liczba tych osób miała kłopoty z wyjaśnieniem, dlaczego nie definiuje się dzielenia typu $a : 0$, gdy $a \neq 0$ oraz $0 : 0$.

B r u n o, A., M a r t i n ó n, A.: 1995, Les nombres negatifs dans l'abs-trait, dans le contexte et sur la droite, *Petit x*, 42, 59-78.

Zbadano kilkunastu uczniów (12-13 lat) na temat ich wiedzy o liczbach ujemnych.

M c I n t o s h, A.: 1997, Mental computation in the middle grades: the im-portance of thinking strategies, *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2(5), 322-327.

Próba odpowiedzi, dlaczego rachunki pamięciowe są ważne. W pracy pokazano pomysły rozwijania strategii rachunków pamięciowych. Pojawia się też dyskusja na temat używania rachunków pamięciowych w życiu codziennym.

Opracował: Piotr Zarzycki, Instytut Matematyki, Uniwersytet Gdański