

## BIBLIOGRAFIA

Roger Howe  
Yale, Stany Zjednoczone

### Znajomość i nauczanie matematyki elementarnej

(Omówienie książki: Liping Ma, *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*, Lawrence Erlbaum Associates, 1999)

Uwaga: W dalszym ciągu będę się odwoływać do omawianej książki skrótem KTEM.

Jest to książka ważna dla wszystkich zainteresowanych nauczaniem matematyki. Nawet sceptyków może przekonać, że badania w dydaktyce matematyki mają praktyczną wartość. Zaś dla tych, którzy chcieliby poprawić szkolne nauczanie matematyki w Stanach Zjednoczonych — ujawnia ważne elementy istoty problemu.

Od czasu opublikowania w roku 1989 przez Narodową Radę Nauczycieli Matematyki programu i standardów (NCTM, 1989) narastają dyskusje i debaty na temat zreformowania nauczania matematyki w USA, które przyciągnęły też uwagę profesorów uniwersytetów (por. Howe, 1998). Wielu matematyków, którzy zechcieli zainteresować się nauczaniem szkolnym, wyraża opinię, że sytuacja poprawiłaby się, gdyby nauczyciele umieli więcej matematyki. Jednak po głębszym zaangażowaniu się tych matematyków w dydaktykę matematyki, byłiby oni pewnie zdziwieni tym, jak niewiele ten pogląd ma wspólnego z poczynaniami reformatorów. Ten brak zainteresowania wiedzą matematyczną odzwierciedla częściowo rozpowszechnione wśród dydaktyków przekonanie, że „fakty”, a w gruncie rzeczy cały materiał rzeczowy, jest mniej ważny od ogólnej, niezależnej od treści umiejętności nauczania i wyrobienia „myślenia wyższego poziomu” (por. Hirsh, 1996). W szczególności w odniesieniu do nauczania matematyki, jako świadectwo nieadekwatności wiedzy merytorycznej cytuję

się często pracę (Begle, 1979). Za miernik wiedzy matematycznej nauczyciela przyjęto w niej programy studiów. Korelacja tej wiedzy z wynikami nauczania okazała się słabo ujemna. Podobne podejście znajdujemy w ostatnim, bardzo szerokim Trzecim Międzynarodowym Badaniu (wyników nauczania) Matematyki i Nauk Przyrodniczych (TIMSS), porównującym nauczanie matematyki w ponad czterdziestu krajach. Wyniki uczniów amerykańskich znalazły się w zakresie od zadowolających (w klasie czwartej) po słabe (w dwunastej) (U. S. Department of Education, 1996, 1997, 1998). W celu zbadania, czy wiedza nauczycieli pomogłaby w wytłumaczeniu wyników TIMSS, zebrano też dane na temat wykształcenia nauczycieli. Pod względem poziomu studiów nauczyciele amerykańscy okazali się porównywalni ze swymi kolegami z innych krajów.

Jak to możliwe, że to przekonanie — iż lepsze opanowanie matematyki przekłada się na lepsze nauczanie — jest, jak się wydaje, tak bardzo błędne? KTEM próbuje na to odpowiedzieć. Wydaje się mianowicie, że ukończenie studiów uniwersyteckich nie świadczy o dobrym rozumieniu matematyki elementarnej. Wielu matematyków widzi w sporej części matematyki wyższej pogłębienie i poszerzenie, uściślenie i rozjaśnienie, rozwinięcie i dopełnienie matematyki elementarnej. Wydaje się jednak, że można z sukcesem zdać egzaminy z matematyki wyższej nie rozumiejąc jej związków z materiałem bardziej elementarnym, szczególnie przy jedynie powierzchownym jej opanowaniu. Przez mniej więcej dziesięć lat Deborah Ball z współpracownikami (Ball, 1988, 1989, 1990) badali znajomość u nauczycieli podstaw szkolnej matematyki. KTEM rozszerza te badania, umieszczając je w międzynarodowym kontekście. Wyłania się z nich obraz interesujący i... zasmucający. Matematycy ucieszyliby się wyraźnym świadectwem tego, że wiedza matematyczna nauczycieli odgrywa istotną rolę w efektach ich pracy z uczniami. Okazuje się jednak, że wiedza, jakiej potrzebują nauczyciele, jest różna od tej, którą daje większość studiów nauczycielskich w USA, i nie ma u nas aktualnie żadnych instytucji o klimacie sprzyjającym kształtowaniu właściwego rozumienia szkolnej matematyki. Pierwsza część KTEM (rozdziały 1–4) przedstawia wyniki rozmów z nauczycielami w Stanach Zjednoczonych (23) i w Chinach (72). Nauczyciele amerykańscy składali się z doświadczonych i początkujących mniej więcej w tej samej liczbie. Ma ocenia całą grupę jako „powyżej średniej”. W szczególności, przy rozpowszechnionej wśród nauczycieli amerykańskich „fobii matematycznej”, ci nauczyciele okazywali pozytywny stosunek do matematyki: mieli mocne przeświadczenie, że dobrze radzą sobie z matematyką szkolną i mogliby uczyć się wyższej. Chińscy nauczyciele reprezentowali szkoły miejskie i wiejskie, lepsze i gorsze.

Wiedzę matematyczną nauczycieli badano przez rozmowy wokół czterech pytań. W pewnym streszczeniu były one następujące:

1) Jak uczyłybyś odejmowania liczb dwucyfrowych, gdzie trzeba „pożyczać” albo „rozkładać”?

2) Jak wyjaśnisz uczniowi, co robi błędnie, gdy mnożenie  $123 \cdot 645$  wykonał następująco:

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 645 \\ \hline 615 \\ 492 \\ 738 \\ \hline 1845 \end{array}$$

(Uczeń dobrze obliczył iloczyny częściowe 123 przez cyfry liczby 645, ale nie „przesunął ich w lewo”, by otrzymać poprawny wynik.)

3) Oblicz  $1\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$ . Następnie wymyśl zadanie tekstowe, będące modelem tego rachunku, tj. takie, że ten rachunek daje odpowiedź.

4) Przypuśćmy, że tematem lekcji jest obwód i pole. Podchodzi uczeń, uradowany swoim „odkryciem”: pole rośnie razem z obwodem. Swoją „teorię” potwierdza przykładem prostokąta  $4 \times 4$ , zmieniającego się w prostokąt  $4 \times 8$ : obwód wzrasta z 16 na 24, a pole z 16 na 32. Co odpowiedziałbyś temu uczniowi?

.Każde następne pytanie sięga głębiej od poprzedniego. Pierwsze dwa dotyczą podstawowych spraw związanych z zapisem dziesiętkowym. Trzecie obejmuje liczby wymierne, a przy tym dotyczy dzielenia, najtrudniejszego z działań. Wymaga też „modelowania” czy „reprezentowania”, wiążącego rachunek z sytuacją „realną”. Ostatnie pytanie, którego oryginalna wersja dotyczyła obwodu i pola „figury zamkniętej”, potencjalnie sięga do spraw bardzo głębokich. Jeśli nawet „figurę zamkniętą” zastąpić „prostokątem”, co robiła większość nauczycieli, trzeba tu porównać zachowanie dwóch funkcji zmiennej rzeczywistej.

Pod względem wykształcenia nauczyciele amerykańscy zdecydowanie górowali nad chińskimi: wszyscy ukończyli studia wyższe, kilku miało magisterium. Chińscy nauczyciele mieli za sobą dziewięć lat obowiązkowej szkoły i trzy lata studium nauczycielskiego; pod względem czasu nauki byli równorzędni z maturzystami. Gdy jednak oceniać ich pod względem opanowania matematyki elementarnej – nauczyciele chińscy byli lepsi.

Wyniki rozmów można z grubsza podsumować następująco: nauczyciele chińscy odpowiadali mniej więcej tak, jak można by oczekiwać od nauczyciela, podczas gdy nauczyciele amerykańscy ujawniali żenujące braki. Mówiąc bardziej szczegółowo, wszyscy nauczyciele umieli poprawnie wykonać rachunki występujące w pierwszych dwu pytaniach oraz wyjaśnić, jak się to robi, tj. opisać poprawną procedurę. Jednak tylko niespełna 20% amerykańskich na-

uczycieli należycie uchwyciło pojęciowo proces rozkładania jednej dziesiątki na dziesięć jedności (pytanie 1). Chińscy nauczyciele w 86% rozumieli i umieli objaśnić ten proces. W drugim pytaniu ok. 40% nauczycieli amerykańskich umiała wyjaśnić poprawne podpisywanie częściowych iloczynów, gdy 90% nauczycieli chińskich okazało dobre uchwycenie potrzeby uwzględnienia pozycji cyfry, co determinuje sposób podpisywania.

Przy trzecim pytaniu przepaść ujawniła się już na poziomie rachunkowym: dużo mniej niż połowa nauczycieli amerykańskich umiała poprawnie wykonać dzielenie. Tylko jedna osoba podała formalnie akceptowalne zadanie tekstowe; ale nawet to zadanie miało wątpliwą wartość dydaktyczną, gdyż odpowiedzią było  $3 \frac{1}{2}$  osoby, a dzieci oczekiwałyby tu raczej liczby całkowitej. Chińscy nauczyciele i w tym przypadku byli o niebo lepsi: wszyscy poprawnie wykonali rachunek, a 90% z nich ułożyło poprawne zadanie tekstowe. Niektórzy zaproponowali kilka zadań ilustrujących różne aspekty dzielenia.

Odpowiadając na czwarte pytanie, amerykańscy nauczyciele ujawnili pewien instynkt nauczycielski: większość – choć nie wszyscy – umiała podać wzory na obwód i pole prostokąta. Gdy jednak doszło do analizowania ich matematycznego aspektu, byli zagubieni. Choć na ogół szukali innych przykładów, aż 90% było skłonnych przyznać rację uczniowi. Niektórzy chcieli szukać czegoś w podręczniku. Tylko troje podjęło poszukiwanie odpowiedzi na drodze matematycznej, a tylko jedna osoba znalazła kontrprzykład. Dla nauczycieli chińskich to pytanie także okazało się wyzwaniem i większość z nich musiała się nad nim zastanawiać. Jednak po namyśle 70% z nich w pełni rzecz zrozumiało i podało kilka dobrych kontrprzykładów. Wśród tych 30% osób, które nie umiały wskazać błędu w twierdzeniu ucznia, większość badała problem matematycznie, jednak niedość systematycznie. Kontrast w odpowiedziach tych dwóch grup nauczycieli był w rzeczywistości jeszcze większy, niż można wnosić z tej syntezy. Niektórzy chińscy nauczyciele dawali odpowiedzi wykraczające poza pytanie. Niekiedy proponowali kilka metod rozwiązania. Przy pytaniu z działaniami na liczbach całkowitych niektórzy zauważali, że taka trudność świadczy o nieopanowaniu czegoś bardzo podstawowego. Te uwagi wskazują na głębszą warstwę kultury dydaktycznej, po prostu nie istniejącą w Stanach. Na przykład, amerykańskie nauczanie odejmowania liczb dwucyfrowych bazuje na opanowanych na pamięć (jako „faktach”) różnicach liczb jednocyfrowych. W Chinach te „fakty” są włączone w dział „Odejmowanie do 20”, traktowanego jako pomost między pojęciowym i algorytmicznym odejmowaniem liczb wielocyfrowych. Odpowiadając na trzecie pytanie, niektórzy chińscy nauczyciele mówili, że podany przykład jest zbyt łatwy i proponowali trudniejsze. Chińscy nauczyciele dobrze znali algebrę, stanowiącą ukrytą podstawę arytmetyki w systemie pozycyjnym. Wielu z nich np. przywoływało prawo rozdzielności przy

omawianiu mnożenia liczb wielocyfrowych. Żadnej takiej świadomości algebraicznego kręgosłupa arytmetyki nie zauważono u nauczycieli amerykańskich.

W tych czterech rozdziałach KTEM omawia też sprawy metodyki nauczania. Bez wdawania się w szczegóły powiem tylko, że ograniczenia, ujawnione przez nauczycieli amerykańskich przy konwencjonalnym objaśnianiu działania, uniemożliwiały im także dotarcie do ich pojęciowego aspektu przy użyciu materiałów manipulacyjnych.

Tak więc KTEM pokazuje, że nauczyciele matematyki w Chinach lepiej pojmują matematykę szkolną niż w USA. Dociekliwi chcieliby pewnie wiedzieć, czy przekłada się to na lepsze wyniki nauczania. KTEM nie może odpowiedzieć na to pytanie, gdyż Ma nie prowadziła równoległego badania uczniów. Za to inne duże studium (zob. Stevenson, 1994) dokumentuje wyższe osiągnięcia uczniów w Chinach. W KTEM znajdujemy też pewne potwierdzenie lepszych wyników w chińskich szkołach, odnoszące je w pewnym sensie do ujawnionej w wywiadach wiedzy nauczycieli. Cztery pytania użyte w wywiadach zadano grupie uczniów dziewiątej klasy przeciętnej szkoły w Szanghaju. Wszyscy (poza jednym drobnym błędem) poprawnie wykonali wszystkie rachunki i znali wzory na obwód i pole prostokąta. Ponad 60% podało dobry kontrprzykład na „odkrycie” ucznia w pytaniu 4 i ponad 40% wymyśliło sensowne zadanie do dzielenia ułamków w pytaniu 3. Chińscy dziewiątoklasiści wykazali lepsze rozumienie tych pytań niż nauczyciele amerykańscy.

Można by podejrzewać, że Ma okazała nadmierny optymizm, oceniając amerykańskich nauczycieli jako „lepszych niż przeciętni”. Jednak ta ocena jest zgodna z wynikami dużo szerszych badań Deborah Ball (Ball, 1988, 1989, 1990), a także omówionych w pracy (Post, 1991) badań ponad dwustu nauczycieli. W tych ostatnich, tylko nieco więcej od połowy badanych umiało podać liczbę pomiędzy 3,1 i 3,11, a frakcja tych, którzy dali zadowalającą odpowiedź na pytania natury dydaktycznej, była dużo mniejsza. Wyniki prezentowane w KTEM są wreszcie zgodne z powszechną nieformalną opinią osób zajmujących się doszkadzaniem nauczycieli.

Jest rzeczą zastanawiającą, że ten problem – tj. niezdolność naszego systemu kształcenia do wyposażenia nauczycieli w solidną wiedzę rzeczową i negatywne skutki tej niezdolności – nie jest publicznie dostrzegany. Co więcej, jego rozwiązanie nie skupia uwagi ani dydaktyków matematyki, ani władz oświatowych. Mam nadzieję, że KTEM będzie tu skutecznym impulsem. KTEM ukazuje problem poprawy nauczania matematyki w Stanach w nowym świetle. Na przykład wyraźnie wskazuje, że bez radykalnej zmiany w przygotowaniu matematycznym nauczycieli apele, by uczyć „ze zrozumieniem” czy „dla rozumienia”, nie będą miały żadnego skutku. A odwracając uwagę od głównego czynnika, jakim jest przygotowanie nauczyciela, mogą nawet szkodzić. KTEM

wskazuje też, że głosy, iż tradycyjne nauczanie okazało się nieskuteczne, są nietrafne. Tradycyjne nauczanie umożliwiało milionom ludzi opanowanie wiarygodnych procedur znajdowania poprawnych rozwiązań ważnych zadań, nie wymagając od nauczycieli czy uczniów rozumienia, dlaczego te procedury dobrze działają. Jednocześnie uczniowie o dużych uzdolnieniach matematycznych mieli możliwość uczenia się matematyki w dużo szerszym zakresie, uzyskując podstawę do studiowania matematyki na poziomie akademickim. Trzeba to uznać za duży sukces szkoły.

Czasy się jednak zmieniły. Sukces tradycyjnego nauczania przyczynił się do powstania opartej na matematyce technologii, która z kolei stworzyła sytuację, w jakiej tradycyjne nauczanie już nie jest odpowiednie. Są po temu co najmniej dwa powody. Po pierwsze, dysponujemy tanimi kalkulatorami, które mogą wykonać (przynajmniej w przybliżeniu) każdą operację potrzebną w matematyce elementarnej (i daleko więcej) za naciśnięciem kilku klawiszy. Maszyny te są przy tym dużo od nas szybsze i bardziej wiarygodne. Mamy też systemy „algebry komputerowej”, które wykonują więcej typów obliczeń niż pojedynczy człowiek mógłby opanować. Matematyka zawsze poszukiwała wiarygodnych i systematycznych metod rachunkowych, co często polegało na tworzeniu algorytmu. A to, co zostało zalgorytmizowane, może być wykonane przez komputer. Automatyzacja rachunku nie jest już dzisiaj rzeczą, która powinna niepokoić przeciętnego człowieka. A znaczy to jednocześnie, że rachunek odgrywa dzisiaj większą rolę niż dawniej. Stąd ludzie potrzebują więcej czasu na decyzje, jaki wykonać rachunek. Jest to drugi powód, dla którego nauczanie matematyki musi się zmienić. Moja córka była dobra z matematyki, ale nie lubiła tego przedmiotu i nie spodziewała się, że będzie miała z niego kiedykolwiek praktyczny pożytek. Pracuje teraz jako konsultant zarządzania i stwierdziła, że algebra szkolna bardzo jej się przydaje przy tworzeniu arkuszy kalkulacyjnych. Po prostu, uczenie się procedur rachunkowych bez ich rozumienia nie wykształci umiejętności rozumowego podejmowania decyzji, jaki rodzaj rachunku jest potrzebny. Krótko, by radzić sobie w pracy, człowiek potrzebuje teraz więcej rozumienia, a mniej sprawności rachunkowej niż poprzednie pokolenie. (Kto przewidzi, co będzie potrzebne następnej generacji?)

Dobłą nowiną w KTEM jest to, że nie ma istotnego konfliktu między wiedzą proceduralną i pojęciową: Chińscy nauczyciele wydają się umieć wykształcić obie u swoich uczniów. (Jest to jeszcze jedno intuicyjne przeświadczenie większości znanych mi matematyków, interesujących się problematyką nauczania: powinno być tak, że umiejętności proceduralne i rozumienie pojęciowe wspierają się wzajemnie. Chińscy nauczyciele mają przysłowie wyrażające ten cel nauczania: „Wiem jak, a także wiem dlaczego”.) A zła nowina to to, że ci nauczyciele, którzy teraz uczą w naszych szkołach, nie są zdolni do przekaza-

nia tego podwójnego rozumienia: możemy z sensem oczekiwać od nich jedynie wyuczenia procedur. Powiedzmy sobie jasno, że nie jest to kwestia braku kwalifikacji czy posiadania innej specjalności u nauczycieli uczących matematyki, co jest też częstym problemem i dodatkowo pogarsza sytuację. Ani procedury kwalifikacyjne, ani nauczanie metodyki, ani większość uniwersyteckich kursów matematyki, ani procesy rekrutacji, ani warunki pracy nauczyciela, ani większość kursów doksztalających — nie idzie w kierunku zapewnienia u nauczyciela matematyki takiego rozumienia, jakie jest niezbędne, by uczyć rozumienia. Mówiąc krótko, dosłownie całe nauczanie matematyki w szkołach amerykańskich, od przedszkola po maturę, jest anachroniczne.

W jaki sposób Stany Zjednoczone mogłyby sprawić, by nauczyciele matematyki posiadali umiejętności podobne do tych, jakimi dysponują ich chińscy koledzy? Zanim odpowiem, spróbujmy przyrzeć się dokładniej, na czym polegają różnice między tymi dwiema grupami. Na podstawie informacji zaczerpniętej z KTEM wymienię trzy uderzające różnice:

(1) Chińscy nauczyciele wynoszą lepsze wykształcenie ze szkoły; dobre wykształcenie daje dobrych nauczycieli — to niezawodny cykl.

(2) Chińscy nauczyciele matematyki są specjalistami. Uczynienie z nauczania matematyki specjalności może podnieść umiejętności matematyczne nauczycieli na dwa sposoby: redukuje liczbę uczących matematyki przez skoncentrowanie tego nauczania w rękach osób matematycznie najbardziej kwalifikowanych, a także zachęca młodych ludzi skłaniających się ku matematyce do wybrania zawodu nauczyciela. Niezależnie od tych implikacji dla rekrutacji, znaczy to, że nauczyciele chińscy mają więcej czasu i motywacji dla rozwijania swojego rozumienia matematyki. To samodoskonalenie jest dodatkowo wzmacniane przez efekt społeczny: specjalizacja sprzyja powstawaniu grup kolegów pracujących razem dla pogłębienia wspólnej kultury dydaktycznej w zakresie swojej specjalności. Tak więc uczynienie z nauczania matematyki specjalności rozmaicie podnosi kwalifikacje nauczycieli matematyki.

(3) Nauczyciele chińscy pracują w warunkach sprzyjających dojrzewaniu rozumienia. Nauczyciele amerykańscy spędzają praktycznie cały dzień przed klasą, gdy nauczyciele chińscy mają w ciągu dnia czas na studiowanie materiałów dydaktycznych, pracę z uczniami wymagającymi pomocy lub zasługującymi na szczególną uwagę, wreszcie na rozmowy z kolegami. Nowi nauczyciele mogą się uczyć od doświadczonych. Wszyscy mogą wspólnie zastanawiać się nad problemami pojawiającymi się w czasie indywidualnych lekcji, czym się systematycznie zajmują. Mogą rozwijać się matematycznie, omawiając wspólnie ciekawe problemy. Stevenson i Stigler (1994) obserwowali, że czas poświęcany samokształceniu stanowi wspólną cechę nauczania matematyki w Azji Wschodniej, gdzie według TIMSS (U.S. Department of Education, 1996,

1997, 1998), a także (Stevenson, 1994) funkcjonują obecnie najlepsze w świecie systemy nauczania matematyki.

Połączenie doboru kandydatów, wykształcenia i dobrych warunków pracy, które przeważają w Chinach, dają wysoką jakość nauczania, którą Ma nazywa PUFM: *profound understanding of fundamental mathematics*, tj. „głębokie rozumienie matematyki podstawowej”. PUFM i jak je osiągać stanowi treść rozdziałów 5 i 6. Należy podkreślić, że PUFM znaczy więcej niż opanowanie materiału, też oczywiście bardzo ważne; obejmuje ono także umiejętność komunikowania uczniom tych treści. Nauczanie obejmuje dwa komponenty: materiał nauczania i uczniów. Nauczanie to sztuka doprowadzania do tego, by uczniowie opanowywali materiał. By to robić efektywnie, trzeba doskonale znać obydwie te komponenty. Choć brzmi to jak banał, zapomina się o tym często w dyskusjach na temat nauczania matematyki w Stanach Zjednoczonych i jeden z tych istotnych komponentów wysuwa się ponad drugi. W nauczaniu szkolnym występuje tendencja do przedkładania poznania uczniów nad poznanie materiału nauczania, podczas gdy na poziomie uniwersyteckim akcent kładzie się na to drugie. (Ta kulturowa różnica może częściowo tłumaczyć negatywną reakcję niektórych matematyków na Standardy NCTM<sup>1</sup>. Silniejsze akcentowanie metodyki niż treści nauczania jest tu bardzo wyraźne w zaleceniach i hasłach.) Obydwie te poglądy na nauczanie są niepełne.

Jaka polityka edukacyjna mogłaby sprzyjać temu, by PUFM było u nauczycieli jeśli nie powszechne, to przynajmniej nie tak skrajną rzadkością? Ta kwestia jest rozważana w rozdziale 7, ostatnim rozdziale KTEM. Chciałbym tu dodać moją własną opinię na ten temat. Wymienione wcześniej różnice (1), (2) i (3) częściowo sugerują odpowiedź.

Różnice (2) i (3) to przede wszystkim sprawa polityki oświatowej. Nie jest potrzebna żadna rewolucja w amerykańskiej tradycji, aby kształcić matematyków-specjalistów albo stworzyć im warunki dla doksztalcania się i wymiany koleżeńskiej. Na to trzeba głównie woli politycznej.

Co do różnicy (2), motywacja do zajmowania się matematyką już w młodszych klasach jest w Stanach Zjednoczonych dużo silniejsza niż w Chinach. Społeczeństwo amerykańskie w dużo większym stopniu potrzebuje ludzi o matematycznych uzdolnieniach niż głównie rolnicza gospodarka w Chinach. Stąd konkurencja osób o matematycznych kompetencjach na stanowiskach nauczycielskich jest tu dużo silniejsza; wszelka polityka obniżająca liczbę tych stanowisk lub podwyższająca wymagania wobec kandydatów byłaby korzystna dla nauczania matematyki. Różnica w poziomie cywilizacji technicznej także sprawia, że potrzeba dobrego nauczania matematyki jest większa w USA niż

---

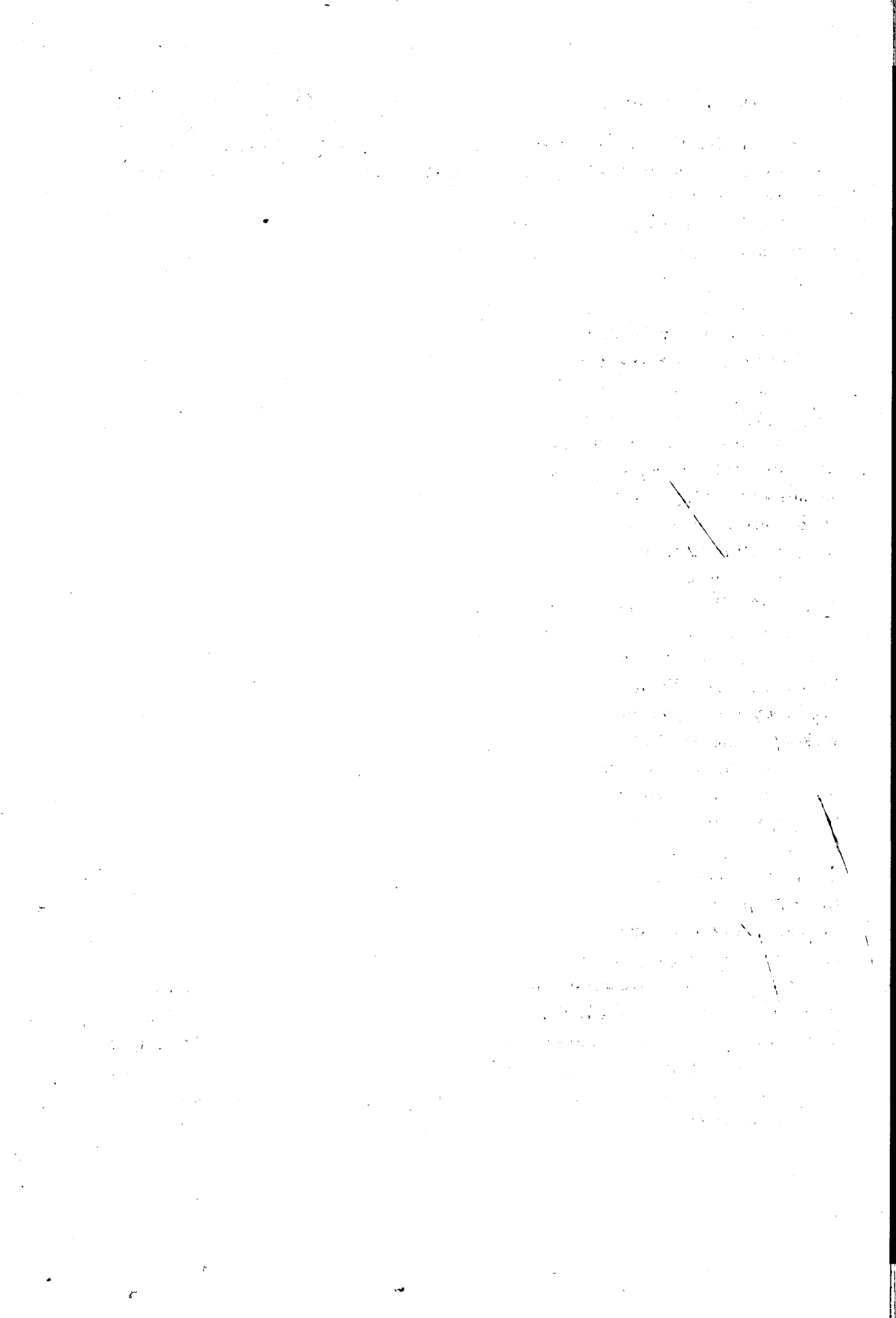
<sup>1</sup>National Council of Teachers of Mathematics



w Chinach. Krótko, podzielenie czynnej obecnie kadry nauczycieli szkół podstawowych na matematyków i niematematyków dałoby od razu dzieciom lepiej kwalifikowanych nauczycieli matematyki, uwalniając jednocześnie pozostałych nauczycieli od bardzo uciążliwego zajęcia, a wszystko bez powiększania zatrudnienia. Niektórzy pedagodzy opowiadali się przez pewien czas za specjalistami od matematyki nawet w nauczaniu początkowym (Usiskin, 1988). Być może ujawnienie w KTEM tego, że nauczyciel rozumiejący matematykę jest potrzebny nawet w drugiej klasie (gdzie uczy się odejmowania liczb dwucyfrowych) przekona polityków sterujących oświatą do poparcia tego pomysłu.

Co do różnicy (3), wywiady z nauczycielami posiadającymi PUFM pokazały, że dysponowanie czasem na dokończanie się i koleżeńskie interakcje stanowią ważny czynnik rozwijania PUFM. Ten czas byłby najbardziej efektywny dla nauczycieli-specjalistów; zarówno studiowanie, jak i dyskusje skupiałyby się silnie na matematyce. Wydzielenie tego czasu do pensum nauczyciela jest może bardziej kontrowersyjne niż specjalizacja, gdyż wymaga środków finansowych. Prawdę mówiąc, klasy w Chinach są liczniejsze, toteż nauczyciel ma i tak pod opieką plus-minus tę samą liczbę uczniów co w Stanach (Stevenson, 1994). Poprawa nauczania, będąca efektem dokończania się i dyskusji z kolegami, wyrównuje ze sporym naddatkiem trudności wynikające z większej liczebności klas. Aktualnie nawołuje się u nas do redukcji liczby uczniów w klasach. Dane KTEM i badania Stevensona i Stiglera (1994) w moim przekonaniu wystarczająco dowodzą, że przeznaczone na to pieniądze byłyby lepiej wykorzystane, gdyby wyeliminowano różnicę (3).

Najtrudniejsze jest wyeliminowanie różnicy (1), tj. stworzenie niezawodnego cyklu, w którym już po dziewiątej klasie lub po szkole średniej uczniowie będą dysponować solidnym pojęciowym rozumieniem matematyki, stanowiącym mocną podstawę, na której można budować umiejętność nauczania. Według moich oczekiwań, ruch w tym kierunku będzie wymagał — w każdym razie na początku — znacznej interwencji ze strony szkół wyższych. Trzeba będzie stworzyć na szeroką skalę nowe programy doskonalenia zawodowego, zarówno inicjalnego jak i dla czynnych nauczycieli, które będą silnie skoncentrowane na kształtowaniu głębokiego rozumienia matematyki elementarnej w kontekście nauczania. Studia uniwersyteckie w obecnym kształcie nie będą tu przydatne; jak jasno pokazuje KTEM, potrzeby nauczycieli są zupełnie innej natury niż potrzeby zawodowych matematyków czy użytkowników matematyki-narzędzia, dla których są przeznaczone niemal wszystkie obecne kursy akademickie.





studiować to, czego masz uczyć, druga — kogo masz uczyć. Jeśli uda ci się ładnie spleść te dwie rzeczy — odniesiesz sukces. Myślmy o tym wciąż od nowa, studiując materiały dydaktyczne. Wierz mi, wygląda to prosto, gdy o tym mówię, ale gdy to naprawdę robisz, okazuje się bardzo skomplikowane, subtelne, i zajmuje sporo czasu. Łatwo jest być nauczycielem szkoły podstawowej, ale trudno jest być dobrym nauczycielem.

Chciałbym jeszcze podkreślić troskę o spójność matematyki, wyrażoną przez innego nauczyciela, cytowanego przez Ma. Chce on mieć pewność, że uczniowie widzą matematykę jako spójną całość. Z pewnością tak widzą ją matematycy i jest to dla nas jeden z głównych powodów atrakcyjności tej wiedzy: matematyka ma sens i pomaga dostrzec sens świata. Gdy zająłem się zagadnieniem szkolnego nauczania matematyki, najbardziej odstręczające było dla mnie stwierdzenie tego, że większość Amerykanów widzi w matematyce dowolnie utworzony zbiór reguł, nie mających żadnego związku ani ze sobą, ani z czymkolwiek w świecie czy życiu. Wielu nauczycieli podziela ten pogląd. Nauczyciel ślepy na spójność matematyki nie może pomóc uczniom w jej dostrzeżeniu.

### Literatura

- B a l l, D.: 1998, *The Subject Matter Preparation of Prospective Teachers: Challenging the Myths*, National Center for Research in Teacher Education, East Lansing, MI.
- B a l l, D.: 1990, Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division, *J. Res. Math. Ed.*, **21**, 132-144.
- B a l l, D.: 1989, *Teaching Mathematics for Understanding: What Do Teachers Need to Know about the Subject Matter?*, National Center for Research in Teacher Education, East Lansing, MI.
- B e g l e, E.: 1979, *Critical variables in mathematics education: Findings from a survey of empirical literature*, MAA and NCTM, Washington, D. C.
- H i r s c h, E. D.: 1996, *The Schools We Need and Why We Don't Have Them*, Doubleday, New York.
- H o w e, R.: 1998, The AMS and mathematics education: The revision of the „NCTM Standards”, *Notices of the AMS* **45**, 243-247.
- N C T M: 1989, *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.
- P o s t, T., H a r e l, G., B e h r, M., and L e s h, R.: 1991, Intermediate teachers' knowledge of rational number concepts, E. Fennema, T. Carpenter, and S. Lamon (red.), *Integrating Research on Teaching and Learning Mathematics*, SUNY, Albany, NY, 177-198.

Schmidt, W. et al.: 1998, *A Summary of Facing the Consequences: Using TIMSS for a Closer Look at United States Mathematics and Science Education*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Stevenson, H. and Stigler, J.: 1994, *The Learning Gap, Why Our Schools Are Failing and What We Can Learn from Japanese and Chinese Education*, Paperback Reprint edition, Touchstone Books, January.

U. S. Department of Education: 1998, *Pursuing excellence: A study of U. S. twelfth-grade mathematics and science achievement in an international context*, U. S. Government Printing Office, Washington, D. C.

U. S. Department of Education: 1996, *Pursuing excellence: A study of U. S. eighth grade mathematics and science teaching, learning, curriculum, and achievement in an international context*, U.S. Government Printing Office, Washington, D. C.

U. S. Department of Education: 1997, *Pursuing excellence: A study of U. S. fourth-grade mathematics and science achievements in an international context*, U. S. Government Printing Office, Washington, D. C.

Ustin, Z.: 1988, The beliefs underlying UCSMP, *UCSMP Newsletter*, 2.

Roger Howe jest profesorem matematyki w Yale University. Jego adres elektroniczny jest następujący: <howe@math.yale.edu>.

*Z angielskiego tłumaczył Stefan Turnau*