



Bogdan J. Nowecki  
Akademia Pedagogiczna, Kraków

## Dydaktyka matematyki — od praktycznego przygotowania nauczyciela matematyki do samodzielnej specjalności naukowej<sup>1</sup>

U źródeł współczesnej dydaktyki matematyki leży dwa zasadnicze czynniki; z jednej strony praktyczne potrzeby szkoły i nauczyciela matematyki wyrażane najczęściej przez pedagogów i dydaktyków, z drugiej — konieczność transponowania na grunt szkolny, a co za tym idzie, do szerokich warstw społeczeństwa aktualnych historycznie idei matematycznych. Wyrazem roli pierwszego z tych czynników jest następujące wyjaśnienie, którym rozpoczął przedmowę do swego *Zarysu dydaktyki matematyki* S. Neapolitański w roku 1929.

Przez dydaktykę matematyki rozumiem naukę, która poucza, jak stosować zasady i wnioski dydaktyki ogólnej do nauczania matematyki, uwzględniając treść materialną tej nauki, jej metody badań oraz cel jej nauczania w szkole (Neapolitański, 1958, s. 5).

Jest to typowe rozumienie dydaktyki matematyki, zwanej też w tym sensie metodyką nauczania matematyki, jako uszczegółowienie zasad ogólnej dydaktyki, ich interpretacji w treściach matematycznych i stosowanie w takim sensie i zakresie, jak należy to robić w nauczaniu każdego przedmiotu szkolnego. Pomijając szczegółową analizę tego stanowiska, warto zwrócić uwagę na dwa istotne problemy z nim związane:

1. zasady nauczania formułowane w dydaktyce ogólnej nie są czymś objawionym i nie powstają w oderwaniu od szkolnej nauki, także mate-

---

<sup>1</sup>Referat wygłoszony na XV Zjeździe Matematyków Polskich 3 września 1999 roku w Krakowie.

matyki; przeciwnie, z analizy procesu nauczania różnych przedmiotów wyrastają;

2. również treści nauczania pozostają poza sferą dociekań dydaktyki matematyki, która ma tylko „stosować zasady i wnioski dydaktyki ogólnej do nauczania matematyki”.

Jak pisze Z. Krygowska:

W tym ujęciu zatem w istocie rzeczy „całość procesu nauczania” jest określona przez pięć zasad ogólnodydaktycznych. Dydaktyka matematyki ma więc za zadanie przede wszystkim poszukiwanie sposobów realizacji tych zasad w praktyce nauczania matematyki. Ten pogląd jest już dziś nie do utrzymania z różnych powodów (Krygowska, 1982, s. 8).

Drugi z wymienionych czynników odegrał, i odgrywa nadal, podstawową rolę w rozwoju dydaktyki matematyki jako dyscypliny naukowej. Mówił o tym w sposób dociekliwy i pogłębiony profesor Roman Duda w plenarnym odczycie wygłoszonym na Zjeździe Polskiego Towarzystwa Matematycznego w Częstochowie w roku 1987 (Duda, 1989). Motywując treści odczytu, autor pisze:

Artykuł ten powstał w wyniku głębokiego przekonania, że znajomość dziejów matematyki, a w szczególności przemian, jakim ona podlegała i nadal podlega, oraz ewolucji poglądów przemianom tym towarzyszących — wydaje się niezbędna dla każdego, kto chce świadomie brać udział w podejmowaniu matematyki jako zadania pedagogicznego (Duda, 1989, s. 40).

Ta znajomość  *dziejów matematyki*  w połączeniu z dobrze rozumianą zasadą paralelizmu<sup>2</sup> może odgrywać ważną rolę w badaniach dydaktyki matematyki, w szczególności może pozwolić na unikanie niektórych jej błędów. Jako przykład przytacza autor nauczanie geometrii.

Wiele zła w szkole wynika stąd, że nie tylko przyjęła ona obraz geometrii jako struktury aksjomatyczno-dedukcyjnej, ale uznała nadto, że ten właśnie obraz należy w umyśle dziecka kształtować, utożsamiając tym samym postępowanie logiczne z dydaktycznym, a metodę dialektyczną zastępując przez retoryczną. Struktura aksjomatyczno-dedukcyjna jest rzeczywiście niesłychanie ponętna dydaktycznie. Czyż może być coś bardziej pociągającego niż rozpoczynanie od przesłanek oczywistych

<sup>2</sup>Rozwój matematyczny jednostki powtarza, w wielkim skrócie, dzieje matematyki (Duda, 1982)

i budowanie na oczach ucznia i razem z nim, logicznie przejrzystego jak kryształ, a przy tym imponującego rozległością panoramy i subtelnością szczegółów, gmachu matematyki? Nic więc dziwnego, że temu urokowi ulegali wszyscy, od Greków poczynając poprzez średniowiecze aż do czasów nowożytnych i nawet nam współczesnych. Ale przecież, mimo wielkiego i niewątpliwego uroku tej struktury, jest jednak coś niezdrowego w jej absolutyzacji jako modelu postępowania dydaktycznego. Podstawowe nieporozumienie polega na tym, że paradygmat aksjomatyczno-dedukcyjny z ideału, ku któremu się zmierza i który ma być końcową, ostateczną postacią osiągniętej wiedzy (nie wiadomo zresztą czy osiągalną, p. niżej) zrobiono metodę pozyskiwania i przekazywania tej wiedzy. I dzieje się tak zarówno wbrew świadectwom historycznym, które świadczą, mówiąc brutalnie słowami Lebesgue'a, że teoria matematyczna w postaci aksjomatyczno-dedukcyjnej dojrzała do pogrzebu, jak i doświadczeniom wielu pokoleń uczniów, dla których geometria uczona aksjomatycznie bywa martwa, nudna i obca, a często także zniechęcająca. Mówiąc słowami Freudenthala, nastąpiło tu utożsamienie „struktury nauki” ze „strukturą nauczania” (Freudenthal, 1987). Zapomiano, że matematyka „żywa” zaczyna się zawsze gdzieś w środku i biegnie naprzód, opanowanie podbitego terenu pozostawiając pokoleniom „utrwalaczy” i właśnie dydaktyków.

W ten sposób przeszliśmy do wpływu matematyków na badania i rozwój dydaktyki matematyki. Przykład prof. Romana Dudy nie jest na szczęście wyjątkiem. Można powiedzieć więcej. Wpływ twórczych matematyków na dydaktykę matematyki jest znaczący od zarania jej rozwoju. A początki tego rozwoju można datować na czas powstania Polskiego Towarzystwa Matematycznego, a więc XV Jubileuszowy Zjazd Towarzystwa jest w pewnym sensie także jubileuszem powstania dydaktyki matematyki w dzisiejszym kształcie. Jeszcze jedno łączy nasz Zjazd z dydaktyką matematyki. I Towarzystwo Matematyczne i dydaktyka matematyki stawiały pierwsze kroki w Krakowie. Warto też w tym kontekście przypomnieć tak zasłużenie dziś honorowaną postać Stefana Banacha. Otóż we wstępie do *Dydaktyki matematyki czystej* jej autor Otton Nikodym, ówczesny docent Uniwersytetu Jagiellońskiego pisze:

Dużo zawdzięczam p. prof. A. Łomnickiemu oraz licznym rozmowom na tematy dydaktyczne z pp. prof. S. Banachem i W. Wilkoszem i nie jedną ich trafną uwagę zamieściłem w niniejszej książce (Nikodym, 1930, s. XI-XII).

Oprócz wymienionych przez O. Nikodyma profesorów problemami nauczania matematyki interesowali się żywo inni matematycy, np. Antoni Hoborski,

czy Stanisław Zaremba.

Nie trzeba w gronie matematyków szczegółowo przypominać, że okres międzywojenny charakteryzował się burzliwym rozwojem „nowej matematyki” — teorii mnogości, topologii, logiki matematycznej, analizy funkcjonalnej itp. oraz niezwykle intensywnych badań nad podstawami matematyki, w szczególności nad metodą aksjomatyczną, jej znaczeniem i ograniczeniami. Matematyka rozwijana na Uniwersytecie Jagiellońskim przez długi czas nie uczestniczyła szerszym frontem w tym ruchu, którego motorami były przede wszystkim środowiska warszawskie i lwowskie. Do studentów matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego te nowe nurty matematyczne docierały jednak w pierwszym dziesięcioleciu drugiej Rzeczypospolitej przede wszystkim przez zajęcia prowadzone przez profesora Wilkosza, zajęcia odbijające jego wszechstronne zainteresowania i wykształcenie. Wiązała się z tym idea unowocześnienia matematyki szkolnej, wyeliminowania z niej wielu błędów usankcjonowanych już tradycją, zbliżenia matematyki jako przedmiotu nauczania do matematyki jako nauki.

Chodziło w szczególności o nową koncepcję matematyki elementarnej, konstruowanej z odpowiednią precyzją i równocześnie dostępną uczniom. Punktem wyjścia dla poszukiwania rozwiązania problemów dydaktycznych miała być zawsze analiza samej matematyki, porównanie różnych rozwiązań matematycznych tego samego problemu (różnych definicji tego samego pojęcia, różnych dowodów tego samego twierdzenia, różnych systemów symboliki itp.) z punktu widzenia możliwości i potrzeb nauczania na różnych poziomach, wybór odpowiedniego ujęcia w wyniku tej analizy i — co stanowiło o oryginalności tych idei — specyficzna elementaryzacja tego ujęcia. Idee te znalazły swe odbicie we wspomnianym już dziele Ottona Nikodyma.

Nauczyciele matematyki kształceni w tym czasie w Uniwersytecie Jagiellońskim wynosili ze swych studiów niewątpliwie pewne specyficzne nastawienie do swej dyscypliny jako przedmiotu nauczania. Przejawiało się ono w ich pracach w ramach kierowanego przez Jana Leśniaka Ogniska Metodycznego Matematyki, artykułach publikowanych w czasopiśmie *Parametr* oraz w licznych konferencjach organizowanych w Krakowie. W pracach Ogniska brali aktywny udział matematycy — profesorowie wyższych uczelni Krakowa.

Niesłuszne byłoby, oczywiście, twierdzić, że był to już ośrodek naukowych badań z dydaktyki matematyki, ale takie perspektywy już się zarysowywały.

Wojna przerwała działalność Ogniska. Po wojnie odrodziło się ono w nieco zmienionej postaci, jako kierowany początkowo przez Jana Leśniaka, następnie kolejno przez Zofię Krygowską i Józefa Jodłowskiego Ośrodek Metodyczny Matematyki działający przy Kuratorium Krakowskiego Okręgu Szkolnego. Perspektywę jednak dla rozwoju dydaktyki matematyki jako autonomicznej dyscypliny naukowej otwarło dopiero powstanie w roku 1946 Wyższej Szkoły

Pedagogicznej w Krakowie, do pracy w której przeszedł od początku Jan Leśniak oraz od roku 1949 — Zofia Krygowska.

Zdarzeniem bez precedensu w historii Uniwersytetu Jagiellońskiego było uzyskanie przez te dwie osoby doktoratów na podstawie rozpraw z dydaktyki matematyki na Wydziale Matematyczno-Przyrodniczym tego uniwersytetu. W obu przypadkach promotorem był Tadeusz Ważewski, głęboko zainteresowany problemami nauczania matematyki. Aktem promowania tych doktorów stworzył załazek kadry dla rodzącej się dopiero jako nowej dyscypliny — dydaktyki matematyki. Ten kierunek popierał też od początku bardzo życzliwie profesor Stanisław Gołąb.

Rozwój dydaktyki matematyki w kierunku dyscypliny naukowej wiąże się niewątpliwie z osobą prof. dr A. Z. Krygowskiej. Za początek tego rozwoju można uznać rok 1950, w którym prof. Krygowska uzyskała stopień naukowy doktora nauk matematyczno-przyrodniczych na podstawie rozprawy pt. *O granicach ścisłości w nauczaniu geometrii elementarnej*, i w którym rozpoczęła etatową pracę w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Krakowie. Na marginesie zauważmy, że — jak wspomniano wyżej — była to jedna z dwóch pierwszych prac doktorskich z dydaktyki matematyki. Rada Wydziału Filozoficzno-Przyrodniczego U. J., na wniosek promotora profesora Tadeusza Ważewskiego, bez żadnych zastrzeżeń uznała, że jest to doktorat nauk matematycznych. Szkoda, że tak pięknie zapoczątkowana tradycja kształcenia kadry dydaktyków matematyki na Uniwersytecie Jagiellońskim nie jest kontynuowana, mimo że w późniejszych latach byli, a także obecnie są, wśród twórczych matematyków Uniwersytetu sympatycy tej dyscypliny, żywo nią zainteresowani, że wspomnimy tu prof. Jacka Szarskiego, Zdzisława Opiała, a ze współczesnych Stanisława Łojasiewicza, Andrzeja Pelczara, Tadeusza Winiarskiego, Piotra Tworzewskiego czy Edwarda Tutaja.

Wróćmy jednak do początków dydaktyki matematyki i pracy naukowej prof. Z. Krygowskiej. Otóż praca ta od początku koncentrowała się wokół trzech zadań:

- po pierwsze — opracowanie teoretycznych i metodologicznych podstaw tej dyscypliny naukowej,
- po drugie — stworzenie warunków prawnych i organizacyjnych kształcenia kadry naukowej w tej nowej dyscyplinie,
- po trzecie — w oparciu o badania teoretyczne i eksperymentalne w dziedzinie dydaktyki matematyki w Polsce i w świecie stałe ulepszanie nauczania matematyki w szkole polskiej na różnych jej poziomach.

Realizacja tak postawionych zadań wymagała olbrzymiej pracy i działań w różnych gremiach badawczych i decyzyjnych, od współpracy z psychologami, pedagogami, a przede wszystkim matematykami poczynając, przez pracę w różnych zespołach, radach i komisjach ministerialnych oraz organizacjach międzynarodowych, na pracy z nauczycielami kończąc. Ze względu na ograniczony czas tego wystąpienia spróbuję przedstawić skrótowo główne etapy, czy może lepiej powiedzieć fakty, które składają się na współczesny wizerunek dydaktyki matematyki.

W roku 1956 prof. Krygowska uczestniczyła jako ekspert w dorocznej konferencji ministrów oświecenia publicznego krajów — członków UNESCO, zorganizowanej w Genewie przy współudziale Międzynarodowego Biura Wychowania, kierowanego przez J. Piageta. O roli tej konferencji dla reformowania nauczania matematyki i rozwoju jej dydaktyki prof. Krygowska pisze:

Był to fakt ogromnego znaczenia zarówno ze względu na oficjalny charakter narady, w której wzięli udział z jednej strony przedstawiciele najwyższego stopnia administracji szkolnictwa 74 krajów, z drugiej towarzyszący im eksperci od spraw dydaktyki matematyki, jak i ze względu na bardzo bogatą treść tej narady. Na tle sugestywnie zarysowanej roli matematyki wyraźnie wystąpiły w dyskusji niedostatki tradycyjnego kształcenia matematycznego i konieczność reformy. Analizowano głęboko cele nauczania matematyki dla wszystkich. Zagadnienie programów rozważano z czterech punktów widzenia: 1) od strony stosunku postępów nauki do materiału szkolnego nauczania matematyki, 2) z punktu widzenia praktycznych potrzeb nauki, techniki i życia gospodarczego, 3) od strony ucznia, jego możliwości, rozwoju umysłowego, aktualnych i potencjalnych zainteresowań i motywacji, 4) z punktu widzenia nauczyciela, warunków jego pracy i zainteresowań. Postulaty dotyczące zmian programowych sformułowano jeszcze na konferencji genewskiej bardzo ostrożnie. Proponowano wszczęcie poważnych badań, mających na celu sprawdzenie, czy i w jakiej mierze ogólne struktury mnogościowe i algebraiczne mogłyby służyć ulepszeniu i ułatwieniu uczenia się matematyki elementarnej. Domagano się konstruowania programów nauczania według pewnych „całości ideowych”. Od strony psychologii te postulaty zostały mocno podparte wystąpieniem profesora Piageta. Konferencja poświęciła też wiele uwagi metodom nauczania matematyki, postulując stosowanie dydaktyki opartej na aktywnym, świadomym i twórczym udziale ucznia w procesie nauczania. Dyskutowano nad poglądowymi środkami nauczania matematyki, analizując i podkreślając ich cele i rolę w przejściu do abstrakcji. Wiele jeszcze innych problemów związanych z modernizacją matematyki

szkolnej znalazło w dyskusji bardzo głębokie odzwierciedlenie. Między innymi zwrócono uwagę na konieczność rozwoju dydaktyki matematyki na poziomie dyscypliny naukowej. Konferencja sformułowała zalecenia dla ministerstw oświecenia publicznego, przyjęte jednogłośnie przez ponad 300 delegatów krajów kapitalistycznych, socjalistycznych i „trzeciego świata”, bardzo wyraźnie wskazujących drogę do zmiany koncepcji matematyki elementarnej i reformy jej nauczania (Krygowska, 1981, s. 71).

W pewnym sensie pokłosiem tej konferencji jest obszerna praca Z. Krygowskiej pt. *Metodologiczne i psychologiczne podstawy czynnościowej metody nauczania matematyki*, opublikowana w roku 1957 w księdze jubileuszowej *Dziesięciolecie Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Krakowie*. Praca kończy się stwierdzeniami:

W świetle metodologii nauki operacja jest zasadniczym elementem struktur matematycznych. W świetle psychologii czynności dziecka są zasadniczymi czynnikami rozwoju jego myślenia. Ta zgodność — jak sądzę — wystarczająco uzasadnia potrzebę oparcia nauczania matematyki na wszechstronnej aktywności ucznia w dziedzinie konkretnego, wyobraźni i myślenia (Krygowska, 1957, s. 465).

Szkoda, że książka, w której opublikowano artykuł, ze względu na mały nakład stała się bardzo szybko niedostępna. Stąd nawet niektórzy dydaktycy matematyki w Polsce, upowszechniając czynnościową metodę nauczania matematyki, nie wiedzą, że jej twórcą jest prof. Krygowska.

W roku 1958 powstaje pierwsza w Polsce Katedra Dydaktyki Matematyki (początkowo zwana Katedrą Metodyki Nauczania Matematyki). Prof. Krygowska, jako kierownik tej Katedry, wiązała z jej działalnością duże nadzieje. Dała temu wyraz w charakterystyce rozwoju metodyki nauczania matematyki. Czytamy tam m. in.:

Metodyka nauczania matematyki jest w chwili obecnej przedmiotem żywej dyskusji, licznych eksperymentów i badań teoretycznych o charakterze międzynarodowym, zmierzających do zasadniczej zmiany samej koncepcji matematyki elementarnej i reformy jej nauczania w szkole. Dwa podstawowe fakty stały się źródłem tych tendencji. Z jednej strony rozwój matematyki, w ostatnich pięćdziesięciu latach, związany z rewolucją poglądów na jej przedmiot i metodologię, odzwierciedloną w rozszerzeniu się zastosowań matematyki na dziedziny dotąd jej obce nauk humanistycznych i społecznych, z drugiej wzrost społecznego znaczenia kształcenia matematycznej myśli i odpowiedzialności za poziom nauczania matematyki, obejmującego już nie elitę, ale całą młodzież — prowadzą do nieuchronnej przebudowy zacofanej matematyki szkolnej w zakresie jej

programów i metod nauczania. Reformę, której konieczność już dziś nie podlega żadnej dyskusji, trzeba oprzeć na obiektywnych badaniach teoretycznych i eksperymentalnych. Utrwała się przy tym przekonanie, że stanie się ona zaczątkiem permanentnej reformy, przebiegającej równoległe do dynamicznego rozwoju matematycznych podstaw techniki i nauki, maszyn matematycznych i automatyzacji, cybernetyki itp. — permanentnej rewizji samej koncepcji kształcenia. Tworzenie naukowych zakładów, których zadaniem byłoby obiektywne badanie tych zagadnień, oraz przygotowanie teoretycznych podstaw dla konkretnych już reform o charakterze administracyjnym i organizacyjnym w szkolnictwie jest więc nie tylko celowe, ale i konieczne. Powstanie Katedry Metodyki Nauczania Matematyki w WSP w Krakowie można uważać za jeden z czynników realizacji tej idei; utworzenie tej placówki naukowej właśnie w WSP krakowskiej było jednak nie tylko odpowiedzią na te potrzeby, ale też rezultatem prac prowadzonych już poprzednio w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Krakowie, których zasięg i ranga wymagały ujęcia w pewne ramy organizacyjne i zapewnienia im należytej bazy (...) (Krygowska, 1965a).

W roku 1964 odbyła się ogólnopolska konferencja na temat problematyki programu metodyki nauczania matematyki oraz form jego realizacji w szkołach wyższych kształcących nauczycieli. W referacie programowym konferencji prof. Krygowska rozważa problem:

Czy metodykę nauczania matematyki w szkole wyższej dającą kwalifikacje zawodowe, należy traktować jako przedmiot studiów wyższych, czy jako praktyczne przygotowanie do zawodu (Krygowska, 1965b, s. 19).

W konkluzji bardzo szerokich i głębokich rozważań autorka pisze:

Przechodzę obecnie do rozważania drugiego z postawionych na wstępie pytań: Czy ograniczenie zajęć z metodyki w ramach studiów wyższych do praktycznego tylko przysposobienia do zawodu bez szerokiej podbudowy teoretycznej jest właśnie praktycznie i operatywnie wystarczające? Twierdzę, że jest ono nie tylko niewystarczające, ale może być nawet szkodliwe. Praktycyzm i tu nie jest opłacalny. Nigdzie chyba tak wyraźnie nie dostrzegamy w ostatnich latach prawdziwości tezy, że teoria bez praktyki jest martwa, a praktyka bez teorii jest ślepa, jak w nauczaniu matematyki.

Zarówno więc ze względu na swoją specyfikę wyodrębniającej się dyscypliny naukowej, jak i na potrzeby zawodu, stwierdzamy, że metodyka

nauczania matematyki może i powinna być traktowana jako jeden z istotnych przedmiotów takich studiów matematyki, które dają pełne prawa do nauczania tego przedmiotu w szkołach średnich (Krygowska, 1965b, s. 41, 44).

Warto przytoczyć tu jeden fragment wypowiedzi z bardzo bogatej dyskusji nad referatem. Profesor Z. Opiał powiedział m. in.:

Co wybrać z bogatego zespołu pojęć, metod i konstrukcji współczesnej matematyki, czego uczyć — to matematycy wiedzą doskonale; w jaki sposób konkretnie taki nowoczesny ambitny program realizować — tego nie wiedzą. I w tej trudnej sytuacji nie może chodzić już tylko o wymyślenie jakiegoś lepszego lub gorszego sposobu nauczania matematyki, potrzebna jest cała nauka i wiedza o tym, jak jej uczyć. Powtarzam z naciskiem: cała nauka i wiedza. I to już od zaraz, od dnia dzisiejszego. Bo weźmy pod uwagę chociażby te czynniki, o których mówiłem na wstępie. Każdy z nich nawet z osobna wzięty wskazuje, że znajdujemy się w sytuacji bardzo groźnej dla naszego rozwoju społecznego — mówi o tym i zacofanie nauczania matematyki w naszych szkołach, i nasza bezradność i bierność w stosunku do nowoczesnych środków technicznych, i dynamizm rozwoju matematyki, który za lat dziesięć czy dwadzieścia postawi nas w obliczu niebezpieczeństwa znacznie groźniejszego niż to, w obliczu którego teraz się znajdujemy (Krygowska, 1965b, s. 62–63).

W latach 1968-1969 pojawiają się pierwsze prace doktorskie z dydaktyki matematyki opracowane pod kierunkiem prof. Krygowskiej. Stopnie doktora nauk matematycznych w zakresie ich dydaktyki uzyskali S. Turnau w WSP w Katowicach i B. Nowecki w WSP w Gdańsku. Były to pierwsze od czasu doktoratów J. Leśniaka i Z. Krygowskiej przewody doktorskie przeprowadzone na wydziałach matematycznych.

Bardzo duży wpływ na przyspieszenie rozwoju kadry dydaktyków matematyki miały dwie decyzje władz centralnych związane z Wyższą Szkołą Pedagogiczną w Krakowie. Mianowicie w roku 1970 Wydział Matematyczno-Fizyczno-Techniczny uzyskał prawo nadawania stopnia naukowego doktora nauk matematycznych (Zarządzenie Przewodniczącego Komitetu Nauki i Techniki z dnia 16.XI.1970 r. — MP nr 42/70 poz. 321), a w roku 1971 powołano na tym wydziale studia doktoranckie z dydaktyki matematyki (Pismo Ministerstwa Oświaty i Szkolnictwa Wyższego z dnia 15.VII.1971 nr DM 2-40112-146/71).

Dzięki temu większość przewodów doktorskich z dydaktyki matematyki mogła być prowadzona w krakowskiej WSP.

W latach 1971-1984 przeprowadzono trzy cykle studiów doktoranckich. Uczestniczyli w tych studiach przede wszystkim asystenci wyższych uczelni zajmujący się dydaktyką matematyki (także na poziomie szkoły wyższej) oraz nauczyciele szkół średnich. Promotorami w przewodach doktorskich byli, oprócz dydaktyków matematyki, matematycy zainteresowani problemami dydaktycznymi.

Drugim, obok studiów doktoranckich, nurtem przygotowywania rozpraw doktorskich z dydaktyki matematyki było, działające od momentu powstania Katedry Dydaktyki Matematyki, Ogólnopolskie Seminarium prowadzone przez prof. Z. Krygowską. Seminarium funkcjonuje nadal, od śmierci prof. Krygowskiej prowadzone jest przez S. Turnaua i B. J. Noweckiego. W wyniku działalności studium doktoranckiego i seminarium, stopnie doktora nauk matematycznych w zakresie ich dydaktyki, uzyskało w krakowskiej WSP ponad 40 osób. Sporadycznie uzyskiwano te stopnie naukowe także w innych uczelniach, np. w uniwersytetach: wrocławskim, poznańskim, śląskim.

W latach siedemdziesiątych pojawiają się pierwsze habilitacje z dydaktyki matematyki: W. Nowak (1976), B. Rabijewska, S. Turnau (1979) i B. Nowcki (1979). Warto odnotować, że tylko jedna osoba — dr hab. S. Turnau — uzyskała ten stopień naukowy na wydziale matematycznym (Uniwersytet Wrocławski).

Tak więc, na początku lat osiemdziesiątych dydaktyka matematyki była już wyraźnie obecna w uniwersytetach i w wyższych szkołach pedagogicznych, zarówno w planach i programach studiów, jak i strukturach organizacyjnych instytutów matematyki i zespołach nauczycieli akademickich.

W opracowanym przeze mnie artykule *Dydaktyka matematyki w polskich szkołach kształcących nauczycieli* (Nowcki, 1985) znalazły się między innymi następujące informacje (stan z roku 1981):

- W dziewięciu uniwersytetach działało 5 zakładów i 3 pracownie dydaktyki matematyki; zatrudniały one w sumie jednego profesora, trzech doktorów habilitowanych, 16 doktorów i 26 magistrów.
- Podobnie w dziewięciu wyższych szkołach pedagogicznych funkcjonowało sześć zakładów i jedna pracownia dydaktyki matematyki z kadrą liczącą łącznie 4 docentów i doktorów habilitowanych, 33 doktorów i 67 magistrów.

Można więc powiedzieć, że w tym czasie dydaktyka matematyki osiągnęła już pewien pułap plasujący ją wśród dyscyplin akademickich. Stało się to, w dużej mierze, dzięki działalności krakowskiego środowiska dydaktycznego, które już w latach siedemdziesiątych zyskało wysoką rangę w skali światowej. Pisze o

tym m. in. prof. J. Szarski w ocenie osiągnięć i perspektyw badawczych nauk matematycznych w ośrodku krakowskim, dokonanej w roku 1974.

Osobny rozdział stanowią osiągnięcia w zakresie metodyki nauczania i dydaktyki matematyki, tj. w dziedzinach, w których Kraków jest wiodącym centrum w Polsce, pod kierownictwem Zofii Krygowskiej. Główne wyniki i dalsze badania podstawowe w tym zakresie dotyczą następujących zagadnień:

- a) koncepcji matematyki elementarnej jako konstrukcji historycznie zmiennej co do treści, metod i języka;
- b) psychomatematycznych problemów uczenia się i nauczania matematyki;
- c) metodyki uczenia się i nauczania matematyki.

W szczególności wymienimy tu przykładowo takie problemy, jak: podstawy matematyki elementarnej, specyfika języka współczesnej matematyki z punktu widzenia jej studiowania, trudności uczniów i analiza przyczyn tych trudności, rola intuicji i formalizmu, uzdolnienia matematyczne i ich ocena, indywidualizacja nauczania, ocena i kontrola wyników nauczania. Oprócz tego wymienić należy badania związane z reformą nauczania matematyki oraz eksperymenty pilotujące reformę i wdrożeniowe w pierwszych etapach reformy. Wszystkie te prace mają charakter pionierski i stanowią oryginalny dorobek grupy krakowskiej, której koncepcja dydaktyki matematyki uzyskała na terenie międzynarodowym nazwę „Krakowskiej szkoły dydaktyki matematyki” (Szarski, 1975).

Wyrazem uznania dydaktyki matematyki za dyscyplinę autonomiczną, silnie związaną z matematyką są decyzje Polskiego Towarzystwa Matematycznego powołujące V serię Roczników Polskiego Towarzystwa Matematycznego *Dydaktyka Matematyki*. Warto z okazji 80-lecia Towarzystwa przypomnieć te ważne decyzje.

Otóż Walne Zgromadzenie Polskiego Towarzystwa Matematycznego, obradujące w Poznaniu 8 czerwca 1978 roku, podjęło uchwałę następującej treści:

1. Walne Zgromadzenie PTM uznaje za celowe i pilnie potrzebne dla rozwoju dydaktyki matematyki utworzenie piątej serii Roczników PTM pt. „Dydaktyka Matematyki”, w wymiarze 20 arkuszy rocznie i w nakładzie 800 egzemplarzy.
2. Walne Zgromadzenie Polskiego Towarzystwa Matematycznego powierza Zarządowi Głównemu podjęcie odpowiednich zabiegów w celu możliwie szybkiego powołania tej serii.

(z protokołu z posiedzenia Walnego Zgromadzenia PTM w Poznaniu w dniu 8. VI. 1978 r.).

W ślad za tą uchwałą, po załatwieniu szeregu spraw formalnych, kolejne posiedzenie Walnego Zgromadzenia w dniu 15 września 1979 r. powołało Komitet Redakcyjny z prof. Z. Krygowską na czele. Zgodnie z decyzją Polskiej Akademii Nauk „Dydaktyka Matematyki” jest wydawana jako piąta seria roczników PTM od roku 1982. W roku 1998 ukazał się 20 numer „Dydaktyki Matematyki”.

O trafności tych decyzji PTM — za które pragnę w tym miejscu serdecznie podziękować — a także o randze dydaktyki matematyki niech świadczy grono wybitnych autorów drukujących na łamach „Dydaktyki Matematyki”. Pozwolę sobie wymienić tylko niektórych. Są wśród nich: Roman Duda, Hans Freudenthal, Nicolas Rouche, Josette Adda, Emma Castelnuovo, Georges Glaeser, Klaus Härtig, František Kuřina, Hans-Georg Steiner, Tomáš Varga, Jeremy Kilpatrick, Werner Walsch, Zbigniew Semadeni. Niemniej ważne od tego zestawu znakomitych nazwisk jest to, że w *Dydaktyce Matematyki* publikują swe prace młodzi adepci tej dyscypliny. Jest to dla nich bardzo dobra i sprawdzona droga prezentacji wyników swoich badań.

Niech mi będzie wolno, na koniec tych skrótowych, chociaż może trochę przydługich rozważań, wyrazić jedno skromne, chociaż może nie całkiem skromne życzenie. Chciałbym mianowicie, na którymś z kolejnych Walnych Zgromadzeń PTM, zgłosić kolejne podziękowanie za owocne działania Towarzystwa na rzecz wpisania dydaktyki matematyki do rejestru dyscyplin w dziedzinie nauk matematycznych. To pozwoliłoby m. in. sprawniej rozwiązywać problemy kadry dydaktyków matematyki z najwyższymi kwalifikacjami, których to problemów celowo nie poruszałem.

### Literatura

D u d a, R.: 1982, Zasada paralelizmu w dydaktyce, *Dydaktyka Matematyki* 1, PWN, Warszawa, 127-138.

D u d a, R.: 1989, Ewolucja matematyki a jej nauczanie, *Dydaktyka Matematyki* 11, PWN, Warszawa, 37-62.

F r e u d e n t h a l, H.: 1987, Co znaczą struktury naukowe i struktura nauki w rozwoju poznawczym i w nauczaniu, *Dydaktyka Matematyki* 7, PWN, Warszawa, 27-42.

K r y g o w s k a, Z.: 1957, Metodologiczne i psychologiczne podstawy czynnościowej metody nauczania matematyki, w: *Dziesięciolecie Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Krakowie 1946-1956*, PWN, Kraków, 449-465.

K r y g o w s k a, Z.: 1965a, Metodyka nauczania matematyki, *Rocznik Naukowo-Dydaktyczny*, Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Krakowie, Zeszyt 18, Kraków, 263-265.

K r y g o w s k a, Z.: 1965b, Założenia konstrukcji i doboru problematyki programu metodyki nauczania matematyki w szkołach wyższych kształcących nauczycieli, *Prace z Dydaktyki Szkoły Wyższej* 1, WSP Kraków, 19-52.

K r y g o w s k a, Z.: 1981, *Koncepcja powszechnego matematycznego kształcenia w ramach programów szkolnych z lat 1960-1980*, WN WSP, Kraków.

K r y g o w s k a, Z.: 1982, Główne problemy i kierunki badań współczesnej dydaktyki matematyki, *Dydaktyka Matematyki* 1, 7-60.

N e a p o l i t a ń s k i, S.: 1958, *Zarys dydaktyki matematyki*, PZWS, Warszawa.

N i k o d y m, O.: 1930, *Dydaktyka matematyki czystej w zakresie gimnazjum wyższego. I. Liczby naturalne*, Książnica Atlas, Lwów-Warszawa.

N o w e c k i, B. J.: 1985, Dydaktyka matematyki w polskich szkołach kształcących nauczycieli, w: *Dydaktyka Matematyki* 4, PWN, Warszawa, 191-223.

S z a r s k i, J.: 1975, Osiągnięcia i perspektywy badania naukowe matematycznych w ośrodku krakowskim, w: *Nauka w środowisku krakowskim w latach 1945-1974. Materiały z Środowiskowej Sesji Naukowej w Krakowie, 4-5 czerwca 1974*, PWN, Warszawa-Kraków.

## Didactic of mathematics — from practical mathematics teacher training to independent scientific discipline<sup>3</sup>

### S u m m a r y

The papers deals with the development of didactics of mathematics from its beginnings in the interwar period. In that time didactics was meant as a practical preparing and carrying on lessons of mathematics. Today it is an autonomous scientific discipline. In the author's opinion, a particular role in the process of creating this discipline was played by professor Anna Zofia Krygowska.

---

<sup>3</sup>lecture delivered during the 15th Assembly of Polish Mathematicians, Kraków, September 1999