



- Cele, kierunki i rezultaty badań w dydaktyce matematyki,
- Różne paradygmaty badań w dydaktyce matematyki,
- Ocenianie badań dydaktycznych,
- Dydaktyka matematyki a matematyka.

Wymieńmy jeszcze tytuły przynajmniej niektórych rozdziałów (artykułów):

- Spojrzenie na ewolucję badań w dydaktyce matematyki (J. Adda),
- Równoważenie złożoności ludzkich światów: rodzenie się dydaktyki matematyki jako dyscypliny samodzielnej (N. C. Presmeg),
- Pewne sprzeczne aspekty badań i ich wyników w dydaktyce matematyki (P. Boero, J. R. Szendrei),
- Socjokulturowe perspektywy badań nad uczeniem się i nauczaniem matematyki (S. Lerman),
- Relacje między obszarem badań teoretycznych w dydaktyce matematyki a praktyką nauczania (C. Margolinas),
- Podstawowe kryteria oceny badań w dydaktyce matematyki (K. M. Hart),
- Badania w dydaktyce matematyki z punktu widzenia matematyków (M. Artigue),
- Epistemologiczne ograniczenia wiedzy matematycznej związane ze społecznymi uwarunkowaniami uczenia się (w szkole) (H. Steinbring).

Ostatnia część *Kontynuowanie poszukiwań* autorstwa A. Sierpińskiej i J. Kilpatricka jest z jednej strony rekapitulacją — dokonuje się tu syntezy i spojrzenia na cały materiał, jakim zaowocował projekt — a z drugiej, kieruje uwagę ku przyszłości, włączając do tej syntezy elementy wyważonej prognozy, jeśli chodzi o rozwój dydaktyki matematyki. Autorzy podkreślają, że książka nie zamyka, lecz raczej otwiera drogę do szerszej, lepiej zorganizowanej dyskusji.

3 Refleksje na tle wybranych fragmentów książki

Na przełomie lat sześćdziesiątych i siedemdziesiątych toczyła się ożywiona dyskusja programowa na temat charakteru i miejsca wyodrębniającej się (w różnych krajach w różnym tempie) nowej dziedziny — dydaktyki matematyki. Od tamtego czasu minęło ćwierćwiecze; dziś temat powraca w nowej kulminacji. Dydaktyka matematyki notuje wzrost ilościowy i jakościowy, w ekspansji geograficznej zdobywa nowe tereny. Działa ponadnarodowo, ale równocześnie

rozwija się też lokalnie w procesach etnogenezy i w nowych, często niejednorodnych warunkach społecznych. Temu rozwojowi towarzyszy jednak postępujące zróżnicowanie w pojmowaniu przedmiotu, celów i charakteru tej dyscypliny. O ile tamta dyskusja miała głównie wyprecyzować do końca argumenty przemawiające za uwolnieniem się od podrzędnej roli i jednostronnej zależności od nauk pedagogicznych, to obecne wysiłki zainicjowane w programie ICMI mają na celu zainspirowanie poszukiwań tego, co jest wspólne w tej ewoluującej różnorodności idei, prac oraz badań, które ich autorzy zaliczają do dydaktyki matematyki.

Dążenie do konsensusu i permanentne określanie w przyszłości choćby tylko bardzo ogólnych ram identyfikujących przedmiot, cele i metodologię dydaktyki matematyki jest konieczne dla uzyskania własnej tożsamości i wiarygodności. Jedno i drugie jest niezbędne zarówno z powodów wewnętrznych — gdzie własna tożsamość może być elementem konstruktywnym rozwoju dziedziny i sprzyjać scalaniu się wspólnoty badawczej — oraz zewnętrznych. W tym ostatnim przypadku dydaktyka matematyki musi zabiegać o pełną akceptację przede wszystkim ze strony środowiska matematycznego, a także o pozyskanie zaufania sfery praktyki oraz decydentów, wreszcie znaleźć uznanie innych nauk, wyrażające się nie tylko w gestach tolerancji. Dla osiągnięcia tego celu konieczne jest zaprezentowanie się — jako całość — w każdym z tych przypadków z innej strony; za każdym razem potrzeba więc nieco innych działań. Świadczy to o złożoności zadania, a nade wszystko o słuszności projektu ICMI.

Wielu dydaktyków widzi miejsce swej dziedziny w gronie nauk matematycznych, co znalazło wyraz w niejednym fragmencie książki. Nie zawsze jednak znajdujemy dość argumentów, by pozyskać w pełni to środowisko; funkcjonują też pewne zewnętrzne przeszkody i zaszłości. Na przykład w ocenach dydaktyki matematyki ferowanych z zewnątrz, próbuje się nieraz stosować formalne kryteria naukowości, wypracowane przez „wiekową” matematykę i uwarunkowane jej przedmiotem oraz metodologią. Wynika to zapewne z nieporozumień dotyczących charakteru dziedziny, której tylko część badań zbiega się z teoretyczną pracą aktywnego matematyka–profesjonalisty. Standardy nauki respektowane w matematyce są inne z różnych powodów, nie tylko historycznych. Wiele nieporozumień wynika też z granicznego usytuowania dydaktyki matematyki. Położenie na styku różnych dziedzin powoduje, iż jej problem badawczy może wydawać się ze strony każdej z nich trywialny, choć w gruncie rzeczy sumaryczne, tj. pełne jego ujęcie użyteczne w dydaktyce matematyki okazuje się bardzo złożone (konkluzja z tekstu m. in. E. Wittmanna).

Jak wskazuje przegląd kanadyjskiej grupy uniwersyteckich dydaktyków matematyki, duża ich część (około 75%) pracuje — z własnego wyboru — poza wydziałami matematycznymi. R. Mura w swym opracowaniu pisze, iż nie ma

także pewności, czy na wydziałach matematyki mogliby oni liczyć na poparcie swojego rozwoju (argument: dydaktyka matematyki nie jest matematyką). Ale sami respondenci rozmaicie też rozumieją i określają dydaktykę matematyki —jeden jako dziedzinę praktycznych działań, inni jako naukę. Przypadek ten wskazuje, że przynależność dydaktyki do wspólnoty matematycznej bywa rozmaicie postrzegana (nieraz postulatywna); są tacy, których zdaniem nauki pedagogiczne dają większe możliwości (np. awansowe, ale także dla badań i całej dziedziny). Przyczyny istniejącego niezdecydowania, czy nawet rozziwmu są różne i leżą zarówno po stronie samej dydaktyki matematyki, jak i pozostałych dziedzin.

Dziś chodzi poza tym nie tylko o pełne uznanie dydaktyki matematyki za dyscyplinę naukową (wielu znajduje powody, by tę kwestię uważać już za pozytywnie przesądzoną), ale też o wywalczenie dla niej miejsca wśród dyscyplin akademickich. To są dwie różne rzeczy; zyskanie rangi akademickiej jest równoznaczne z nabyciem kadrowych możliwości rozwoju i awansu na prawach przysługujących od dawna innym dziedzinom.

Jednym z zasadniczych pytań, przewijających się w obradach konferencji w Waszyngtonie i na kartach omawianej książki, jest pytanie: czym jest matematyka. Należy je postawić, jeśli treści matematyczne mają być składnikiem edukacji oraz przedmiotem nauczania w szkole i nie tylko. Jest to „pytanie-matka”; generuje ono dalsze, równie ważne dla teorii dydaktycznej jak i dla praktyki, na przykład:

- czym jest szkolna matematyka, co ją różni od matematyki-nauki;
- jaki wpływ na matematykę nauczaną w szkole ma kontekst, w którym realizuje się proces uczenia się i edukacji matematycznej;
- co to są aktywności matematyczne.

Dydaktyka matematyki poszukuje na te pytania wieloaspektowych, konstruktywnych odpowiedzi. Główne pytanie jest zresztą od zarania przedmiotem sporów wśród samych matematyków, a obiegowa antylogia „matematyka to jest to, czym zajmują się matematycy”, najlepiej świadczy o skali trudności jakie się tutaj rysują.

H. Steinbring porównując naukową i szkolną matematykę, wskazuje na obecność w tej drugiej różnych odniesień do nawarstwionego, potocznego doświadczenia uczniów. Niejednokrotnie to, co wyrasta na gruncie tych doświadczeń, oddala się od nich i stanowi już wiedzę wtórną. W matematyce teoretycznej, a także nieraz w szkole staje się faktycznie punktem wyjścia. Pierwotne intuicje — jako nie zawsze klarowne — ustępują miejsca ścisłości i logicznej prostocie faktów „późniejszych”. Te ostatnie, w formalnej strukturze i w porządku narzuconym przez teorię, zajmują miejsce zakorzenionych

w doświadczeniu modeli i wyobrażeń. Tak jest choćby w przypadku pojęcia zdarzeń niezależnych, które w teorii prawdopodobieństwa określa się formalnie równością $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Dla szkolnej matematyki nie może być obojętny społeczny oraz instytucjonalny kontekst rozwoju wiedzy. W przeciwieństwie do naukowej, wiedza matematyczna w wymiarze szkolnym nie jest tak zobiektywizowana i rodzi się w kontaktach ucznia z otoczeniem (lekcyjnym i pozalekcyjnym), żywotnymi potrzebami różnych grup, do których uczeń przynależy itp. Ten nurt rozważań J. D. Godino i C. Batanero nawiązuje do teorii transpozycji dydaktycznej Y. Chevallarda.

Trzecie z wymienionych pytań znalazło wyraz w oświadczeniu G. Brousseau dotyczącym różnic w pojmowaniu aktywności matematycznych przez dydaktyków i matematyków. Do rangi takich aktywności mogą pretendować — zdaniem niektórych przedstawicieli tej ostatniej dyscypliny — tylko te, które są zaangażowane w tworzenie oryginalnej, teoretycznej wiedzy matematycznej. Tak więc np. myślowa organizacja wiedzy matematycznej (choćby w toku rozwiązywania szkolnego zadania) bądź jej komunikowanie nie byłyby takimi aktywnościami, choć w dydaktyce uchodzą za istotne sposoby zachowań typu matematycznego.

4 Uwagi końcowe

Poszczególne rozdziały książki i ich autorzy potwierdzają zróżnicowany i niejednorodny charakter dydaktyki matematyki jako dyscypliny badawczej. Jest jednak zastanawiające, że mimo tej różnorodności, pojawiają się — niezależnie od lokalnych, społecznych i kulturowych warunków — wspólne, żywotne problemy. Istnieją one także niezależnie od filozofii tych, którzy podejmują badania w dydaktyce matematyki. Za osiągnięcie całego projektu ICMI można uważać ujawnienie niektórych takich wspólnych wątków. Ale zdobyczą jest również to, iż został spisany pewien „protokół rozbieżności”, przede wszystkim w tym celu, by rozmaite grupy i nurty badawcze mogły się lepiej rozumieć. Osiągnięcie pełnego konsensusu, z uwagi na charakter przedmiotu badań i inne okoliczności, nie jest bowiem możliwe. Jak stwierdza w swym artykule nt. postmodernistycznych perspektyw badań w dydaktyce matematyki P. Ernest, różnorodność w badaniach dydaktycznych jest nieunikniona. Wynika stąd, iż trudno oczekiwać jednolitego zespołu kryteriów służących do oceny procedur badawczych w tej dyscyplinie. To jednak nie jest jej słabością czy nawet wadą, lecz raczej wyzwaniem. Uświadomienie i ugruntowanie tych faktów należy również wymienić po stronie aktywów projektu; potwierdza to zresztą zasadność

dążeń do spisania owego „protokołu rozbieżności”.

Autorzy ostrożnie i w sposób wyważony określają zadania książki jako składowej całego projektu. Można jednak z przekonaniem stwierdzić, że jej rola znacznie wykracza poza granice wyznaczone przez te cele. Konferencja w Waszyngtonie wniosła — według oceny jej uczestników — znaczne ożywienie. Zapewne stanie się ono udziałem także czytelników książki.

Publikacja nie jest tylko prostym dokumentem konferencyjnym. To był jedynie jej cel wyjściowy. Z jednej strony bowiem ujawnia ona olbrzymi zakres badań, jaki przypada dydaktyce matematyki. Ma zatem ważne znaczenie szkoleniowe; wielu młodych adeptów dydaktyki matematyki napotka w niej nie tylko ważne problemy, ale także wzorce, jak można formułować pytania badawcze, na które nie jest władna odpowiedzieć żadna inna nauka (dodatkovym walorem w tym względzie są bogate zestawy cytowanej literatury w zakresie referowanej tematyki). Jeśli nawet nie jesteśmy w stanie choćby w przybliżeniu odpowiedzieć dziś na niektóre z tych pytań, to za postęp można bez wątpienia uznać to, iż zostały sformułowane; charakteryzują w pewnym stopniu i określają bowiem dyscyplinę, która je podejmuje.

Z drugiej strony publikacja ukazuje, czym jest fenomen uczenia się i nauczania matematyki oraz jak bardzo różni się ono od nauczania innych treści. Specyfika aktywności typu matematycznego — choć ciągle jeszcze nie rozpoznana do końca — i odrębność zadania przypadającego różnym edukatorom w zakresie matematyki przewijają się raz po raz w różnych fragmentach tej książki.

Niezależnie od wspomnianych funkcji, książka — co warto jeszcze raz podkreślić — przede wszystkim wychodzi z misją do różnych grup badawczych i przedstawicieli innych dziedzin; w szczególności kierowana jest także do matematyków. Jest to misja aktywizująca, popularyzatorska i wyjaśniająca zarazem.