DYDAKTYKA MATEMATYKI 1 (1981)

WANDA NOWAK (Poznań)

Wybrane zagadnienia metodologii badań dydaktyki matematyki

WPROWADZENIE

Intensyfikacja badań empirycznych związanych z nowoczesnym /1/ nauczaniem matematyki elementarnej, odpowiadającym ogólnemu postępowi nie tylko nauk ścisłych, ale również nauk humanistycznych i społecznych, zrodziła problem metodologii tych badań. Ich struktura jest bardzo złożona, a zakres badań rozległy. W szerokim tego słowa znaczeniu jest bowiem d y d a k t y k a m a t e m a t y k i dyscypliną naukową, która zajmuje się badaniem nauczania matematyki, zaczynając od nauczania małych dzieci, a kończąc na szkole wyższej.

Przez n a u c z a n i e będziemy rozumieć złożony proces sterowania, organizowany przez nauczyciela za pomocą różnych środków. W badaniach nad nauczaniem matematyka może stanowić określoną aktywność, albo w innym rozumieniu teorię będącą produktem takiej aktywności. W związku z tym dostrzegamy dwa aspekty dydaktyki matematyki. Będzie to dziedzina badań, która zajmuje się

/1/ Pojęcie "nowoczesności" w ujmowaniu matematyki szkolnej zostało precyzyjnie określone przez Z.Krygowską. Por. Z.KRYGOWSKA: Zarys dydaktyki matematyki, t. 1, Warszawa 1977, str. 8.

nauczaniem teorii matematycznej, ale będzie to również nauka badająca specyfikę matematycznego działania /wtedy nauczanie matematyki będziemy rozumieć jako organizowanie tego działania/.

Zdawać by się mogło, że dydaktyka matematyki, jako rozwijająca się nauka interdyscyplinarna, może w swoich badaniach oprzeć się całkowicie na metodologii wypracowanej w naukach społecznych, w szczególności w naukach pedagogicznych. Większość jednak dotychczas przeprowadzonych rozwiązań aktualnych problemów dydaktyki matematyki wskazuje na trudności badacza, który chciałby kierować się tylko ustaleniami opracowanymi w znanych monografiach /2/. Popieramy w pełni stanowisko B.Noweckiego, że "dydaktyka matematyki, mimo jej znacznego rozwoju w ostatnich latach, nie dysponuje jeszcze wypróbowanymi i sprawdzonymi metodami badań. Metody powstają równocześnie z rozwojem badań w dziedzinie dydaktyki matematyki i często wywodzą się z metod stosowanych w innych dyscyplinach, od psychologii i socjologii poczynając, na matematyce i statystyce kończąc" /3/.

Palącym z a d a n i e m staje się konfrontacja aktualnych zapotrzebowań z oferowaną nam w naukach procedurą badawczą i konkretyzacja tej procedury na gruncie dotychczasowych doświadczeń. Większość monografii poświęconych metodologii badań ukazuje przykłady badań z teorii wychowania, badań nad problemami ekonomiki oświaty, a także badań psychologicznych, a tylko nieliczne poruszają zresztą bardzo ogólnie, zagadnienia dydaktyczno-wychowawcze, zachęcając nauczycieli do pracy badawczej /4/. Brak przykładów z

---

/2/ Do najczęściej stosowanych należą prace J.Brzezińskiego, H.Muszyńskiego, S.Nowaka, J.Pietera, Z.Zaborowskiego i Wł. Zaczyńskiego wykazane w spisie literatury.

/3/ Por. B.NOWECKI: Badania nad efektywnością kształtowania pojęć twierdzenia i dedukcji u uczniów klas licealnych, Wydawnictwa Naukowe WSP, Kraków 1978, str. 31.

/4/ Tylko w dwóch ogólnie dostępnych monografiach dydaktyki matematyki można znaleźć wzmianki o stosowanych metodach badań naukowych. Por. N.W.METELSKIJ: Didaktika matematiki, Mińsk 1975, str. 17; A.A.STOLAR: Pedagogika matematiki, Mińsk 1969, str. 21.

interesującej nas specjalności, dla ilustracji ustaleń metodologicznych, utrudnia pracę badawczą naszym magistrantom, nauczycielom matematyki, a także młodszym pracownikom naukowym. Dodatkowe trudności sprawia różnorodność terminologii stosowanej w pracach metodologicznych różnych dyscyplin. Należy się zdecydować na pewne ustalenia w tej dziedzinie.

W dydaktyce matematyki prowadzi się coraz więcej badań empirycznych, a wyniki nie wszystkich z nich mogą być uznane za uogólnienia poprawnego rozwiązania problemów badawczych. Ponadto obserwujemy wiele nieporozumień metodologicznych, które zrodziły się na skutek zbyt dosłownego przenoszenia wzorów wypracowanych w naukach graniczących z dydaktyką.

Ostatnie uwagi stanowią m o t y w a c j ę powstania niniejszej rozprawy. Powinna ona zapoczątkować studia nad poszukiwaniem i weryfikowaniem podstaw teoretycznych dla przeprowadzenia badań naukowych w dydaktyce matematyki. Przyjmując ogólne założenia każdej metodologii badań, w szczególności badań pedagogicznych, dokonamy rewizji przydatności tych ustaleń, ilustrując wszelkie propozycje przykładami aktualnych badań dydaktyki matematyki/5/. Nacisk zostanie położony na metody rozwiązywania problemów dydaktycznych w badaniach empirycznych. Nie możemy jednak całkowicie wyłączać z pola widzenia problemów teoretycznych, ponieważ muszą być one niekiedy rozważane na etapie tworzenia nowej koncepcji, która następnie będzie wdrażana i weryfikowana.

Literatura cytowana, zamieszczona na końcu pracy, na którą powołujemy się w nawiasach tekstu, obejmuje wyłącznie pozycje związane z metodologią badań naukowych. Do bibliografii stanowiącej egzemplifikację teorii odsyłamy Czytelnika w przypisach.

/5/ Ponieważ nie wszystkie dotychczasowe próby badań odzwierciedlają w pełni przyjęte tu ustalenia, a celem artykułu nie jest ich ocena metodologiczna, zamieszcza się w tej pracy również przykłady problemów nie rozwiązywanych do tej pory.

1. RODZAJE PRAC NAUKOWYCH I GŁÓWNE ETAPY PROCESU BADAWCZEGO

1.1. Metodologia nauk nie przeprowadza precyzyjnej klasyfikacji możliwych prac naukowych[6]. Zakresy terminów określania ich rodzajów często się krzyżują i niekiedy dopiero porównanie konkretnych prac pozwala zakwalifikować je do tego samego typu lub dostrzec istotne różnice. Badacz powinien zapoznać się z propozycją wyróżnienia pewnych rodzajów prac przy przyjęciu ustalonych, choć zazwyczaj dość umownie interpretowanych kryteriów. Mówiąc o rodzajach prac naukowych, zwykło się najczęściej myśleć o rodzaju p i s a r s t w a n a u k o w e g o, a nie o rodzaju ściśle określonych badań prowadzących do tego pisarstwa. To ostatnie kryterium znajdzie czasem odzwierciedlenie dopiero w podtytule pracy. Dostosowując do naszych celów propozycję J.Pietera /1975, str. 170/ wyróżnimy w dydaktyce matematyki następujące określenia prac naukowych:

1° drobne przyczynki, przyczynki, systematyczne opracowania /literatury przedmiotu lub wyników badań/, monografie - kryterium różnicowania: rozmiar badań i rodzaj opracowania;

2° kompilacje, prace naśladowcze /odtwórcze/, prace samodzielne, prace oryginalne, prace wysoce oryginalne, prace przełomowe itp. - kryterium różnicowania: stopień oryginalności;

3° projekty badań /m.in. koncepcje dydaktyczne/, wstępy do badań /jako rezultat pracy koncepcyjnej/, materiały z badań, doniesienia z badań, sprawozdania z badań, przedstawienie wyników badań - kryterium różnicowania: elementy metody naukowej stosowane w pracy badawczej;

4° referaty, prace seminaryjne, streszczenia, recenzje, sprawozdania /z ćwiczeń/, prace promocyjne /magisterskie, doktorskie, habilitacyjne/ - kryterium różnicowania: charakter pracy jako ćwiczenia w stosowaniu metody naukowej;

5° podręczniki, zarysy, biuletyny, poradniki, prace popularnonaukowe itp. - kryterium różnicowania: przeznaczenie dydaktyczno-naukowe pracy.

/6/ Warto zapoznać się z kryterium ustalania postępowania badawczego jako naukowego. Por. R.L.ACKOFF: Decyzje optymalne w bada -

Wyżej wyróżnione przykłady stosowanej w praktyce terminologii, określającej pewne aspekty każdej pracy, mogą być zastosowane łącznie, służąc w pewnym sensie do opisu danej publikacji jako rodzaju piśmiennictwa naukowego.

1.2. Przedstawienie w dalszej części rozprawy różnorodnej procedury badań, której dopiero zastosowanie prowadzi do powstania przyszłej pracy naukowej, poprzedzimy obecnie ukazaniem głównych etapów postępowania badawczego. Należy tu mocno podkreślić, że w badaniach naukowych nie może mieć miejsca mechaniczne kopiowanie metod i wzorów, a każde rozwiązanie problemu naukowego wymaga indywidualnego podejścia. Stąd też nie wszystkie np. 10 etapów procesu badania naukowego/7/, wyróżnionych w naukach psychologicznych przez J.Brzezińskiego /1975, str. 6/, musi być uwzględnionych w naszych badaniach. Jakkolwiek szczegółowy opis tych etapów i ich ilustrowanie odpowiednimi przykładami będzie również przedmiotem dalszych rozważań, to jednak już na tym miejscu należy mocno podkreślić, że dla badań z dydaktyki matematyki trzeba będzie zaprojektować różne warianty procedur badawczych, przy czym niektóre z nich może cechować inna kolejność wyróżnionych etapów pracy badacza.

Te etapy, nazwijmy je "szczegółowymi", złożą się na p r o c e s b a d a w c z y, w którym będą się powtarzać, niezależnie od rodzaju badań, co najmniej trzy kolejne okresy: 1/ planowanie, 2/ realizacja planu, 3/ opracowanie wyników badań.

P l a n o w a n i e należy tu rozumieć jako dość złożone stadium badań, które rozpoczyna się uzasadnieniem problemu i jego umiejscowieniem w analizie dotychczasowych osiągnięć nauki, przechodzi kolejno etapy związane z poszukiwaniem odpowiednich metod i narzędzi badań, a kończy się przedstawieniem szczegółowych założeń metodologicznych w opisie procedury badawczej.

---

niach stosowanych, Warszawa 1969, str. 15-18

/7/ J.Pieter /1975, str. 27/ nazywa je głównymi składnikami metody naukowej, a H.Muszyński /1970, str. 243/ formułuje je jako kolejne czynności obowiązujące badacza.

Zgromadzenie materiałów badawczych następuje w okresie przeprowadzania badań właściwych, czyli w okresie r e a l i z a c j i p l a n u zgodnej z wypracowanymi w pierwszym okresie ustaleniami. W ostatnim okresie ma miejsce o p r a c o w a n i e w y n i k ó w b a d a ń, na które składa się analiza ilościowa lub jakościowa uzyskanych danych, syntetyczne przedstawienie wniosków, w szczególności ukazanie nowych szczegółowych problemów badawczych, pisemne sprawozdanie z badań oraz "rzut oka wstecz" na przebieg i wartość przeprowadzonych badań.

Te trzy okresy wystąpią w różnym nasileniu zarówno w badaniach diagnostycznych, badaniach koncepcyjno-wdrożeniowych, jak i badaniach weryfikacyjnych. Najmniej zróżnicowane metodologicznie jest w każdym z tych rodzajów badań planowanie. Jego podstawowe elementy, stanowiące o poprawności tej fazy badań, zostaną naświetlone obecnie w kolejnych trzech rozdziałach.

2. CHARAKTERYSTYKA PROBLEMÓW BADAWCZYCH DYDAKTYKI MATEMATYKI

2.1. Sformułowanie choćby tylko ogólnego problemu badawczego jest wstępnym etapem każdych usystematyzowanych poszukiwań. Problem orientuje o zakresie naszej niewiedzy, a jego poprawne określenie pozwala wyznaczyć teren badań i zakres interesujących nas zjawisk, co stanowi podstawowy warunek ścisłości naukowej /Muszyński, 1970, str. 174/. Pełne sformułowanie problemu i wyróżnienie problemów szczegółowych poprzedza często analiza doświadczenia pedagogicznego, analiza fachowej literatury albo wstępnych badań sondażowych. Tego etapu nie przedstawia się najczęściej w pracy zbyt szczegółowo, obserwujemy więc problem umotywowany ze względu na potrzebę jego rozwiązania /8/ i zredagowany tak, że łatwo w nim można dostrzec podstawowe pojęcia określające badane zmienne i zrozumieć relacje między tymi pojęciami.

/8/ Podstawowe czynności wyróżnione w procesie formułowania problemu badawczego oraz warunki konieczne dla uzasadniania problemu w badaniach dydaktyki matematyki są zgodne z ustaleniami

Oczywiście w pracy musi znaleźć miejsce precyzyjne określenie rozumienia tych pojęć i relacji, przyjęte przez autora po syntetycznym opracowaniu literatury przedmiotu, ściśle dotyczącej badanego zagadnienia. Wiele też problemów zredagowanych na wysokim poziomie ogólności da się tą drogą zredukować do bardziej specyficznej postaci, często nawet do postaci mierzalnej/9/.

Metodologia pedagogiki podkreśla konieczność takiego formułowania problemów badawczych, aby była możliwa ich empiryczna weryfikacja. Problemowi, przyjmującemu zawsze postać pytania, towarzyszy więc odpowiednio zredagowana hipoteza robocza, stanowiąca oczekiwaną odpowiedź na to pytanie, przy czym większość pytań stanowią pytania rozstrzygnięcia, zredagowane poprzez zastosowanie zasady dychotomii w stosunku do zakresu niewiadomej pytania /Muszyński, 1970, str. 183/.

Trudno byłoby zgodzić się w naszym przedmiocie badań ze stanowiskiem, że tylko taka redakcja problemów daje całkowitą pewność, że są one poprawnie postawione. W dydaktyce matematyki występują często również pytania-dopełnienia, które umożliwiają wybór odpowiedzi z większej liczby rozpatrywanych alternatyw.

Najczęściej jednak problem badawczy dydaktyki matematyki będzie mieć charakter otwarty, a samo badanie charakter bardziej eksploratywny. Jeżeli zapytamy np. "jakie proporcje łączenia języka werbalnego i symbolicznego są optymalne dla rozumienia tekstu matematycznego na danym etapie kształcenia ucznia", wówczas przyjmując precyzyjnie opisane kryteria rozumienia danej treści, będzie-

---

metodologii pracy naukowej /J.Nowak, 1975, str. 66-67/.

/9/ Warto zapoznać się z przykładem z dziedziny psychologii, ukazującym proces ewolucji problemu od postaci ogólnej do zoperacjonalizowanej /Brzeziński, 1975, str. 8/. Sądzić należy, że umiarkowana wersja operacjonizmu mogłaby znaleźć zastosowanie w badaniu niektórych problemów dydaktyki matematyki, gdybyśmy umieli konstruować rzetelne i trafne narzędzia pomiarowe albo dysponowali różnymi wystandaryzowanymi skalami.

my badać i porównywać efektywność[10] różnych ściśle określonych wariantów tekstu przy założeniu tej samej metody pracy z tekstem. Jeszcze bardziej otwarte będzie np. pytanie o to "jakie cele należy realizować w nauczaniu matematyki dzieci". Jest to oczywiście problem bardzo złożony, domagający się kompleksowego rozwiązania przez zespół specjalistów na etapie ustalenia diagnozy, projektowania i weryfikowania, równocześnie jednak problem naukowy o dużym znaczeniu praktycznym.

2.2. W poszukiwaniu problemu badań należy kierować się kryterium potrzeb społecznych i aspektem naukowo-metodologicznym. Im bardziej szczegółowo jest sformułowany problem, tym większa jest gwarancja poprawności jego rozwiązania. Problem rodzi się często w wyniku analizy własnych doświadczeń pedagogicznych /niekoniecznie nauczycielskich/, a więc na gruncie praktyki i wizji jej doskonalenia. Początkujący badacz powinien szczególną wagę przywiązywać do etapu poszukiwania odpowiedniego dla siebie problemu badań[11]. Lepiej nastawić się na twórcze uzupełnienie badań mających już pewną biografię naukową, aniżeli zbyt odważnie ustalać nowe procedury badawcze i konstruować słabe narzędzia pomiaru. Ostatnią uwagę warto kierować szczególnie do magistrantów, których prace z dydaktyki matematyki mogą mieć nawet rangę prac naukowych i jako przyczynki do bardziej złożonych badań zostać włączone do badań własnych zakładu, w którym daną pracą kierowano[12]. Tylko nieliczne prace magisterskie mogą stanowić pełne

---

/10/ Kryteria pomiaru efektywności muszą być szczególnie wnikliwie ustalone, co warunkuje dopiero konstruowanie rzetelnych narzędzi badań.

/11/ Dobrą orientację daje zapoznanie się z zagadnieniem formułowania problemów badawczych w aspekcie metodologii ogólnej. Por. np. Z.CACKOWSKI: Problemy i pseudoproblemy, Warszawa 1964.

/12/ Przykładem mogą być prace kierowane przez prof. Z.Krygowską związane z badaniem rozumienia tekstu twierdzenia i tekstu dowodu w samodzielnej pracy ucznia /WSP, Kraków 1970/.

rozwiązanie izolowanego /w stosunku do równolegle opracowywanych prac/, wąsko określonego problemu badawczego. Przykładem może być pytanie o "środki stosowane w polskich i zagranicznych podręcznikach matematyki klasy pierwszej w celu wprowadzenia ucznia w myślenie informatyczne". Podobnych prac, stanowiących analizę porównawczą tekstów podręcznika /przy wybranych aspektach analizy/ może być bardzo dużo, każda z nich rozwiązuje pewien szczegółowy problem, ale wszystkie dotyczą modelowania podręcznika szkolnego.

Zachodzi pytanie, czy wszystkie dobre prace magisterskie z dydaktyki matematyki muszą być s e n s u s t r i c t o pracami naukowymi. Sądzę, że nie, jeżeli jako kryterium naukowości przyjmiemy fakt rozwiązania w pracy pewnego szczegółowego problemu badawczego. Istnieją bowiem prace, które w pełni realizują postawione magistrantowi zadanie /najczęściej praktyczne/, ale które stanowią jedynie niezbędny materiał dla dalszych badań, głównie weryfikujących. Należy pamiętać o tym, że student nie ma często warunków do zweryfikowania przedstawionej koncepcji, która zresztą może być np. tylko propozycją dydaktyczną, do której ustalenia nie trzeba było w pełni korzystać z metody naukowej. Jako przykłady takich prac niech posłużą dwa tematy:

1/ Konstrukcja i wdrożenie serii zadań metodologicznych do realizacji tematu "liczby wymierne".

2/ Stefan Banach - wykład audiowizualny dla młodzieży szkół średnich.

Pierwsza praca dostarczy wartościowych dla praktyki pomysłów "obudowania" aktualnego podręcznika szkolnego i to pomysłów częściowo tylko wdrożonych, a więc wymagających konfrontacji z innymi np. koncepcjami doskonalenia podręcznika. Efektem drugiej pracy będzie propozycja tekstu wykładu nagranego dla uczniów i uzupełnionego przeźroczami oraz foliogramami popularyzującymi życie i twórczość wielkiego matematyka. Taki wykład stanowi dopiero dobry punkt wyjścia do korekty i rozpowszechnienia.

Te dwa nietypowe tematy prac magisterskich powinny stanowić uzasadnienie, że w dydaktyce matematyki musimy również uwzględniać prace /mogą to być np. opublikowane sprawozdania z doświadczeń nauczycielskich/, które stanowią albo drobny przyczynek, albo tylko materiały z badań pomocniczych, niezbędne w tzw. badaniach podstawowych.

2.3. Przytoczone w tym rozdziale przykłady, choć z konieczności mało konstruktywnie opisane, wskazują na potrzebę podjęcia próby scharakteryzowania aktualnych problemów dydaktyki matematyki. Będzie to pewnego rodzaju przegląd z uwypukleniem niektórych grup problemów pokrewnych, co oczywiście nie może spełniać warunków poprawnej klasyfikacji, która nie jest tu ani możliwa, ani celowa. Przegląd ten nie ma również na celu sprawozdania z aktualnego stanu badań w dydaktyce matematyki ani zarejestrowania prac stanowiących dotychczasowe próby rozwiązań wskazanych problemów/13/. Tego rodzaju opracowanie powinno stanowić przedmiot oddzielnych badań. Z tych względów wszelkie niżej przytoczone przykłady stanowią tylko egzemplifikację danego rodzaju problematyki badawczej, przy czym wyjątkowo tylko będziemy powoływać się na opublikowane wyniki badań, jeżeli Czytelnik może we wskazanej pracy znaleźć konkretyzację poczynionych tu ustaleń metodologicznych. Przykłady problemów nie będą tu na ogół formułowane w formie pytań, co utrudniłoby przejrzystość w porządkowaniu zagadnień; informacja dotyczyć więc będzie wskazania tematu czy przedmiotu badań, w ramach którego można dany problem postawić.

Popróbujemy na wstępie opisać pewne kryteria różnicowania problemów otwartych, w obrębie których można by poszukiwać interesujących problemów dydaktyki matematyki. Temat jest co prawda zbyt obszerny, by mógł być wyczerpany w dość syntetycznym, z konieczności, ujęciu. Przedstawiając własną propozycję, pragnę przekonać Czytelnika, że łączne zastosowanie czterech różnych kryteriów, albo co najmniej niektórych z nich, pozwoli bardziej precyzyjnie zakwalifikować problemy naszych badań i opisać je w kategoriach dydaktyki ogólnej. Jeżeli nadto uwzględnimy dodatkowe kryterium,

---

/13/ Należy zakładać, że nowe wydawnictwo - Dydaktyka Matematyki - będzie stanowiło trybunę konfrontacji wyników badań prowadzonych w Polsce i na świecie, a na jego łamach znajdzie miejsce pełna informacja o aktualnie rozwiązywanych problemach, z włączeniem dobrych prac magisterskich, które mają charakter pracy naukowej.

związane z treścią zjawisk rozpatrywanych w interesującej nas dyscyplinie, to przedstawiona koncepcja obejmuje, jak należy przypuszczać, prawie wszystkie problemy rozpatrywane w dydaktyce matematyki.

Przyjmijmy umownie bardzo szerokie rozumienie p r o b l e m u b a d a w c z e g o jako pytania o wartość zmiennych[14], albo o relacje zachodzące między zmiennymi, charakteryzującymi pewne zjawiska, które znalazły się w zasięgu naszego zainteresowania. Uwzględniając specyfikę zjawisk występujących w dydaktyce, dostrzegamy grupę zjawisk, które dadzą się ogólnie ująć jako pewne "działanie", w bardzo szerokim tego słowa znaczeniu, grupę zjawisk stanowiących "efekt" pewnego działania, przy czym zakres naszej niewiedzy, o której orientujemy w pytaniu, dotyczy pewnych "warunków", w których "funkcjonują" rozpatrywane zjawiska. Każda z tych grup zjawisk może stanowić zarówno tzw. "dane" pytania, jak i w innym wypadku "zakres niewiadomej" pytania, a więc zakres klasy zmiennych, w obrębie której należy szukać podstawienia spełniającego funkcję zdaniową, stanowiącą odpowiedź na pytanie. Jeżeli przyjmiemy ponadto, że warunki, w których badamy zjawiska, mogą stanowić również zmienną występującą w pytaniu, to zgodnie z tabelą 1 otrzymamy trzy rodzaje problemów badawczych.

/14/ Nie chodzi tu o wartość liczbową. O zmiennych będziemy mówić w następnym rozdziale.

Tabela 1
Zróżnicowanie problemów badawczych ze względu na rodzaj zmiennej określającej "działanie" D, "efekty" E i "warunki" W występowania tych zjawisk

Przypadek	Działanie D	Efekty E	Warunki W	Problem	
				Ogólna formuła	Schemat
I	dane	niewiadome	ustalone	Jakie E są następstwem D w warunkach W ?	$D \xrightarrow{W} ?$
II	niewiadome	dane	ustalone	Jakie D wywołuje E w warunkach W ?	$? \xrightarrow{W} E$
III	dane	dane	niewiadome	W jakich warunkach W zachodzi: D wywołuje E ?	$D \xrightarrow{?} E$

W przypadku I badamy efekty zastosowanego działania /np. metody nauczania, środka dydaktycznego, specjalnego rodzaju ćwiczenia, form kontroli itp./, przy czym te efekty możemy albo przewidywać i dokładnie określać, stawiając odpowiednią hipotezę, albo po stwierdzeniu stanu faktycznego ustalić hipotezę na końcu badania do ewentualnej weryfikacji w nowych warunkach. W przypadku II poszukujemy odpowiedniego działania w celu uzyskania określonych efektów /np. sprawności dowodzenia twierdzeń lub realizacji innych celów kształcenia/ przy ustalonych warunkach przeprowadzenia badań. Tu sformułowanie hipotezy może co najwyżej kończyć badania. Jest jeszcze przypadek III, w którym pytamy o warunki /np. o wiek dziecka, niezbędne wyposażenie pracowni, uwzględnienie założeń systemu dydaktycznego itp./ niezbędne do tego, by dane działanie wywoływało zawsze określone efekty. W tym wypadku rozwiązanie problemu jest równoznaczne z weryfikacją hipotezy, która powinna być sformułowana już na początku właściwych badań.

Zastosowanie kryterium przyjęcia różnego zakresu dla działania dydaktycznego D /tabela 2/ i następnie kryterium uwzględnia-

jącego różny zakres efektów E działalności dydaktycznej /tabela 3/ ułatwi dalsze różnicowanie problemów.

Tabela 2
Zróżnicowanie problemów badawczych ze względu na zakres działania dydaktycznego

Przypadek	Zakres działania D	Rodzaj działania D	Przykłady działania D
a	wąski	pojedyncze działanie	ćwiczenie w zgadywaniu wyniku zadania przed jego rozwiązaniem; w czytaniu tekstu twierdzenia; w rozwiązywaniu zadań metodologicznych
b	dość szeroki	dość złożone działanie	wdrażanie podręcznika z obudową audiowizualną
c	szeroki	działanie kompleksowe	zastosowanie nowego programu nauczania matematyki w zmodernizowanym systemie dydaktycznym

Tabela 3
Zróżnicowanie problemów badawczych ze względu na zakres efektów działalności dydaktycznej

Przypadek	Zakres efektu E	Rodzaj efektu E	Przykład efektu E
α	wąski	pojedynczy, dość łatwy do określenia efekt	określona umiejętność, np. szacowanie odległości, rozumienie twierdzenia
β	dość szeroki	dość złożony efekt	wynik nauczania
γ	szeroki	złożony efekt wielostopniowy	poziom kultury matematycznej

Podstawiając do tabeli 1 warianty zaproponowane w tabeli 2 i tabeli 3, otrzymamy tą drogą, teoretycznie rzecz ujmując,

27 możliwych redakcji problemów. Jeżeli dla przykładu rozpatrzymy problem rozumienia tekstu twierdzenia w zależności od jego redakcji[15], to będzie to problem Ia α/tabele 1-3/. Pytamy bowiem, jaka forma redakcji twierdzenia wpłynie na lepsze rozumienie twierdzenia w ustalonych warunkach. Określając precyzyjnie wprowadzone zmienne i manipulując niewiadomą, możemy tu w tym ogólnym problemie wyróżnić bez trudu problemy szczegółowe.

2.4. Z uwag poczynionych przy objaśnianiu tabeli 1 wynika, że nie zawsze musi towarzyszyć rozwiązaniu problemu weryfikacja pewnej hipotezy, o czym będziemy mówić jeszcze w następnych rozdziałach. Wiele prac badawczych z dydaktyki, szczególnie prac przyczynkowych, koncentruje uwagę na poszukiwaniu różnych koncepcji, na szczegółowej analizie porównawczej różnych środków dydaktycznych i wytworów pracy ucznia, na szczegółowej analizie działalności ucznia, w szczególności np. twórczości matematycznej, i na wielu innych zagadnieniach, których rozwiązanie ma często służyć rozeznaniu faktycznej sytuacji. Z tych względów proponujemy przyjęcie jeszcze jednego kryterium różnicowania naszych problemów, które umownie nazwiemy k r y t e r i u m c e l u pracy badawczej. Oznaczając zachodzące tu przypadki numerami 1-3, wyróżnimy następujące grupy problemów:

1. Problemy o charakterze diagnostycznym albo poszukującym,
2. Problemy o charakterze projektującym,
3. Problemy o charakterze oceniającym albo weryfikującym.

Propozycję modelu tak wyróżnionych badań wraz z ilustrującymi je przykładami, znajdziemy w rozdziale piątym.

Poza naszymi dotychczasowymi ustaleniami pozostają dwie grupy badań, na które zwraca szczególną uwagę A.Stolar[16], podkreślając z jednej strony rolę studiowania i wykorzystywania historii rozwoju matematyki i jej nauczania, z drugiej wartość

/15/ B.NOWECKI: Przyczynek do badań nad rozumieniem przez uczniów tekstu matematycznego, Prace z dydaktyki matematyki, Wydawnictwa Naukowe WSP, Kraków 1974, str. 66,

/16/ Por. A.A.STOLAR: Pedagogika matematiki, Mińsk 1969, str. 21.

analizy doświadczeń twórczych nauczycieli i wdrażania przez nich nowych koncepcji, wypracowanych niekiedy przez teoretyków nauczania. Właściwe rozwiązanie pierwszej grupy problemów jest możliwe przy zastosowaniu metody analizy historycznej, co wymaga może nietypowego dla dydaktyki matematyki warsztatu pracy badacza, ale stanowi źródło wartościowych wniosków dla teorii i praktyki.

Wyjaśnienia wymaga jeszcze zakwalifikowanie b a d a ń w d r o ż e n i o w y c h do poprzednio wyróżnionych grup problemów. Wydaje się niecelowe rozpatrywanie tych badań w izolacji od poprzednio wymienionych, traktując je jako oddzielną grupę problemów, ponieważ wypróbowanie pewnych metod, środków, programów może się odbywać zarówno na etapie diagnostycznym, jak i weryfikującym /czy oceniającym/. Badacz może np. wdrażać do praktyki pedagogicznej nowy niekonwencjonalny podręcznik w celu zarejestrowania, jak ten podręcznik funkcjonuje, jakie można dostrzec trudności ucznia, jakie nowe metody pracy z tekstem uczeń stosuje itp., ale może także planować badania wdrożeniowe w celu oceny tego podręcznika przez porównanie uzyskanych efektów z wynikami pracy z podręcznikiem dotychczasowym. Jest oczywiście sprawą zrozumiałą, że większość poważniejszych prac obejmuje łącznie oba aspekty badań, które potraktowaliśmy oddzielnie tylko ze względów metodologicznych.

2.5. Nasza charakterystyka możliwych problemów badawczych dydaktyki matematyki nie byłaby pełna, gdybyśmy nie rozpatrzyli jeszcze zasadniczego dla nas kryterium, związanego z treścią rozpatrywanych zjawisk. Traktując zagadnienie porządkowania problemów według k r y t e r i u m t r e ś c i b a d a ń jako problem ciągle otwarty, wymienimy jedynie zasadnicze kierunki aktualnych problemów badawczych dydaktyki matematyki /tabela 4/. Należy mocno podkreślić, że nie może tu być mowy o próbie jakiejkolwiek klasyfikacji, a zakresy poszczególnych kręgów badań nie tylko nie są rozłączne, lecz przeciwnie, muszą być często rozpatrywane w integracji. Ze względu na trudności w przedstawieniu w tego rodzaju artykule całokształtu zagadnień, musimy ograniczyć

redakcję słowną przykładów do wskazania podstawowej dziedziny badań[17].

Tabela 4

Przykłady zasadniczych kierunków problemów badawczych dydaktyki matematyki

Krąg tematyczny	Zagadnienia ogólne	Przykłady zagadnień szczegółowych
Podstawy teoretyczne	Dydaktyczne opracowanie idei nowoczesnej matematyki	Koncepcja i wdrożenie programu probabilistyki w nauczaniu elementarnym
	Uwzględnienie nowoczesnych teorii pedagogicznych	Dobór zadań w koncepcji wielostronnego i wielopoziomowego nauczania dzieci Metodyczne opracowanie idei strukturyzacji w realizacji tematu ...
	Metodologia matematyki	Dedukcja lokalna w nauczaniu matematyki ... Badania diagnostyczne rozumienia przez ucznia wybranych elementów kursu logiki Efektywność kształtowania pojęć[18] twierdzenia i dedukcji
Cele i programy	Analiza celów kształcenia przez matematykę	Analiza porównawcza programów nauczania matematyki na świecie w aspekcie formułowania i realizacji celów kształcenia Koncepcja celów w nauczaniu matematyki dzieci niewidomych /itp./

/17/ W tabeli 4 przyjęto umowę kończenia niektórych tekstów trzema kropkami, co oznacza konieczność konkretyzacji zagadnienia przez ustalenie np. wieku ucznia, rodzaju szkoły, rodzaju badań itp.

/18/ Por. B.NOWECKI: Badania nad efektywnością ... , Kraków 1978.

Tabela 4 /cd./

Krąg tematyczny	Zagadnienia ogólne	Przykłady zagadnień szczegółowych
Cele i programy	Kryteria doboru treści kształcenia	Projektowanie i zastosowanie kryteriów doboru treści do konstruowania programu matematyki w szkołach zawodowych ... /albo np. w zajęciach fakultatywnych/ Zastosowanie matematyki w życiu codziennym ucznia klasy ... a dobór treści kształcenia /diagnoza i projektowanie/
	Konstruowanie i weryfikowanie programów	Wdrażanie nowych działów programu i projektowanie modyfikacji Badanie efektów nowego systemu początkowego nauczania matematyki /19/
	Mierzalność celów	Badanie przydatności w nauczaniu testów zorientowanych na cel
	Kontrola realizacji celów	Zastosowanie klasycznej i probabilistycznej teorii testów do kontroli ... Wartość diagnostyczna "krzyżówek" jako środka kontroli ... Koncepcja programowej kontroli dla klasy ...

/19/ Warto zapoznać się ze szczegółowym rozwiązaniem problemu. Por. H.MOROZ: Problemy modernizacji początkowego nauczania matematyki, Kraków 1972.

Tabela 4 /cd./

Krąg tematyczny	Zagadnienia ogólne	Przykłady zagadnień szczegółowych
Nauczanie	Metody i "chwyty" dydaktyczne	Badanie wpływu ćwiczeń w szacowaniu wyniku zadań tekstowych przed ich rozwiązywaniem Badania diagnostyczne dotyczące stosowanych w praktyce metod pracy z podręcznikiem matematycznym
	Formy organizacyjne	Program rozwijania inicjatyw ucznia w różnych formach organizacyjnych lekcji matematyki
	Metodyka realizacji materiału i realizacji celów kształcenia	Metodologiczne i psychologiczne podstawy czynnościowej metody nauczania geometrii w klasach wstępnej systematyzacji Koncepcja kształcenia umiejętności dowodzenia .... Program kształcenia rozumienia pojęć ... /z weryfikacją/
Język	Percepcja tekstu matematycznego	Tekst definicji w pracy ucznia Efektywność strukturalnego zapisu dowodu matematycznego Badania diagnostyczne rozumienia przez ucznia ... schematów
	Tekst podręcznika szkolnego	Teksty sterujące czytaniem podręcznika matematyki Analiza pytań i poleceń w podręcznikach matematyki

Tabela 4 /cd./

Krąg tematyczny	Zagadnienia ogólne	Przykłady zagadnień szczegółowych
Działalność matematyczna ucznia	Badanie procesów matematycznego myślenia i działania	Badanie strategii rozwiązywania zadań[20] Analiza aktywności uczniów klasy ... w uczeniu się matematyki Wypracowanie metodyki rozwiązywania problemów matematycznych Teksty sterujące odkrywaniem przez ucznia algorytmów
	Badanie zainteresowań i uzdolnień matematycznych	Badanie wpływu czytelnictwa czasopism matematycznych i książek popularnonaukowych Badania diagnostyczne prowadzące do ustalenia kryteriów stwierdzenia uzdolnień matematycznych ucznia Badania warunków rozwijania procesów myślenia analityczno-syntetycznego[21]
	Badanie rozwoju dyspozycji psychicznych ucznia i sprawności intelektualnych	Konstrukcja i wdrożenie programu kształcenia wyobraźni ucznia ... Rola gier strategicznych w rozwijaniu kultury matematycznej ucznia ... Kierowanie rozwijaniem umiejętności szacowania odległości, pola i objętości

/20/ Por. M.CIOSEK, Z.KRYGOWSKA, S.TURNAU: Strategie rozwiązywania zadań matematycznych jako problem dydaktyki matematyki, Prace z dydaktyki matematyki, Wydawnictwa Naukowe WSP, Kraków 1974, str. 5-41.

/21/ Rozwiązanie problemu zostało przedstawione w interesującej publikacji. Por. G.PIPPIG: Zur Entwicklung mathematischer Fahigkeiten, Berlin 1971.

Tabela 4 /cd./

Krąg tematyczny	Zagadnienia ogólne	Przykłady zagadnień szczegółowych
Środki dydaktyczne	Badania nad podręcznikiem matematyki i jego obudową	Środki motywacji stosowane w podręcznikach ... Ocena stopnia zgodności równoległych podręczników klasy ... z postulowanym modelem-wzorcem Analiza podręcznika ... w aspekcie realizacji celów ogólnych kształcenia przez matematykę Odzwierciedlenie tendencji w formułowaniu ogólnych celów nauczania matematyki w aktualnych podręcznikach ... Badanie funkcjonowania równoległych podręczników klasy... w procesie dydaktycznym
	Środki nowoczesnej technologii kształcenia	Struktura zbioru zadań matematycznych dla ... Problem "celów dalszych" i "celów bliższych"/22/ w konstrukcji zbioru zadań do działu ... Model zeszytu do ćwiczeń dla ... Obudowa metodyczna książki H.Steinhausa "Kalejdoskop matematyczny" ... Efektywność rysunku ożywionego ... Badanie roli schematu Venna w nauczaniu ... Efekty wprowadzenia kalkulatora kieszonkowego do nauczania ... Konstruowanie i wdrażanie środków strukturalnych matematyki podstaw ...

/22/ Por. Z.KRYGOWSKA: Cele ogólne i cele operacyjne nauczania matematyki we współczesnej dyskusji, Oświata i Wychowanie 5 /1977/, str. C-17.

Każdy z wymienionych w tabeli 4 przykładów stanowi bardzo ogólną i roboczo sformułowaną propozycję tematu. Zredagowanie poprawnego problemu badawczego wymaga wyodrębnienia klas zjawisk i ewentualnych relacji między nimi. Sformułowanie poprawnych metodologicznie pytań szczegółowych jest często jednak dopiero możliwe po etapie określenia zmiennych, które będą nas w badaniach interesować. Temu zagadnieniu poświęcimy następny rozdział.

3. ZMIENNE I HIPOTEZY BADAWCZE

3.1. Zjawiska stanowiące obiekt naszych zainteresowań badawczych podlegają zmianom zarówno ilościowym, jak i jakościowym, stąd przyjęło się je określać mianem z m i e n n y c h. Wydaje się, że nie ma żadnych przeciwwskazań, byśmy tę nazwę zaakceptowali we wszelkich naszych badaniach. Jeżeli w pracy zostanie sformułowany problem badawczy, to zawsze dotyczy on pewnych zjawisk, które powinny być od początku na tyle precyzyjnie opisane, na ile to jest możliwe na etapie poprzedzającym badania. Podkreślenie to jest istotne, ponieważ niejednokrotnie dopiero badania wstępne uszczegółowiają opis badanego zjawiska, warunkujący planowanie dalszych etapów badań.

Wątpliwości może rodzić proponowane nam w naukach pedagogicznych wyróżnianie rodzaju zmiennych, z punktu widzenia ich roli w badaniach. Nie zawsze bowiem, choć jednak najczęściej, mamy do czynienia z zależnościami typu przyczynowego, co zostało pokazane w opracowanej już charakterystyce problemów dydaktyki matematyki. Czasem, szczególnie w badaniach diagnostycznych, ustalamy początkowo tylko jedną zmienną, pytając np. o możliwe s t r a t e g i e samodzielnego rozwiązywania zadania przez ucznia i dla ich opisu poszukujemy odpowiednich kategorii. Może się oczywiście zdarzyć, że wnikliwa i szeroko prowadzona analiza działalności matematycznej ucznia umożliwi dostrzeżenie pewnych czynników, które warunkują wystąpienie różnorakich układów strategii rozwiązań przy ustaleniu pewnych stałych warunków prowadzenia badań. Wtedy już oczywiście mielibyśmy do czynienia z więcej niż jedną zmienną.

Nie zawsze też jest od początku uchwytna zależność między zmiennymi. Jeżeli ustalamy diagnozę dotyczącą współwystępowania pewnych zjawisk, np. uzyskiwania dobrych wyników uczniów w rozwiązywaniu zadań nietypowych a zaawansowania tych uczniów w rozgrywkach szachowych, to fakt otrzymania w wyniku badań statystycznych istotnego współczynnika korelacji między wskaźnikami ustalonymi dla obu zmiennych nie upoważnia nas do formułowania jakichkolwiek wniosków dydaktycznych. Być może, że dodatkowe badania, w których zmienionoby rolę zmiennych /a więc też kolejność ich występowania w ustalonym czasie procesu dydaktycznego/, mogłyby dopiero umożliwić konstruktywną analizę. Jeżeli więc w badaniach nie będzie wiadomy charakter zmiennych, to będziemy badane zjawiska nazywać krótko "zmiennymi". Znacznie częściej wystąpi w naszych badaniach inna sytuacja.

Na ogół mamy do czynienia z trzema elementami: efekt, czyli zmienna zależna /E/ , działanie, czyli zmienna niezależna /D/ , i warunki, w których występuje działanie i jego efekt, czyli zmienna pośrednicząca /W/.

Zjawisko, które dotyczy niewiadomej pytania /problemu badawczego/, stanowi zmienną manipulowaną. Zgodnie z tabelą 1 w podrozdziale 2.3 decyduję się za Z.Zaborowskim /1973, str. 58/ przyjąć, że w zależności od sformułowania problemu zmienna manipulowalna może być zarówno zmienną niezależną /i taką jest najczęściej, ponieważ mamy głównie do czynienia z obserwacją zjawisk "sprawczych"/, jak i zależną, a także pośredniczącą[23].

3.2. Nie będziemy tu proponować jakiejkolwiek szczegółowej klasyfikacji zmiennych, dokonanej np. według kryterium ich występowania w realnym procesie dydaktycznym. Zmienne odzwierciedlają przecież zjawiska rozpatrywane w dokonanej już egzemplifikacji problemów badawczych. Reprezentujemy pogląd, że stopniowe uściś-

---

/23/ Widzimy, że należy tu bardzo ostrożnie interpretować przyjęte ustalenia, nie próbując wprowadzać rozumienia terminów przyjętego w języku matematyki.

lanie redakcji problemów /a czasem konkretyzowanie problemu ogólnego za pomocą problemów szczegółowych/ następuje przy równoległym uściślaniu zakresu zmiennej. Jako z m i e n n a g l o b a l n a /w problemie ogólnym/może być ona dopiero precyzyjnie określona za pomocą zmiennych szczegółowych, stanowiących pewne kategorie zjawisk, których dotyczy zmienna globalna. W ten sposób oba te etapy badań krzyżują się wzajemnie i następuje stopniowa redukcja zakresów zarówno problemów, choćby szczegółowe problemy nie były nawet wyraźnie zredagowane, jak i zmiennych. Chodzi o to, by występowanie zmiennych szczegółowych i stopień ich nasilenia dały się coraz dokładniej określić za pomocą jakiejś "wartości".

To określenie może przyjąć następujące dwie formy:

1° ustalenia pewnych k a t e g o r i i dla zmiennej, ułatwiających szczegółowy opis badanego zjawiska, a często także i analizę jakościową rejestrowanych zmian[24],

2° ustalenie pewnej wartości dla pomiaru badanego zjawiska.

W pierwszym wypadku nie wprowadza się najczęściej wielostopniowej redukcji zmiennej globalnej, a raczej bada się ją w systemie pewnych wyróżnionych kategorii.

Przykłady z dotychczasowych badań:

I. Jednym z uszczegółowień problemu ogólnego związanego z ustaleniem kryteriów rozpoznawania uzdolnień matematycznych ucznia[25] było wyróżnienie, jako jednej ze zmiennych, zdolności dostrzegania określonych problemów w otwartych sytuacjach matematycznych. Dla przedstawienia wyników ucznia /czyli dla opisu tej zmiennej/ zastosowano 4 starannie określone kategorie opisu, a mianowicie: /a/ otwartość problemu, /b/ abstrakcyjność wystę-

---

/24/ Zmiany te są niejednokrotnie rejestrowane drogą badania pewnego "przybliżenia" do ustalonego "wzoru" w sensie jakiegoś odniesienia.

/25/ Por. M.KLAKLA: Dostrzeganie problemów a uzdolnienia matematyczne uczniów, Prace z dydaktyki matematyki II, Rocznik naukowo dydaktyczny WSP, Kraków 1978, str. 87.

pujących w nim obiektów, /c/ poprawność sformułowania i /d/ nietrywialność problemu. W tych kategoriach zostały opisane wszystkie sformułowane przez badanych uczniów problemy.

II. Podobnie przyjęte w innych badaniach[26] precyzyjnie określone kategorie dla opisu procesu poszukiwania przez ucznia rozwiązania zadania, które to kategorie odzwierciedlały różnorodność aktywności matematycznej poszczególnych uczniów w toku rozwiązywania tego samego zadania, uwypuklając heurystyczne, metodologiczne i merytoryczne aspekty procesu rozwiązania. Na określenie tych kategorii przyjęto umownie następujące nazwy: /a/ strategia /nazwa umowna, wprowadzona zgodnie z ustaloną definicją/, /b/ metoda rozumowania, /c/ sposób realizacji strategii i metody oraz /d/ "pomysł" rozwiązania.

Okazało się, że zastosowanie tych kategorii doprowadziło do interesującego opisu różnych dróg rozumowania uczniów i sposobów rozwiązywania zadania.

3.3. Drugim celem zacieśnienia zakresu zmiennej szczegółowej jest umożliwienie jej przedstawienia za pomocą określonej wartości, wprowadzonej głównie dla pomiaru badanego zjawiska lub dla porównania wyników większej liczby zjawisk. Sprawa dotyczy tzw. wyboru w s k a ź n i k ó w, dobranych do tych wszystkich zmiennych, których nie możemy bezpośrednio zmierzyć, ani zaobserwować. Na przykład takie zmienne, jak wiek ucznia, jego wzrost, staż pracy nauczyciela itp. są bezpośrednio mierzone / w ogólnie przyjętych jednostkach/. Występują one w badaniach dydaktyki matematyki dość rzadko i są uwzględniane najczęściej jako zmienne pośredniczące.

Sens empiryczny wprowadzanych zmiennych ustalamy więc prawie zawsze przez wskazanie innych zjawisk współwystępujących ze zjawiskami określonymi zakresem zmiennej. Staramy się przy tym, by te wskazane zjawiska były bezpośrednio obserwowalne. Tak należy

---

/26/ Por. M.CIÓSEK: Dydaktyczne problemy związane ze strategiami stosowanymi w rozwiązywaniu zadań matematycznych. W: Prace z dydaktyki matematyki II, Rocznik naukowo-dydaktyczny WSP, Kraków 1978, str. 12.

rozumieć w s k a ź n i k z m i e n n e j, określany najczęściej jako zjawisko, którego zaobserwowanie pozwala stwierdzić wystąpienie stanu rzeczy objętego zakresem pojęciowym badanej zmiennej /Muszyński, 1970, str. 246/. W naukach pedagogicznych rozpatruje się różne rodzaje wskaźników, zwracając szczególną uwagę na procedurę ich konstruowania, aby wskaźnik był silnie skorelowany ze zjawiskiem, które określa. Oprócz czystych postaci wskaźników, występują w badaniach głównie wskaźniki mieszane. Odpowiednie materiały informujące na ten temat można znaleźć w dostępnej literaturze /Zaborowski, 1973, str. 147; Nowak, 1965, str. 205/.

W dydaktyce matematyki wskaźnik wynika najczęściej z treści definicji zmiennej, będzie więc należał do tzw. w s k a ź n i k ó w d e f i n i c y j n y c h.

PRZYKŁADY:

I. Liczba poprawnie rozwiązanych, w ustalonym czasie, prostych zadań rachunkowych mogłaby stanowić wskaźnik określonej sprawności rachunkowej ucznia - byłby to wskaźnik definicyjny, który może być oczywiście, zgodnie z ustaloną umową, przedstawiany również w procentach w stosunku do jakiegoś wybranego punktu odniesienia, którym mogłaby być np. średnia liczba rozwiązanych zadań w klasie.

II. Ustalono operatywną definicję rozumienia implikacji, wymieniając kryteria pozwalające ocenić, czy i jak uczeń to pojęcie rozumie. Po przeprowadzeniu wnikliwych badań porównawczych w różnych aspektach analizy i wykorzystaniu wniosków analizy wyników[27] można by w następnych badaniach skonstruować odpowiedni test i przyjąć wyniki tego testu /w ustalonej jednostce/ jako wskaźnik rozumienia implikacji. Byłby to również wskaźnik definicyjny.

Ostatni przykład pokazuje, jak trudno jest zaklasyfikować niektóre pojęcia do pewnych grup wyróżnionych w badaniach nauk

---

/27/ Por. H.SIWEK: Rozumienie implikacji przez uczniów liceum. W: Prace z dydaktyki matematyki, Rocznik naukowo-dydaktyczny WSP, Kraków 1974, str. 11-142.

społecznych. Gdybyśmy bowiem posiadali standaryzowany test dla badania tej zmiennej, wówczas można by mówić o zastosowaniu w s k a ź n i k a e m p i r y c z n e g o.

Przyjmiemy następujące ogólne zasady kierujące doborem wskaźnika do zmiennej, zakładając konieczność weryfikacji tych założeń w perspektywie przyszłych badań:

1° Posługując się w miarę możności definicją operacyjną zmiennej, będziemy starali się sprowadzić pojęcia teoretyczne do zjawisk obserwowalnych lub nawet mierzalnych. Tej procedurze towarzyszy często zacieśnianie zakresu zmiennych i wprowadzanie zmiennych coraz bardziej szczegółowych, do których można ustalić bardziej pewne wskaźniki /czyli trafne i rzetelne/.
PRZYKŁAD: Zmienną globalną "wyniki studiów logiki matematycznej w studiach nauczycielskich" określono za pomocą trzech zmiennych szczegółowych: /1/ przyrostu wiedzy, /2/ trwałości wiedzy i /3/ zainteresowania problemami nauczania logiki w szkole. W pierwszej i drugiej zmiennej wyróżniono ponadto dalszy stopień uszczegółowienia, czyli /a/ zapamiętanie i rozumienie wiadomości, /b/ umiejętność samodzielnego rozwiązywania problemów, /c/ umiejętność samodzielnego wartosciowania faktów, wnioskowania i wykazywania słuszności twierdzeń oraz /d/ umiejętność stosowania wiadomości w nowych sytuacjach. W ten sposób uzyskano większą możliwość manipulowania zmiennymi i dobranie wskaźników do wszystkich zmiennych. Wskaźnikami nasilenia tych zmiennych były liczby punktów zdobytych przez studentów przy rozwiązywaniu różnego typu i zestawu zadań /28/.

2° Analiza określonych kategorii dla zmiennej, dokonana na podstawie studiów literatury przedmiotu, i przeprowadzana początkowo z myślą o ustaleniu planu obserwacji i opisu zmiennej, może ułatwić dostrzeżenie związków między badanym zjawiskiem a projektowanymi wskaźnikami.

/28/ Por. W.NOWAK: Model akademickiego podręcznika logiki matematycznej dla studiów nauczycielskich, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1975, str. 12 i 150.

PRZYKŁAD: Gdy dla określenia pewnej sprawności zaproponujemy 5 kategorii ukazujących nasilenie zmiennej /np. sprawność wysoka, dobra, przeciętna, słaba i bardzo słaba/, wówczas trzeba ustalić wskaźnik definicyjno-empiryczny dla każdej z tych kategorii, przy czym między nimi musi zachodzić związek odzwierciedlający uporządkowanie kategorii zmiennej.

3° Przy wyborze wskaźników należy uwzględnić ich moc dyskryminacyjną, umożliwiającą ścisłe oddzielenie grupy badanych, u których występuje zjawisko, od grupy nie spełniającej założonych ustaleń.

4° Należy pamiętać o tym, że wstępne badania weryfikacyjne mogą korzystnie wpłynąć na uściślenie wskaźników /najczęściej dzięki korekcie odpowiednich narzędzi badań/, co ma miejsce szczególnie wtedy, gdy badamy np. skategoryzowane odpowiedzi uczniów /na te same pytania/ na różnych poziomach ich kształcenia. Dobór trafnych i rzetelnych wskaźników wymaga dużej wiedzy badacza na temat zakresu badań /Zaborowski, 1973, str. 152/ i umiejętności przewidywania warunków przebiegu badania.

5° Jeżeli dysponujemy standardowymi wskaźnikami e m p i r y c z n y m i /np. różnymi skalami czy wynikami rzetelnych testów, tak typowymi dla badań psychologicznych/ albo już wstępnie zweryfikowanymi wskaźnikami w dotychczasowych badaniach dydaktyki matematyki, to należy zawsze rozważyć celowość ich powtórnego wykorzystania, w ewentualnie zmodyfikowanej postaci. Jest to szczególnie ważne wtedy, gdy badamy wpływ zastosowanego działania na rozwój wybranych umiejętności lub dyspozycji psychicznych ucznia. Ponieważ nie są nam jeszcze znane takie wskaźniki w badaniach dydaktyki matematyki, więc prawdopodobnie będziemy musieli niejednokrotnie korzystać z doświadczeń psychologii. Przykład takiego zastosowania wskaźników empirycznych znajdziemy w opisie

eksperymentu związanego z modernizacją początkowego nauczania matematyki[29].

3.4. Dotychczas zostały przedstawione dwa istotne etapy badań naukowych empirycznych: sformułowanie problemu i wyróżnienie w nim zmiennych /wraz z zaproponowaniem odpowiednich kategorii opisu lub wskaźników/. Zastanawiając się w podrozdziale 2.3 nad możliwością zróżnicowania problemów ze względu na rodzaj zmiennej występującej w niewiadomej pytania, wskazaliśmy na różną sytuację dotyczącą wystąpienia w badaniach h i p o t e z y b a d a w c z e j. Jest nią przypuszczenie co do charakteru i kierunku zależności między zjawiskami opisanymi w zmiennych. Hipoteza wynika jasno z dobrze umotywowanego i sformułowanego problemu, stanowi bowiem bezpośrednią odpowiedź na pytanie zawarte w problemie. Przypomnijmy, że terminem "zmienna zależna" zwykło się nazywać zmienną, którą czyni się przedmiotem badań, "zmienna niezależna" to zmienna, której wpływ na zmienną zależną chcemy badać, wreszcie "zmienna pośrednicząca" /inaczej "interweniująca"/ to zmienna łącząca obie pozostałe, o której można przypuszczać, że modyfikuje charakter zależności między tymi zmiennymi.

PRZYKŁADY:

I. Hipoteza: Ćwiczenia w szacowaniu odległości, pola i objętości mają wpływ na wzrost umiejętności szacowania u uczniów klasy VII.

Zmienna niezależna: odpowiednio opisany rodzaj ćwiczeń ...

Zmienna zależna: umiejętność szacowania ...

Zmienne pośredniczące: wiek ucznia, właściwości wzroku ucznia, wyniki ucznia w geometrii ...

II. Hipoteza: Podręcznik X umożliwia lepszą realizację celów operacyjnych określonych w programie nauczania aniżeli podręcznik Y.

/29/ Por. H.MOROZ: Problemy modernizacji początkowego nauczania matematyki, Kraków 1972.

Zmienna niezależna: podręcznik /dwa podstawienia/.

Zmienna zależna: cele operacyjne ...

Zmienne pośredniczące: metody pracy z podręcznikiem na lekcji i w pracy domowej ucznia, zależne od ucznia, nauczyciela i struktury każdego z podręczników.

Hipoteza może być postawiona, w zależności od charakteru badań, w różnym momencie planu badań i nawet może je kończyć /30/. Przyjmujemy zgodnie z ustaleniami socjologów stanowisko, że warunkiem metodologicznej poprawności i praktycznej przydatności badań nie jest uprzednie sformułowanie hipotezy kierującej badaniami, co ma w szczególności miejsce w badaniach o charakterze eksploracyjnym. Jakkolwiek ustalenie hipotetycznych związków między badanymi zjawiskami ułatwia koncentrację badacza na pewnych wyraźnie sprecyzowanych zmiennych i zachodzących między nimi relacjach, to jednak nadmierna "presja hipotez badawczych" może doprowadzić do eliminowania już na wstępie badań interesujących zmiennych i relacji, które mogą dopiero wykryć badania bardziej otwarte /S.Nowak, 1965, str. 18-19/.

Oczywiście, będziemy pamiętać o tym, że każda postawiona hipoteza badawcza musi być sprawdzalna /co nie znaczy, że musi być zawsze potwierdzona/. Chodzi o to, by zależność między zmiennymi /po przeprowadzeniu w miarę potrzeby operacjonalizacji ich zakresów/ dały się nie tylko "zarejestrować", ale o ile możności zmierzyć. Nieprawidłowa byłaby np. hipoteza: "Członkowie Koła Matematycznego ....wykazują intensywniejszy rozwój zainteresowań matematycznych", ponieważ pojęcie "rozwoju" nie jest zmienną w badaniu empirycznym, a więc nie da się określić za pomocą wskaźnika. Natomiast zbyt szeroka i trudna do weryfikacji byłaby np. hipoteza: "Trudności ucznia występujące w nauczaniu matematyki zależą od stosowanych metod nauczania i formy organizacyjnej lekcji".

Obie zmienne są tu zupełnie nieokreślone i tak sformułowane stwierdzenie, choćby nawet miało podstawę w obserwacji procesu dydaktycznego, nie jest poprawną hipotezą naukową. Przypomnijmy, że

---

/30/ M.KLAKLA: Dostrzeganie ..., str. 116.

jeżeli mamy do czynienia z różnym stopniem ogólności obu zmiennych, wówczas konieczne jest ich sprowadzenie do zmiennych coraz to bardziej szczegółowych, co w konsekwencji daje kilka hipotez szczegółowych i warunkuje weryfikację empiryczną.

Na zakończenie tego rozdziału należy jeszcze uczulić Czytelnika na różnice zachodzące między doborem hipotez do problemu, którego niewiadomą będzie zmienna zależna /"efekty" działania/, a hipotez, które są odpowiedzią na problem dotyczący zmiennej niezależnej, czyli "działania" wywołującego oczekiwane efekty /por. tabela 1 w podrozdziale 2.3/. Sprawy te trzeba będzie dokładniej rozważyć przy ustalaniu odpowiedniego modelu badań empirycznych.

4. METODY I NARZĘDZIA BADAŃ

4.1. Przechodzimy obecnie do przedstawienia najważniejszych m e t o d b a d a w c z y c h , rozumianych jako sposoby szukania odpowiedzi na postawione przez nas pytania problemowe. Załóżmy w niniejszym rozdziale, że interesują nas tylko metody i dostosowane do nich narzędzia, niezależnie od tego , czy w badaniach została sformułowana hipoteza. Analiza monografii metodologii badań empirycznych, prowadzonych w naukach społecznych, nasuwa wniosek, że wymienione tam metody są co prawda wykorzystywane w badaniach większości dyscyplin, ale w sposób dość specyficzny dla każdej z nich. Nie miałoby sensu poszukiwać recepty na dobre metody badawcze, bo każda z nich może być dobra, jeżeli umożliwi osiągnięcie celu wytkniętego przez badacza. Należy to tak rozumieć, że metoda nabiera dopiero właściwych funkcji w określonym układzie odniesienia /Zaborowski, 1973, str. 135/, czyli np. w jednym badaniu wystarczy, być może, zastosować doraźną obserwację czy nieskategoryzowane badania ankietowe, podczas gdy do rozwiązania problemów bardziej dojrzałych naukowo trzeba będzie dobrać metody gwarantujące większą ścisłość wyników.

Wypracowanie pewnych dyrektyw dla specyfiki praktycznego stosowania ogólnie znanych metod należy do zadań, które powinny znaleźć rozwiązanie na gruncie każdej dyscypliny oddzielnie. Wstępne rozeznanie tej sytuacji w odniesieniu do dydaktyki matematyki wskazuje na złożoność problemu doboru metod badania, uwzględniających specyficzny charakter matematyki i wszystkich

aspektów jej nauczania. Dotychczasowe nieliczne jeszcze badania ukazują, że daleka jest jeszcze droga prowadząca do oceny przydatności wdrażanych obecnie metod i do znalezienia całego kompleksu nowych metod, stanowiących, być może, uszczegółowienie i kombinację dotychczas znanych.

W tej sytuacji można tylko zwrócić uwagę na ogólne trendy występujące w metodologii badań, próbując te ustalenia przenieść do naszej dziedziny i sugerując ich modyfikację. Rozważania trzeba rozpocząć od krótkiego scharakteryzowania najczęściej wymienianych metod, przy czym ta charakterystyka, ze względu na pewne rozbieżności w ujmowaniu tych metod przez różnych specjalistów, będzie już pewną próbą wstępnej oceny przydatności danej metody dla badań dydaktyki. Ze względu na to, że prowadzenie badań empirycznych musi być z reguły poprzedzone analizą zastanej teorii, dlatego interesować nas będą wszelkie metody badania naukowego.

4.2. Omówimy krótko kilka zasadniczych, jakościowo odrębnych rodzajów metod, ciągle pamiętając o tym, że rozwiązanie konkretnego problemu może wymagać zastosowania swoistej metody stanowiącej układ wymienionych tu metod roboczych lub nawet układ ich dalszych modyfikacji. Wygodnie będzie, jeżeli przyjmiemy niewiele podstawowych grup metod, przy czym nie zawsze uda się tu uniknąć krzyżowania się ich zakresów. Ogromną rolę przypisuje się w dydaktyce matematyki obserwacji jako celowej czynności poznawania za pomocą zmysłów i jako istotnego składnika szeroko pojętej metody obserwacyjnej towarzyszącej większości metod badań empirycznych. M e t o d a o b s e r w a c y j n a jest określana jako "sposób prowadzenia badań, w którym czynność obserwacyjna odgrywa rolę istotną i specyficzną, a którego stosowanie nie pociąga za sobą zmian w zjawisku badanym" /Pieter, 1975, str. 76/. Ostatni warunek, różniący istotnie metodę obserwacyjną od metody eksperymentalnej, jest szczególnie ważny, choć niejednokrotnie trudny w pełni do osiągnięcia. Dlatego badacz, planując techniki "obserwowania", powinien rozważyć wszystkie czynniki, które złagodziłyby wpływ prowadzenia badań na zachowanie się osób badanych. Chodzi więc tu o organizowanie obserwacji w warunkach jak najbardziej normalnych, gwarantujących wierne zarejestrowanie zjawisk, przy

równoczesnym jednak spełnieniu pozostałych warunków, czyli obiektywności, wnikliwości i "kompleksowości"[31].

Obserwację będziemy nazywać w i e r n ą, gdy ujmuje fakty nie zniekształcone /w granicach możliwości takiej organizacji badań przy całkowitej eliminacji mimowolnego "dopasowywania" działania do jakichkolwiek oczekiwań badacza/; o b i e k t y w n ą, gdy sposób widzenia zjawisk, rozumienia faktów i oceniania przedmiotu obserwacji są całkowicie niezależne od obserwatora[32]; w n i k l i w ą, gdy jej efektem jest dostrzeżenie uwarunkowań i zależności zachodzących między obserwowanymi elementami; wreszcie k o m p l e k s o w ą, gdy każdy wybrany element przedmiotu obserwacji może być obserwowany w całokształcie badanego zjawiska, a obserwacja umożliwia stopniowe ujmowanie wybranej liczby elementów w strukturalne całości.

Wymienione warunki powinny być rozpatrzone łącznie przez każdego badacza. Nie zawsze musi on być obserwatorem, a jest nim najczęściej we wstępnej fazie badań, poszukującej dyrektyw dla ustalenia planu obserwacji i dla konstrukcji technik "utrwalania" spostrzeżeń /na piśmie lub za pomocą różnych środków technicznych/. Etap planowania badań właściwych wymaga już znajomości całokształtu zagadnień, ustalenia zakresu badanych zmiennych i ich kategorii, rozeznania w zasadniczych powiązaniach elementów obserwacji oraz dość dużej intuicji badacza. Powinna ona uprzedzać obserwatora o możliwości wystąpienia ewentualnych trudności, szczególnie jaskrawych w wypadku dostrzeżenia rozbieżności między faktycznym a przewidywanym zachowaniem się osoby badanej, albo w razie ujawnienia zupełnie nowych elementów działania, nie uwzględnionych w dotychczasowym opisie zmiennych. W badaniach otwartych dydaktyki matematyki nie będziemy tych trudności unikać, wręcz przeciwnie, ich wystąpienie może stać się elementem twórczym dla wartości poznania bardziej złożonych działań i reakcji. Chodzi tu tylko o to,

---

/31/ Proponowany termin własny.

/32/ Chodzi tu nie tylko o badacza, ale o poszczególnych obserwatorów, którym w bardziej złożonych badaniach wyznaczono ściśle określone role.

by obserwator był bardziej elastyczny w stosowaniu koniecznej zmiany techniki rejestrowania spostrzeżeń, co stawia problem dodatkowego przygotowania obserwatorów przez badacza.

Ostatnie uwagi dotyczą prawdopodobnie dopiero badań przyszłości. W dydaktyce matematyki, jako rozwijającej się dopiero dyscyplinie, dostrzegamy wiele ważnych problemów związanych ze specyfiką aktywnego uczenia się matematyki i wymagających poznania tej specyfiki poprzez analizę procesu nauczania-uczenia się odbywanego w małych grupach. Nie są mi dotychczas znane obserwacje prowadzone w badaniach masowych. Najczęściej mamy do czynienia z mniej lub więcej kontrolowaną obserwacją prowadzoną przez samego badacza, często już na etapie poszukiwania problemu. Chcąc wypracować metodologię obserwacji, która uwzględnia trudności dostrzegania ważnych elementów zachowań według z góry ustalonych założeń, niekiedy nawet hipotez związanych z badaniem zmiennej, należy zaczynać od planowego spostrzegania zjawisk. Chodzi tu o zjawiska dotychczas mało zbadane, początkowo proste, choć stopniowo coraz to bardziej złożone, odnoszące się do procesu dydaktycznego. Tą drogą można zdobyć dobry materiał do uogólnień, a równocześnie zweryfikować przydatność metody.

Widzimy, że rozwój dydaktyki matematyki odbywa się właśnie po tej drodze. W "Zarysie dydaktyki matematyki"/33/ znajdujemy wiele cennych przykładów ilustrujących rozważania dotyczące tekstu matematycznego w nauczaniu, a także studium dydaktycznej roli zadań matematycznych i metodyki problemowego nauczania matematyki. Większość tych przykładów pochodzi z badań prowadzonych w kraju/34/ i na świecie i ma swoje źródło w obserwacji działalności matematycznej ucznia. Wszystkie te obserwacje częściowe, zarówno indywidualne, jak i grupowe, dostarczają obrazu wycinka tej działalności, przy czym może być ona później badana kompleksowo za pomocą innych metod.

/33/ Z.KRYGOWSKA: Zarys dydaktyki matematyki, cz. 1-3, Warszawa 1979.

/34/ Por.: Bibliografia zamieszczona w cz. 3 "Zarysu dydaktyki matematyki".

Wydaje się, że zbyt mało cenimy wartość tych obserwacji tak dla teorii, jak i praktyki. Zachodzi konieczność intensyfikacji badań prowadzonych metodą obserwacji, przy równoczesnym weryfikowaniu procedury postępowania badacza i zastosowanych narzędzi w celu zdobycia doświadczeń metodologicznych i ich upowszechnienia. Wśród dotychczasowych prac badawczych, których autorzy korzystali z obserwacji, w różnym oczywiście stopniu sformalizowania jej kontroli i w różnym powiązaniu z innymi metodami, nie ma relacji o szczegółowym planie obserwacji, a choćby tylko o sposobie przygotowania się obserwatora do przeprowadzenia obserwacji. W załącznikach prac zamieszcza się niekiedy same "rezultaty" obserwacji, najczęściej bez wyjaśnienia, jak odbyło się rejestrowanie przytoczonych faktów.

Nie wystarczy np. w obserwacji ciągłej wybranych uczniów, prowadzonej przez okres kilku lekcji, poprzestać na wymienieniu kilku zagadnień ukierunkowania obserwacji, nie dając choćby tylko wzmianki o zastosowanej technice badań. Nie ma sensu wymieniać tu tego rodzaju prac, które zresztą jako prace promocyjne zostały w druku skrócone, najczęściej właśnie w ich części metodologicznej. Mimo to trzeba będzie wymagać, by podobne "niedomówienia" badacza zdarzały się coraz rzadziej, by z chwilą zakończenia ustaleń wstępnych i pierwszych prób obserwacji wstępnej został sporządzony szczegółowy plan obserwacji, zwany niekiedy schematem lub przewodnikiem obserwacyjnym /Pieter, 1975, str. 77/.

Szczególnie obserwacja kontrolowana, prowadząca do jednoznacznego opisu zachowania wszystkich badanych, wymaga specjalnie skonstruowanych formularzy zawierających ściśle określone kategorie pomagające klasyfikować opisane zjawiska. Dopóki nie wypracujemy własnych ustaleń w dydaktyce matematyki, trzeba się będzie zapoznać z proponowaną procedurą konstruowania takich narzędzi /Zaborowski, 1973, str. 175/, z propozycją wykorzystania skal tabelarycznych lub liniowych podczas przeprowadzania obserwacji oraz pisania protokołów końcowych /Zaczyński, 1976, str. 70-79/. Wszelkim błędom obserwacji będziemy przeciwdziałać, starając się stosować pomocnicze środki związane bezpośrednio z techniką szybkiego notowania albo wzbogacania arkusza obserwacyjnego, protokołu czy stenogramu obserwacji

/np. lekcji, fragmentu dyskusji/ obrazem filmowym czy magnetofonowym. Środki audiowizualne umożliwiają większą systematyczność, obiektywizm i wierną reprodukcję spostrzeżeń, a dobrze zastosowane złagodzą niepożądany wpływ badań na zachowanie się osoby obserwowanej. Obserwacja może dzięki ich stosowaniu stać się w przyszłości coraz bardziej ścisłą metodą badań naukowych.

Prowadzenia obserwacji trzeba się uczyć, konfrontując bieżąco osiągane wyniki z zastosowaną procedurą. Dobrym ćwiczeniem, a równocześnie źródłem gromadzenia materiałów rejestrujących elementy działania ucznia lub nauczyciela, mogłoby być stosowanie obserwacji jako metody pomocniczej dla badań naukowych, w szczególności badań empirycznych. Można tu zaproponować ściśle określone zadania dla jednorazowej "szkoleniowej" obserwacji prowadzonej przez studentów hospitujących lekcje matematyki lub inne zajęcia z uczniami, ale również podobne zadania dla obserwacji ciągłej prowadzonej systematycznie przez nauczyciela podczas własnej działalności dydaktycznej. Byłaby to w pewnym sensie o b s e r w a c j a u c z e s t n i c z ą c a, tzn. obserwator mógłby być traktowany jako bezpośredni "uczestnik" działania, stanowiącego przedmiot badań i odbywanego w normalnych warunkach pracy uczniów lub w warunkach, do których uczeń jest przyzwyczajony.

Przykłady tematów roboczych:

1° Obserwacja pracy ucznia ... z wybranymi tekstami nowego podręcznika matematyki.

2° Obserwacja sposobów organizowania przez nauczyciela sytuacji problemowych ... /albo metodologicznych/.

3° Obserwowanie aktywności matematycznej wybranych uczniów podczas rozwiązywania złożonego problemu w pracy zespołowej.

Materiał empiryczny zdobyty w wyniku tak prowadzonej obserwacji może być oczywiście tylko wtedy wykorzystany, gdy również ta obserwacja jest przygotowana wcześniej, tzn. w tych elementach, które dadzą się przewidzieć i których opis zostanie ukierunkowany, a obserwator potrafi ponadto spostrzegać wszystko to, co jest ważne, a czego nie było w planie.

4.3. E k s p e r y m e n t n a u k o w y , w przeciwieństwie do obserwacji, polega na czynnej ingerencji w przedmiot badań. Zastosowany w dydaktyce jest elementem szeroko rozumianej

metody eksperymentalnej jako złożonego systemu czynności związanych z doborem grup badanych, kontrolą zmiennych, określeniem wskaźników, technik manipulowania zmienną, ze stosowaniem we fragmentach badań obserwacji, wywiadu, metod statystycznych itp. Nowy czynnik, intencjonalnie wprowadzony do procesu dydaktycznego dla wywołania lub modyfikowania zjawiska, to czynnik eksperymentalny czyli zmienna niezależna, a obserwowane zmiany zaistniałe pod jego wpływem, to znana nam już zmienna zależna.

Rozważmy ustalenia przyjmowane przez pedagogów, a następnie opierając się na wnioskach płynących z krytyki dotychczasowego stosowania eksperymentu, popróbujemy wprowadzić pewne założenia dla wykorzystania tej metody w naszych badaniach.

Jako warunek konieczny tego, by badanie zasługiwało na miano eksperymentu, podaje się /Zaczyński, 1976, str. 87/ obecność trzech elementów stosowanej metody:

- ustalenie jakiegoś czynnika eksperymentalnego, założenie przypuszczalnego kierunku zmian wywołanych jego wprowadzeniem do badanego procesu i sformułowania przypuszczenia zależności między zmiennymi za pomocą hipotezy roboczej[35],
- proces wywoływania zmian i eksperymentalna weryfikacja hipotezy /według dokładnie opisanych sposobów wykrywania zależności przyczynowo-skutkowej/ i
- obserwowanie i pomiar zmiennych zależnych.

Badanie działania czynnika eksperymentalnego może się odbywać w warunkach nienaturalnych dla badanego procesu, co ma miejsce w eksperymencie laboratoryjnym[36].

/35/ Należy pamiętać, że obecność hipotezy roboczej nie jest wyłączną cechą metody eksperymentalnej.

/36/ Tego rodzaju eksperymenty znane nam są szczególnie z badań szkoły J.Piageta związanych m.in. z rozwojem myślenia matematycznego dziecka, a także z badań szkoły Wygotskiego. Wyniki tych badań pozwoliły ustalić psychologiczne podstawy matematyki czynnościowej. Por. 1. T.TOMASZEWSKI: Wstęp do psychologii, Warszawa 1963; 2. H.AEBLI: Dydaktyka psychologiczna, Warszawa 1959; 3. Z.KRYGOWSKA: Zarys dydaktyki matematyki, cz. I, Warszawa 1977; 4. Z.KRY-

m e t o d y e k s p e r y m e n t a l n e j jako złożonego systemu czynności związanych z doborem grup badanych, kontrolą zmiennych, określeniem wskaźników, technik manipulowania zmienną, ze stosowaniem we fragmentach badań obserwacji, wywiadu, metod statystycznych itp. Nowy czynnik, intencjonalnie wprowadzony do procesu dydaktycznego dla wywołania lub modyfikowania zjawiska, to czynnik eksperymentalny czyli zmienna niezależna, a obserwowane zmiany zaistniałe pod jego wpływem, to znana nam już zmienna zależna.

Rozważmy ustalenia przyjmowane przez pedagogów, a następnie opierając się na wnioskach płynących z krytyki dotychczasowego stosowania eksperymentu, popróbujemy wprowadzić pewne założenia dla wykorzystania tej metody w naszych badaniach.

Jako warunek konieczny tego, by badanie zasługiwało na miano eksperymentu, podaje się /Zaczyński, 1976, str. 87/ obecność trzech elementów stosowanej metody:

- ustalenie jakiegoś czynnika eksperymentalnego, założenie przypuszczalnego kierunku zmian wywołanych jego wprowadzeniem do badanego procesu i sformułowania przypuszczenia zależności między zmiennymi za pomocą hipotezy roboczej[35],
- proces wywoływania zmian i eksperymentalna weryfikacja hipotezy /według dokładnie opisanych sposobów wykrywania zależności przyczynowo-skutkowej/ i
- obserwowanie i pomiar zmiennych zależnych.

Badanie działania czynnika eksperymentalnego może się odbywa w warunkach nienaturalnych dla badanego procesu, co ma miejsce w e k s p e r y m e n c i e l a b o r a t o r y j n y m[36].

/35/ Należy pamiętać, że obecność hipotezy roboczej nie jest wyłączną cechą metody eksperymentalnej.

/36/ Tego rodzaju eksperymenty znane nam są szczególnie z badań szkoły J.Piageta związanych m.in. z rozwojem myślenia matematycznego dziecka, a także z badań szkoły Wygotskiego. Wyniki tych badań pozwoliły ustalić psychologiczne podstawy matematyki czynnościowej. Por. 1. T.TOMASZEWSKI: Wstęp do psychologii, Warszawa 1963; 2. H.AEBLI: Dydaktyka psychologiczna, Warszawa 1959; 3. Z.KR GOWSKA: Zarys dydaktyki matematyki, cz. I, Warszawa 1977; 4. Z.KR

Gdy natomiast obserwujemy działanie zjawiska, wprawdzie wywołanego i kontrolowanego, lecz wprowadzonego w warunkach naturalnych dla danego procesu, wówczas mówimy o eksperymencie naturalnym. Powszechnie przyjął się termin eksperyment pedagogiczny na określenie eksperymentu naturalnego prowadzonego w naukach pedagogicznych. W szczególności mówimy niekiedy o eksperymencie dydaktycznym dla podkreślenia, że chodzi o eksperyment naturalny przeprowadzony w procesie dydaktycznym, a więc zarówno podczas lekcji, jak i w czasie innych zajęć dydaktycznych organizowanych przez placówki oświatowo-wychowawcze.

Nasuwa się tu ważna dla nas uwaga. Terminu "eksperyment dydaktyczny" nie będziemy nigdy używać w odniesieniu do eksperymentu laboratoryjnego, choćby nawet dotyczył on uczenia się. Zresztą nie sądzimy, że w badaniach empirycznych dydaktyki matematyki będziemy z tej metody korzystać. Czynne wywołanie pewnych zjawisk w warunkach laboratoryjnych nastąpi raczej w celu dokładniejszego ich zaobserwowania, czyli będziemy wtedy stosować metody obserwacji, a dla poznania czy potwierdzenia zależności zastosujemy eksperyment naturalny. Eksperymentu laboratoryjnego nie należy mylić z badaniami prowadzonymi w małych grupach /często w zajęciach dodatkowych dla ucznia/ i związanymi np. ze wstępną weryfikacją materiałów i narzędzi przygotowanych dla badań właściwych[37], z poszukiwaniem "chwytów" dydaktycznych dla

---

GOWSKA: Metodologiczne i psychologiczne podstawy nauczania matematyki, Dziesięciolecie Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Krakowie, Kraków 1957.

/37/ Może to być np. obserwacja i kontrola pracy grupy uczniów pracujących samodzielnie z tekstem i przebywających w laboratorium językowym zapewniającym całkowicie indywidualną pracę oraz bezpośredni kontakt nauczyciela z uczniem, bez ujawnienia jego trudności innym. Por. M.SZNAJDER: Teksty sterujące pracą ucznia w nauczaniu matematyki w szkole podstawowej. W: Prace z dydaktyki matematyki II, Rocznik Naukowo-Dydaktyczny WSP, Kraków 1978, str. 149.

wdrożenia koncepcji albo z wstępnymi badaniami w celu rozpoznania przypuszczalnej zależności między zmiennymi.

Wobec nasilenia się ostatnio głosów krytycznych w odniesieniu do wartości wyników eksperymentu pedagogicznego, wypada zająć w tej sprawie odpowiednie stanowisko. Warto zapoznać się z uzasadnieniem historycznym i metodologicznym stosowania eksperymentu naturalnego, jako jednej z metod badania naukowego w pedagogice /Zaczyński, 1976, str. 89-91/. Eksperyment laboratoryjny toleruje się tu raczej jako etap wstępny dla ustalenia pewnych rezultatów, które powinny być sprawdzone w eksperymencie naturalnym, pozwalającym dopiero na formułowanie wniosków ściśle pedagogicznych.

Zwrot "technologiczny" w dydaktyce, związany z rozwojem nowoczesnej technologii kształcenia, zrodził tendencję do ilościowego ujmowania skuteczności poszczególnych zmiennych w wyniku zastosowania lansowanych metod lub nowych środków dydaktycznych. Oczekiwano, że tą drogą otrzyma się wskazówki do stopniowego doskonalenia praktyki nauczania. Tymczasem znaczna liczba wyników eksperymentów, w których nie stwierdzono istotnej różnicy badanych zmiennych, wskazuje na złożoną strukturę nauczania, w której osłabienie działania pojedynczych zmiennych może być spowodowane efektami interakcji zachodzących w systemie zmiennych. Stopniowo zmienia się pogląd na rolę eksperymentu w badaniu skuteczności zastosowania jakiejś techniki, przenosząc akcent z pytania, "czy technika x jest lepsza od techniki y" na pytanie "czy technika x pozwala na realizację tych celów, dla których została stworzona". Każde doskonalenie techniki nauczania ma swoje granice, a jej skuteczność nie zależy od tego, w jakim stopniu jest ona "doskonała", ale od systemu nauczania, w którym ona znajduje zastosowanie. Porównanie efektów pracy z różnymi technikami[38] może mieć miejsce tylko na tle analizy wszystkich celów, na które są te techniki zorientowane, z uwypukleniem celów wspólnych. Ideą obecnej fazy technologicznego zwrotu w dydaktyce staje się więc badanie systemu[39].

/38/ Chodzi tu o szerokie pojęcie techniki, obejmujące zarówno metody /w tym również np. metody kontroli/, jak i wszelkie środki dydaktyczne.

/39/ Por. K.H.FLECHSIG: Die technologische Wendund in der

Przyjęcie zasady rozpatrywania interesujących badacza zjawisk w całym systemie zmiennych zmusza nas do poszukiwania mało jeszcze wypróbowanych procedur badawczych. Byłoby trudno, przy obecnym stanie badań metodologii eksperymentu i zaawansowaniu naszych doświadczeń, wysunąć już w tej pracy jakieś konstruktywne wnioski dotyczące planu i organizacji tych badań. Można by jednak przystąpić do stopniowego wypracowania pewnych dyrektyw postępowania, gdyby założenia metodologiczne wszystkich planowanych w dydaktyce matematyki eksperymentów były opracowywane bardziej wnikliwie, o ile możności kolektywnie, po starannym rozważeniu wszystkich zmiennych. Pracę należałoby rozpocząć od analizy dotychczasowych eksperymentów /40/, choćby nawet stanowiły one przykład włączenia eksperymentu do innych metod stosowanych równocześnie dla rozwiązywania danego problemu.

Nie powinna tu mieć miejsca niekonstruktywna krytyka znanych nam planów badań, ale pogłębiona analiza porównawcza rozwiązywanych problemów badawczych i ich faktycznych rozwiązań dokonywana głównie w aspekcie kontroli często nieuwzględnionych zmiennych pośredniczących, zarówno tych sprzyjających, jak i tych utrudniających efekty badanego działania. Praca mogłaby być wykonana w twórczej dyskusji w ramach seminarium specjalistycznego nastawionego na dalsze poszukiwania metodologiczne. Motywacja dla tylu wyżej przytoczonych dygresji tkwi w fakcie negowania roli eksperymentu w badaniach dydaktyki matematyki, mimo że dotychczasowe skromne badania nie upoważniają nas jeszcze do takich stwierdzeń. Sprawę należy traktować jako ważny problem metodologiczny otwarty, choćbyśmy nawet słusznie twierdzili, że większość aktualnych problemów badawczych dydaktyki matematyki może być rozwiązana innymi metodami.

Didaktik. W: Unterrichtsforschung und didaktische Theorie, Edytor W.Popp, Muenchen 1970, str. 254-256.

/40/ Por. np. 1. B.NOWECKI: Badania ...; 2. H.SIWEK: Rozumienie...; 3. H.MOROZ: Problemy ...; 4. M.SZNAJDER: Teksty ...; 5. W.NOWAK: Model ...; 6. Maszynopisy niedrukowanych prac magisterskich i doktorskich kierowanych w Zakładach Dydaktyki Matematyki w kraju.

Szczegółowe zagadnienie, które stawiam tu do dyskusji, jest związane z celem stosowania metody eksperymentalnej, zgodnie z jej określeniem przyjętym na początku podrozdziału 4.3. Dotychczasowa praktyka zawęża rolę eksperymentu, jako jednej z technik metody eksperymentalnej, do statystycznego potwierdzenia słuszności wcześniej ustalonej hipotezy. Ogromny wkład pracy eksperymentatora jest zbyt mało wykorzystany dla praktyki, jeżeli się nadto zważy, że już w badaniach wstępnych, służących do ustalenia rodzaju zależności zmiennych, dochodzi badacz najczęściej do stwierdzeń, o których słuszności jest wewnętrznie przekonany. Po zakończeniu tak czasochłonnie prowadzonych eksperymentów formułuje się niewspółmiernie mało uzasadnionych wniosków. Niekiedy można by nawet stawiać zarzut, że prowadzący badanie jest zainteresowany wyłącznie wynikami badań wstępnych, końcowych, a czasem i dystansowych, a nie "bada" w żywym procesie dydaktycznym funkcjonowania zmiennej niezależnej i wywołanych przez nią efektów jakościowych.

W sprawie r o l i e k s p e r y m e n t u w badaniach dydaktyki matematyki zajmujemy następujące stanowisko:

1° Potwierdzenie lub odrzucenie hipotezy roboczej jest tylko jednym z celów eksperymentu dydaktycznego.

2° Rozpatrywanie całego kompleksu zmiennych wymaga włączenia do metody eksperymentalnej technik związanych również z innymi metodami, co umożliwia bieżące obserwowanie zmian jakościowych zmiennych zależnych i dostrzeganie relacji zachodzących między wszystkimi zmiennymi. Spełnienie tego celu badań jest najważniejszym elementem twórczym dla praktyki pedagogicznej.

3° W czasie trwania eksperymentu lub po opracowaniu uzyskanych wyników mogą ujawnić się dalsze uszczegółowienia zmiennych, co może dać podstawy dla formułowania hipotez bardziej szczegółowych. Tą drogą można dojść do interesujących wniosków, nie planując nowych badań eksperymentalnych.

4° Eksperyment może służyć do odkrycia nowych twierdzeń drogą uogólniania hipotez weryfikowanych. Taka modyfikacja hipotez znajdzie uzasadnienie w dostrzeganiu podczas przebiegu eksperymentu pewnych nieprzewidywanych przedtem trendów współzależności zjawisk. Stawianie uogólnionych hipotez wymaga oczywiście kontynuowania badań, choć niekoniecznie metodami eksperymentalnymi.

Przystępujemy do wskazania typowych planów badawczych postępowania eksperymentalnego. Ich wybór należy do każdego badacza i jest uwarunkowany specyfiką problemu badawczego. Trudno byłoby dawać w tym artykule wyraźne wskazania, nie ma też możliwości zamieszczenia przykładów, których analiza byłaby w tego rodzaju syntetycznym opracowaniu niemożliwa. Ograniczymy się do krótkiego przedstawienia kilku wybranych aspektów teorii, interpretując je na użytek dydaktyka matematyki.

Etap wstępny opracowania planu badań spośród wskazanych przez ogólną metodologię nauk. U podstaw całej koncepcji ogólnych metod badania związków przyczynowo-skutkowych leży znana powszechnie koncepcja obejmująca pięć metod, sformułowanych w XIX w. przez J.S.Milla i zwanych k a n o n a m i /Nowak, 1965, str. 437; Pieter, 1975, str. 88; Zaczyński, 1976, str. 91/. Stanowią one logiczne podstawy metody eksperymentalnej. Nie wykluczając żadnego kanonu jako nieprzydatnego do opracowania w przyszłości modelu eksperymentu dydaktycznego, przypomnijmy tylko jeden z nich, najczęściej wykorzystywany. Dotyczy on tzw. metody j e d y n e j r ó ż n i c y, opartej na następującym rozumowaniu: jeżeli dwie grupy ludzi wykonują pewną czynność pod wpływem tych samych bodźców i jeśli nadto w jednej z tych grup na wykonanie tej czynności ma wpływ dodatkowy bodziec, to różnice w skutkach należy przypisać temu bodźcowi. Transponując treść tego kanonu na teren pracy szkoły, możemy wnioskować, że jeżeli dwie klasy osiągają te same wyniki w tych samych warunkach nauczania i jeżeli w jednej klasie wprowadzimy w nauczaniu jakiś dodatkowy czynnik innowacyjny, to ewentualne zmiany w wynikach nauczania tej klasy nastąpiły na skutek zastosowania tego czynnika.

Zamiast wprowadzać dodatkowy czynnik możemy rozważyć działanie, w którym zabraknie jakiegoś czynnika poprzedniego działania. Wtedy można by twierdzić, że jeżeli np. zastosowanie pewnego układu środków dydaktycznych pozwala stwierdzić w poszczególnych grupach uczniów realizację tych samych celów nauczania i jeżeli przy niezmienionych innych warunkach eliminacja jednego środka spowoduje zmianę w realizacji celów, to nastąpiła ona na skutek braku działania ze strony "wycofanego" środka.

Jakkolwiek za podstawę większości eksperymentów prowadzonych w naukach społecznych przyjmuje się kanon jedynej różnicy, to

jednak praktyka ukazuje ogromne trudności w realizacji tej idei. Złożoność procesów dydaktycznych uniemożliwia niekiedy eliminowanie wpływu wyróżnionych elementów "działania" i zachodzi konieczność uwzględnienia wielu zmiennych pośredniczących.

Najczęściej przeprowadza się badania na co najmniej dwóch grupach uczniów, choć teoretycznie rzecz biorąc można niekiedy obserwować zaistniałą zmianę w jednej tylko grupie, co oczywiście będzie zależało od rodzaju manipulowanej zmiennej. W każdym konkretnym przypadku należy się zdecydować na wybór najbardziej odpowiedniej t e c h n i k i prowadzenia eksperymentu, która warunkuje przyjęcie określonego p l a n u b a d a w c z e g o /zwanego też przez pedagogów s c h e m a t e m metodologicznym badań lub m o d e l e m eksperymentu/. Do przydatnych do naszych badań sposobów organizowania badań eksperymentalnych należą: 1° t e c h n i k a j e d n e j g r u p y, polegająca na wprowadzeniu czynnika eksperymentalnego do dobrze znanej sytuacji i mierzeniu zmian pod jego wpływem oraz 2° t e c h n i k a g r u p r ó w n o l e g ł y c h, zwana też t e c h n i k ą g r u p p o r ó w n a w c z y c h, w której dokonujemy porównania efektów wywołanych dodatkowym bodźcem w grupie przyjętej za eksperymentalną z wynikami grupy kontrolnej. Zakładamy przy tym, że badane grupy są równoważne ze względu na badaną zmienną.

Technika jednej grupy jest mało doskonała z powodu trudności w uchwyceniu dodatkowego działania modyfikującego samoczynnie zmienną w przeciągu czasu koniecznego do przeprowadzenia eksperymentu /np. wpływ na badane efekty może być różny na skutek nierównomiernego rozwoju fizycznego i psychicznego ucznia/. Mimo to jest to często jedyna technika, którą może się posłużyć np. nauczyciel w swej działalności innowacyjnej. Dlatego powinniśmy wypracować taki plan organizacji badań w jednej grupie, w szczególności plan analizy wieloczynnikowej efektów stwierdzanych w zespołach tej grupy, by nawet bez stosowania rygorów naukowego pomiaru otrzymać ważne dla praktyki wstępne potwierdzenia hipotez.

Wszystkie wskazane w przypisie /40//str. 99 / eksperymenty były prowadzone techniką grup równoległych. Warunkiem takiej organizacji eksperymentów jest wymaganie równoważności grup w danej dziedzinie badań. W przypadku prowadzenia badań w natural-

nym procesie lekcyjnym badacz nie ma wpływu na przesunięcie uczniów do innych klas, może co najwyżej dokonać wyboru zespołów do badań. W przypadku organizowania ważnych i szeroko zakrojonych badań należy pamiętać o obowiązku poprawnego stosowania zasad randomizacji. Jeżeli nie możemy losowo dobierać osób do prób /chociaż w niektórych eksperymentach, prowadzonych w małych zespołach, jest to możliwe/, a badamy klasy szkolne, to losujemy te klasy za pomocą odpowiedniego schematu losowania /Brzeziński, 1975, str. 22/.

Jeżeli jednak nauczyciel weryfikuje hipotezę, ucząc co najmniej w dwóch równoległych klasach, wówczas może w dwojaki sposób złagodzić ujemne skutki niemożności dokonania wyboru uczniów. Pierwszy sposób polega na tworzeniu par "równoważnych". Są to pary uporządkowane w tym sensie, że każdemu uczniowi klasy wybranej na eksperymentalną odpowiada uczeń klasy kontrolnej, a pary są wyrównane pod względem najbardziej istotnych zmiennych ubocznych. Jest to sposób dość trudny i czasochłonny ze względu na konieczność takiego określenia porównywanych zmiennych, by w efekcie otrzymać najbardziej rzetelne wyrównanie w parach, co praktycznie jest tylko możliwe przy dwóch zespołach, bo porządkowanie trójek uporządkowanych jest już dość skomplikowane. Ponadto musimy się z tym liczyć, że w każdej klasie mogą się znaleźć uczniowie "bez pary", czyli tą drogą umniejszamy wielkość zespołów wybranych do badań. Mimo to warto o tym sposobie pamiętać, szczególnie w przypadku, gdy zespoły są bardzo niejednorodne, a wyniki niektórych uczniów, w razie ich nieodrzucenia, mogą zafałszować wyniki globalne.

Drugim sposobem łagodzenia skutków braku możliwości losowego wyboru próby badanej jest statystyczne zweryfikowanie hipotezy zerowej dotyczącej równoważności[41]. Może ono odbywać się drogą testowania jednorodności wariancji albo zbadania braku istotności

---

/41/ Chodzi tu o wykazanie słuszności twierdzenia, że grupy powstały drogą losowego pobierania próby z tej samej populacji, przy założeniu poziomu istotności przyjętego w badaniach pedagogicznych $\alpha = 0,05$.

różnic między średnimi uzyskanymi dla określenia zmiennej zależnej w grupie eksperymentalnej i kontrolnej w badaniach poprzedzających wprowadzenie czynnika eksperymentalnego /Guilford, 1964; Freund, 1971; Zaborowski, 1973/.

Mimo wyżej opisanych zabiegów, stosowanych często łącznie, nie jest łatwo /szczególnie przy badaniu bardziej złożonych zjawisk/ uzyskać pewność, że grupy wybrane do badań mogą być uważane za równoważne. Przekonanie o małej skuteczności tych sposobów wiąże się z ogólną krytyką narzędzi pomiaru, którymi w badaniach eksperymentalnych są najczęściej t e s t y lub inne zestawy zadań, których rozwiązanie ma umożliwić porównywanie uczniów za pomocą dobrze określonych s k a l . Konstrukcja takich narzędzi, które by mierzyły wszystko to, co mają mierzyć, i mierzyły równocześnie tylko to, co pragniemy zmierzyć, jest bardzo trudna. W naszych badaniach nie możemy stawiać wymagań dotyczących korzystania z testów standaryzowanych, ponieważ takich testów nie posiadamy. Pragnęlibyśmy jednak umieć konstruować testy rzetelne i trafne, o stosunkowo dużej wartości diagnostycznej. Współczesna bardzo rozbudowana teoria testu przeraża nie tylko początkującego badacza. Procedura konstruowania i doskonalenia testów pedagogicznych, w szczególności tzw. testów osiągnięć szkolnych, jest dość skomplikowana i trudno się dziwić, że żaden z testów publikowanych w znanych nam doniesieniach z badań eksperymentalnych nie spełnia istotnych wymagań.

Krytykowana ostatnio klasyczna teoria testu, posługująca się językiem statystyki opisowej, jest uogólniana w tzw. probabilistycznej teorii opartej na rachunku prawdopodobieństwa. Teoria ta, ze szkodą dla praktyki w dydaktyce matematyki, rozbudowała cały aparat związany z konstruowaniem pewnego typu testów, które moglibyśmy określić testami "zorientowanymi na cel"/42/. Każdy z nich dotyczy kontroli wąsko określonego celu operacyjnego /np. umiejętności wykonywania działań w zbiorze liczb naturalnych mniejszych od 100 przez ucznia klasy pierwszej/. Jakkolwiek nie będziemy, jak sądzę, rozwijać tej teorii dla poszukiwań sposobów

---

/42/ K.J.KLAUER /red./: Lehrzielorientierte Tests, Duesseldorf 1972.

bieżącej kontroli pracy ucznia w naszym systemie nauczania, to jednak nie można wykluczyć, że pewne założenia mogą być uwzględnione w konstruowaniu narzędzi pomiaru w badaniach eksperymentalnych. To ważne zagadnienie powinno być rozwiązane w oddzielnej pracy. Szczegółowy plan konstruowania i weryfikowania testu, pełniącego w badaniach rolę narzędzia wykorzystującego jeden z możliwych rodzajów skal pomiarowych, należy sporządzić, w oparciu o literaturę dotyczącą testów pedagogicznych, szczególnie testów osiągnięć szkolnych /Brzeziński, 1975, str. 43; Niemierko, 1975; Zaczyński, 1976, str. 113/.

Badacze, którzy stwierdzają, że ze względu na niedoskonałość testów nie można w badaniach zakładać równoważności grup, stosują niekiedy jeszcze jedną technikę eksperymentu, to jest t e c h n i k ę r o t a c j i /zwaną inaczej t e c h n i k ą k r z y ż o w ą/. Jest ona kombinacją technik poprzednio podanych, jest bowiem techniką grup równoległych, a z techniki jednej grupy bierze czasową przemienność ról każdego z zespołów. Wprowadzając kolejno czynnik eksperymentalny do każdej z klas, podczas gdy równocześnie druga stanowi kolejno klasę kontrolną, eliminujemy wpływ nieprzewidywanych czynników subiektywnych na zmienną zależną. Jest to najprostszy sposób rotacyjnego przenoszenia dodatkowego bodźca do dwóch porównywanych grup, przy zachowaniu wszystkich lub prawie wszystkich zmiennych wspólnych. O tej technice powinien pamiętać badacz, nie dysponujący większą liczbą grup badawczych, jeżeli specyfika czynnika eksperymentalnego dopuszcza tego rodzaju badanie.

Odpowiedni przykład stosowania techniki rotacji, z dokładnym opisem jego rozwiązania, znajdujemy w pracy W. Zaczyńskiego /1976, str. 103/. Dotyczy on badania roli filmu niemego w stosunku do filmu dźwiękowego, w szczególności badania aktywności ucznia podczas lekcji z filmem. Nietrudno na tym przykładzie ukazać celowość zastosowania tej techniki, jednak trudno uwierzyć, byśmy w dydaktyce matematyki mieli wiele różnorodnych problemów, których odpowiedzią byłyby hipotezy sprawdzalne w eksperymencie prowadzonym techniką rotacji. Tą drogą można jednak badać np. efektywność pewnych tekstów sterujących o jakiejś nowej strukturze, rozumienie różnych form definicji, umiejętność czytania różnych schematów itp.

4.4. Prócz metod obserwacyjnych i eksperymentalnych, które zaliczamy na ogół do podstawowych metod badawczych dydaktyki matematyki, będziemy korzystać jeszcze z kilku innych metod znanych z badań pedagogicznych. Do szeroko stosowanych metod socjograficznych, opracowanych szczególnie przez socjologów, należą wywiad i ankieta, których wspólną cechą jest zadawanie badanym pytań. Jeżeli zdobywamy informacje drogą bezpośredniego stawiania pytań badanym, wówczas stosujemy w y w i a d , w przeciwieństwie do a n k i e t y , która jest metodą zdobywania danych przez pisemne udzielenie odpowiedzi wybranych osób na pytania zawarte w drukowanej liście pytań, zwanej kwestionariuszem /43/. Przyjęło się określać kwestionariusz jako technikę badań, będziemy więc mówić o k w e s t i o n a r i u s z u a n k i e t o w y m , a także o k w e s t i o n a r i u s z u w y w i a d u w rozumieniu arkusza pytań, na którym przeprowadzający badania informuje o odpowiedziach osób zapytywanych. Między wywiadem a ankietą nie ma niekiedy ostrych granic, co jest zrozumiałe, jeżeli przyjmiemy, że kwestionariusz ankietowy wypełnia się często w obecności przeprowadzającego badania, a ten sam arkusz może np. w mniej przygotowanym zespole badanych służyć jako kwestionariusz wywiadu.

Wywiad przyjmuje różne formy, od swobodnej rozmowy począwszy, przez rozmowę naprowadzającą badanego na istotne elementy problemu, aż do wywiadu bardziej sformalizowanego, polegającego na dosłownym cytowaniu osobom badanym sformułowanych pytań kwestionariusza i notowaniu odpowiedzi. Stąd już faktycznie tylko krok do ankiety, dlatego też osobę przeprowadzającą wywiad z gotowym kwestionariuszem nazywa się często ankieterem.

Dotychczas nie wykorzystuje się w wystarczającym stopniu wywiadu jako metody badań dydaktyki matematyki. Wywiad okazuje się jednak szczególnie przydatny w badaniach na etapie wstępnym i umożliwia badaczowi pierwsze rozeznanie sytuacji, którą pragnie dokładniej zbadać /także za pomocą innych metod/. Metoda wywiadu może np. towarzyszyć metodom obserwacyjnym i wzbogacić informację

/43/ Niektórzy używają terminów "ankieta" i "kwestionariusz" zamiennie /enquête - wywiad, "wypytywanie"; question - pytanie/.

4.4. Prócz metod obserwacyjnych i eksperymentalnych, które zaliczamy na ogół do podstawowych metod badawczych dydaktyki matematyki, będziemy korzystać jeszcze z kilku innych metod znanych z badań pedagogicznych. Do szeroko stosowanych metod socjograficznych, opracowanych szczególnie przez socjologów, należą wywiad i ankieta, których wspólną cechą jest zadawanie badanym pytań. Jeżeli zdobywamy informacje drogą bezpośredniego stawiania pytań badanym, wówczas stosujemy w y w i a d , w przeciwieństwie do a n k i e t y , która jest metodą zdobywania danych przez pisemne udzielenie odpowiedzi wybranych osób na pytania zawarte w drukowanej liście pytań, zwanej kwestionariuszem /43/. Przyjęło się określać kwestionariusz jako technikę badań, będziemy więc mówić o k w e s t i o n a r i u s z u a n k i e t o w y m , a także o k w e s t i o n a r i u s z u w y w i a d u w rozumieniu arkusza pytań, na którym przeprowadzający badania informuje o odpowiedziach osób zapytywanych. Między wywiadem a ankietą nie ma niekiedy ostrych granic, co jest zrozumiałe, jeżeli przyjmiemy, że kwestionariusz ankietowy wypełnia się często w obecności przeprowadzającego badania, a ten sam arkusz może np. w mniej przygotowanym zespole badanych służyć jako kwestionariusz wywiadu.

Wywiad przyjmuje różne formy, od swobodnej rozmowy począwszy, przez rozmowę naprowadzającą badanego na istotne elementy problemu, aż do wywiadu bardziej sformalizowanego, polegającego na dosłownym cytowaniu osobom badanym sformułowanych pytań kwestionariusza i notowaniu odpowiedzi. Stąd już faktycznie tylko krok do ankiety, dlatego też osobę przeprowadzającą wywiad z gotowym kwestionariuszem nazywa się często ankieterem.

Dotychczas nie wykorzystuje się w wystarczającym stopniu wywiadu jako metody badań dydaktyki matematyki. Wywiad okazuje się jednak szczególnie przydatny w badaniach na etapie wstępnym i umożliwia badaczowi pierwsze rozeznanie sytuacji, którą pragnie dokładniej zbadać /także za pomocą innych metod/. Metoda wywiadu może np. towarzyszyć metodom obserwacyjnym i wzbogacić informację

/43/ Niektórzy używają terminów "ankieta" i "kwestionariusz" zamiennie /enquête - wywiad, "wypytywanie"; question - pytanie/.

Badacz musi pamiętać o tym, by grupa badana była reprezentatywna dla tej populacji, do której mają się odnosić wyniki. Zachowanie tego wymagania jest bardzo trudne, jeżeli się zważy, że na ogół znikomy procent kwestionariuszy zostaje wypełniony i to jeszcze nie zawsze w sposób właściwy . Stąd tak dużą rolę powinno się przypisywać właściwej motywacji badań, przekazanej badanym w sposób jak najbardziej bezpośredni. Ważną też sprawą jest umożliwienie badanemu udzielania dodatkowej, bardziej otwartej odpowiedzi, niekoniecznie mieszczącej się w granicach przypadków typowych, przedstawionych przez autora kwestionariusza w pytaniach zamkniętych alternatywnych. Nie jest to sprzeczne z wymaganiem, by kwestionariusz w wypadku badań ze sformułowaną na wstępie hipotezą dostarczył danych niezbędnych do jej sprawdzenia, a w wypadku przeciwnym danych dla ilościowego i jakościowego zbadania zmiennej.

Często stosuje się w odniesieniu do danych uzyskanych drogą badań ankietowych analizę czynnikową opartą na porównywaniu współczynników korelacji między skategoryzowanymi odpowiedziami na poszczególne pytania kwestionariusza. Tym sposobem można uzyskać wiele interesujących i cennych wniosków. Istnieją także procedury badawcze, które pozwolą na wnikliwą analizę kompetencji ankietowanych w przypadku udzielania odpowiedzi na pytania wymagające oceny wyrażonej w punktach przyjętej skali. Rozpatrzymy np. sytuację, w której kwestionariusz złożony z k pytań został skonstruowany z myślą o wyrażeniu opinii badanych na temat efektów dydaktycznych uzyskanych na skutek zastosowania pewnego "działania". Mając do czynienia ze zbiorem ocen, pochodzących od n osób ankietowanych, a więc ocen uporządkowanych według kolejności pytań kwestionariusza, można ustalić stopień zbieżności wypowiedzi, wyznaczając stopień korelacji między n zbiorami ocen dotyczących k obiektów. Korzystanie z odpowiednich testów statystycznych umożliwia badanie zgodności opinii wydanych przez ankietowanych, występujących w roli"kompetentnych sędziów" /Brzeziński, 1975, str. 97-101/. Należałoby zweryfikować ewentualną przydatność tych metod do oceny np. różnych tekstów wdrażanych w naszych badaniach. Być może, że np. obserwacja pracy ucznia z tekstem, wsparta wynikami uzyskanymi drogą wypełnienia przez nauczycieli-obserwatorów szczegółowego kwestionariusza, w którym zastosowano by skale wartościowania ocenianych elementów struktury tekstów, wniosłaby

znacznie więcej do teorii i praktyki stosowania różnych tekstów, aniżeli zastosowanie eksperymentu dydaktycznego.

Interesujący przykład wykorzystania ankiety jako metody badań naukowych stanowi praca związana z poszukiwaniem struktury "optymalnej książki metodycznej" dla nauczycieli matematyki /44/. Po przedstawieniu w zakończeniu studiów teoretycznych modelu nowoczesnego podręcznika metodycznego nastąpiły badania empiryczne o charakterze oceniającym, w celu ustalenia stopnia zaaprobowania koncepcji przez 312 badanych nauczycieli. Była to równocześnie weryfikacja hipotez prowadzona drogą badań ankietowych. Kwestionariusz obejmował 69 pytań o czterech kategoriach opisowych odpowiedzi, stopniujących aprobatę ankietowanego wobec szczegółowych rozwiązań książki metodycznej i umożliwiał zmianę uzyskanych danych jakościowych na ilościowe. Dzięki temu można było obliczyć nie tylko wskaźnik danej cechy w modelu podręcznika, ale również wskaźnik przydatności całego modelu wobec oczekiwań nauczycieli.

Być może, że przytoczony wyżej przykład jest mało typowy dla badań dydaktyki matematyki, jednak dobrze ukazuje stronę metodologiczną tak prowadzonych badań i przekonuje o dużych możliwościach stosowania metody ankiety.

4.5. Nie będziemy tu szerzej omawiać pozostałych metod, towarzyszących opracowywaniu prawie każdej pracy naukowej. Do najważniejszych należą: metoda analizy oraz metoda krytyki źródeł i piśmiennictwa. Niezależnie od tego, jakiego rodzaju badania planujemy, musimy umiejscowić nowy problem w dotychczasowych osiągnięciach nauki. Jednym więc z ogniw pracy naukowej jest a n a l i z a i k r y t y k a l i t e r a t u r y przedmiotu. Jakkolwiek jest to metoda specyficzna dla nauk humanistycznych, to jednak należy pamiętać, że analiza i krytyka piśmienniotwa ma w dydaktyce matematyki też charakter humanistyczny. Do niezbędnych cech badacza należy umiejętność syntetycznego opracowania szeroko zebranej literatury związanej bezpośrednio z planowanymi badaniami. Najtrud-

---

/44/ Por. A.MACIEJEWSKA: Struktura opracowań metodycznych dla nauczycieli matematyki, Praca doktorska, Biblioteka Główna UAM, Poznań 1979.

niejszą sprawą jest umiejętność zachowania pewnego dystansu wobec publikowanych wyników cudzych badań, co umożliwia krytyczną ocenę wartości tych badań i stopień uwzględniania ich wyników.

Mówiąc o a n a l i z i e ź r ó d e ł , będziemy w dydaktyce matematyki pamiętać o analizie dokumentów i wytworów ucznia. Wśród dokumentów rejestrowanych w naukach pedagogicznych /Zaczyński, 1976, str. 173-188/ znajdujemy, mające dla nas szczególną wartość, programy i podręczniki szkolne, arkusze ocen uczniów, zeszyty uczniowskie i zeszyty prac klasowych, konspekty nauczycieli, pomoce naukowe produkcji nauczycieli, nagrania wypowiedzi uczniów, rozwiązania zadań konkursowych itp. Wiele z nich może stać się przedmiotem twórczej analizy, która tak cenny przykład znalazła we wspomnianym już badaniu strategii rozwiązywania zadań przez uczestników Olimpiady Matematycznej[45].

Szczególnym przypadkiem jest m e t o d a a n a l i z y p o r ó w n a w c z e j stosowana do wykrywania pewnych prawidłowości, niekiedy nawet zależności między zjawiskami, do rejestrowania podobieństw, różnic itp. Analiza porównawcza może mieć w dydaktyce matematyki rangę ważnej metody naukowej /niekoniecznie towarzyszącej innym metodom/, jeżeli będzie przeprowadzana w reprezentatywnym zbiorze przedmiotów stanowiących obiekt analizy, ponadto jeżeli porównywanie tych obiektów będzie się odbywało według ściśle określonych kryteriów. Klasycznym przykładem może być przeprowadzona analiza podręczników geometrii w aspekcie odzwierciedlenia w nich klasycznych zasad dydaktycznych[46]. Jej celem było m.in. zarejestrowanie środków, którymi dysponuje autor podręcznika, pamiętający o jak najlepszym przystosowaniu podręcznika do nauczania-uczenia się w nowoczesnym procesie dydaktycznym. Metoda ta może być szczególnie przydatna przy poszukiwaniu różnych koncepcji dydaktycznych, dzięki zbadaniu aktualnej sytuacji w kraju i zagranicą /np. porównanie programów szkolnych według wybranych aspektów/, co może mieć m.in. miejsce w pracach magisterskich wymagających uwzględnienia literatury obcej.

/45/ Por. przypis /20/ na str. 79.

/46/ W.NOWAK: Odzwierciedlenie zasad nauczania w podręcznikach geometrycznych XX wieku, Wydawnictwa Naukowe, Poznań 1972.

Warunkiem poprawności stosowania tej metody jest precyzyjne ustalenie kryterium analizy, umożliwiające faktyczne porównywanie badanych zjawisk.

5. MODELE BADAŃ DYDAKTYKI MATEMATYKI

5.1. Przedstawione wyżej ustalenia metodologiczne, dotyczące prowadzenia badań w dydaktyce matematyki, posłużą nam obecnie do opisu najbardziej typowych modeli badań/47/. Zgodnie z sugestią wyrażoną w podrozdziale 2.4 rozpatrzymy oddzielnie trzy modele badań:
1° model badań diagnostycznych, 2° model badań projektujących i 3° model badań weryfikujących.

Przyjęte nazwy nie odzwierciedlają w pełni charakteru badań, które są bardzo złożone i często ściśle związane z badaniami wdrożeniowymi. Przypomnijmy, że wdrożenie koncepcji zdecydowaliśmy się rozpatrywać łącznie z badaniami wyżej wyróżnionymi. Można by więc również mówić o modelu badań diagnostyczno-wdrożeniowych, koncepcyjno-wdrożeniowych i wdrożeniowo-weryfikujących, a nawet o badaniach, które w jednym planie badawczym uwzględniłyby nie tylko diagnozę i projektowanie, ale również wdrożenie koncepcji i jej ocenę.

Rozpatrując trzy oddzielne modele, staraliśmy się dać propozycję planów badań najbardziej typowych, realizowanych głównie w pracach promocyjnych. Zrozumiały jest więc fakt, że niektóre elementy badań mogą być przy takim ich rozróżnieniu wspólne.

Znaczną część badań z dydaktyki matematyki stanowią b a d a n i a d i a g n o s t y c z n e , związane głównie z rejestrowaniem, analizą i oceną całego układu specyficznych zjawisk występujących w procesie nauczania-uczenia się matematyki. W pracach metodologii nauk poświęca się bardzo dużo uwagi dobrej

---

/47/ Chodzi tu o model o p i s o w y odzwierciedlający strukturę postępowania badacza, elementy planu badawczego i jego powiązania.

diagnozie, dlatego w analizie logicznej tej dość obszernej i bardzo specjalistycznej literatury musimy znaleźć podstawy teoretyczne do naszych badań. D i a g n o z ą nazywa się "rozpoznanie jakiegoś stanu rzeczy i jego tendencji rozwojowych na podstawie jego objawów, w oparciu o znajomość ogólnych prawidłowości" /Ziemski, 1973, str. 17/. Podkreśla się przy tym konieczność wyjaśnienia znaczenia badanego przedmiotu czy zjawiska dla całości, której jest elementem. Takie postępowanie umożliwia niekiedy opis i ocenę tego, co już jest, czy co się dokonuje, z punktu widzenia tego, co powinno się zdarzyć.

Dlatego w odróżnieniu od poprzedniego określenia mówi się też o p e ł n e j d i a g n o z i e prowadzącej do postawienia hipotezy "dającej podstawę do zmiany stanów faktycznych ustalonych na podstawie wyczerpującego opisu i oceny badanych sytuacji empirycznych /Podgórecki, 1962, str. 39/. Diagnoza stanowi więc przygotowanie do podjęcia pewnych decyzji co do potrzebnego działania konstrukcyjnego. W wyniku dobrze zorganizowanego działania "rozpoznawczego" badacz może przystąpić do zaprojektowania pewnych wskazań, wśród których wyróżnia się cztery typy tzw. p o r a d:

1° porady profilaktyczne, zapobiegające ewentualnym ujemnym stwierdzonym stanom rzeczy,

2° porady optymalizacyjne, określające najlepsze postępowanie w danej sytuacji,

3° porady rekonstrukcyjno-korekcyjne, zajmujące się usuwaniem nieprawidłowości i trudności oraz

4° porady prognostyczne, przewidujące dalszy rozwój istniejącego stanu rzeczy /Ziemski, 1973, str. 155/.

W interpretacji tej teorii uważamy projektowanie za etap prowadzący do przedstawienia konkretnej koncepcji dydaktycznej, która powinna być wdrożona do praktyki. To wdrożenie może być w szczególnym przypadku powiązane z weryfikacją sformułowanej wstępnie hipotezy, a jej potwierdzenie stanowi wzmocnienie dla "nowej diagnozy". Przypomnijmy ponadto, że punkt wyjścia tych badań stanowi poprawne zredagowanie problemu badawczego o charakterze diagnostycznym albo poszukującym.

Tabela 5 przedstawia propozycję własną p l a n u b a d a ń d i a g n o s t y c z n y c h , w którym zakłada się ścisłe określenie kolejności pracy badacza na wyróżnionych etapach.

Tabela 5
Plan badań diagnostycznych

Lp.	Etapy badań	Zadania	Uwagi
1	Przygotowanie badań	Sformułowanie problemu badawczego Wybór metod Konstrukcja narzędzi Plan organizacji badań	Wąska diagnoza
2	Badania właściwe	Zebranie materiału badawczego Opis zmiennych drogą analizy wieloczynnikowej rejestrowanych zjawisk	
3	Ocena	Syntetyczne opracowanie wyników Ocena stanu faktycznego	
4	Konkluzja	Stwierdzenie potrzeby wprowadzenia zmian w diagnozowanym obiekcie	
5	Interpretacja	Wyjaśnienie źródeł i przyczyn zastanego stanu rzeczy	Projektowanie według jednego z czterech typów porad
6	Projektowanie	Postulowanie działania Sformułowanie hipotezy Wdrożenie i uzasadnienie wniosków	

Plan ten należy traktować jako ogólną propozycję dopuszczającą zmiany w jej uszczegółowieniu, konieczne dla rozwiązania niektórych problemów. Początkowe cztery etapy badań można uważać za wąsko rozumianą diagnozę, przy czym w punkcie 4 wymaga się tylko

ustosunkowania się badacza do zagadnienia potrzeby dokonywania zmian w diagnozowanym obiekcie badań zgodnie z przewidywaną odpowiedzią na postawiony problem. Zmiany te mogą dotyczyć również konieczności uzupełnienia procedury badawczej w dodatkowe elementy. Chodzi tu głównie o uwzględnienie nowych metod i wprowadzenie innych narzędzi badań dla bardziej precyzyjnego opisu zjawisk, umożliwiającego ocenę stanu faktycznego. Bardzo często okazuje się przecież, że trzeba badania powtórzyć lub uzupełnić, ponieważ badania pomyślane jako diagnostyczne nie doprowadziły do pełnego rozpoznania stanu rzeczy i jego tendencji rozwojowych.

Wyjaśnienia wymaga sformułowanie punktu 3 planu badań, w którym pojęcie "oceny" należy rozumieć bardzo szeroko, niekiedy także jako wynik jakościowej analizy porównawczej kategorii zmiennych albo różnego rodzaju wskaźników dobranych do zmiennych. Tu nie można dać żadnej recepty bez wnikliwego rozważenia pojedynczych przykładów. To samo dotyczy metod przydatnych w postępowaniu diagnostycznym. Reprezentujemy pogląd, że każdy problem diagnostyczny można rozwiązać różnymi metodami, z których trzeba wybrać metodę najbardziej przydatną w danej sytuacji lub kombinację kilku metod, i dobrać do nich odpowiednie narzędzia. Wszystkie znane metody mogą okazać się "dobre". Nawet metoda eksperymentalna może być zastosowana w rozwiązywaniu problemu diagnostycznego, co prawda w nietypowych dla dydaktyki matematyki sytuacjach. Będzie to miało miejsce, jeżeli w etapie przygotowawczym badań planowanych bardziej eksploratywnie zostaną postawione pytania otwarte, a odpowiedzi będziemy poszukiwać organizując eksperyment dydaktyczny.

Nasze rozważania nie byłyby pełne, gdybyśmy nie ustosunkowali się jeszcze do punktu 2 naszego planu, który w propozycjach metodologów występuje najczęściej tylko w redakcji słownej "opis danego stanu rzeczy" /Podgórecki, 1962, str. 38/. Jest to faktycznie najważniejszy etap, który niekiedy jest nazywany krótko s o n d a ż e m . W przedstawionej koncepcji planu badań diagnostycznych podkreślono w tym etapie planu opis zmiennych w wyniku analizy zebranych materiałów. Zachodzi pytanie, na które nie znajdujemy odpowiedzi w cytowanych pracach. Jaką drogą następuje zebranie tego materiału, inaczej mówiąc, jak powinien wyglądać najważniejszy etap badań diagnostycznych w dydaktyce matematyki ?

Autorytatywnej odpowiedzi na to pytanie udzieliła Prof. Zofia Krygowska w referacie głównym "Szkoły Dydaktyki Matematyki 1979" odbywającej się w Karpaczu. Charakteryzując badania nad językiem matematyki szkolnej, a więc badania przeważnie natury diagnostycznej, podkreśliła konieczność równoległego uwzględniania trzech płaszczyzn badań: 1° założeń wynikających dla badań z przyjętej ideologii w stosunku do wychowania i kształcenia, 2° założeń wynikających z przedmiotu nauczania, czyli ze specyfiki matematyki /tej "gotowej", dostępnej w źródłach i tej, która "powstaje" w ramach zorganizowanej twórczości ucznia/ i 3° założeń wynikających z badań nad uczniem jako podmiotem oddziaływania wychowawczego /założeń uwzględniających m.in. osiągnięcia psychologii matematycznego myślenia i uczenia się, wyniki analizy wszelkich przejawów zorganizowanej działalności matematycznej ucznia itp./. Wydaje się, że wszelkie badania w dydaktyce matematyki należy zaplanować w tych trzech aspektach. Tę koncepcję trzeba będzie sprawdzić w rozwiązywaniu przyszłych problemów i to nie tylko diagnostycznych.

5.2. Opis przebiegu b a d a ń p r o j e k t u j ą c y c h /zwanych czasem i n n o w a c y j n y m i/ nawiązuje do zamkniętego etapu wąsko rozumianej diagnozy /tabela 5/. Przypuśćmy, że otrzymujemy zadanie przedstawienia koncepcji obudowy audiowizualnej aktualnego podręcznika matematyki /konkretnej klasy/, w celu przystosowania go do wielopoziomowego i wielostronnego nauczania. Celowo rozważamy przykład nietypowy i dość złożony /zresztą "fikcyjny"/, by łatwiej można było zastosować przyjętą procedurę do rozwiązywania prostszych problemów. Warunkiem wykonania tego zadania jest przeprowadzenie badań teoretycznych, które pomogą ustalić pewne założenie teoretyczne dla samej koncepcji. Nie wnikając tu w szczegóły merytoryczne, ustalmy tylko plan badań. Punktem wyjścia winno być zapoznanie się z problematyką pedagogiczną dotyczącą nowoczesnego nauczania oraz z próbami praktycznego zastosowania koncepcji wielostronnego nauczania /czyli zintegrowanego nauczania przez przyswajanie, odkrywanie,

przeżywanie i działanie/[48]/, koncepcji zróżnicowanego nauczania w systemie klasowym, a także z ewentualnymi próbami stosowania obu teorii łącznie. To rozeznanie nie może oczywiście dotyczyć tylko dotychczasowych doświadczeń w nauczaniu matematyki.

Drugi kierunek rozważań teoretycznych jest związany z badaniem specyfiki matematyki w jej pedagogicznych aspektach i wymaga konfrontacji obu teorii w aspekcie możliwości ich odzwierciedlenia w nauczaniu matematyki, co prawdopodobnie będzie mogło być zrealizowane przez szczegółową analizę celów kształcenia matematyki i analizę środków dydaktycznych, którymi dysponujemy. Jednym z tych środków jest podręcznik szkolny, który będąc przystosowany do nowoczesnego nauczania, powinien w pewnym stopniu te teorie uwzględniać. To stwierdzenie zmusza badacza do ustalenia pewnego arkusza obserwacyjnego jako narzędzia badań. Ponieważ w ilustrowanym tu przykładzie zadania podręcznik został ustalony, stąd kolejnym etapem pracy będzie analiza tego podręcznika, wsparta ewentualnie analizą porównawczą innych podręczników. Jej efektem może być nie tylko wstępna ocena badanego podręcznika /ukierunkowana na nasze kryterium/, ale również coraz lepiej zarysowująca się koncepcja dotycząca możliwości odzwierciedlenia tych teorii w samym podręczniku /uzewnętrzniona w zestawieniu pewnych "chwytów" dydaktycznych zastosowanych przez autora/. Gdyby nasz temat dotyczył tylko podręcznika, wówczas na zakończenie wniosków, dotyczących oceny aktualnego podręcznika w aspekcie założonych teorii, nastąpiłoby przedstawienie konkretnej propozycji udoskonalenia tego podręcznika.

Zadanie zostało jednak postawione szerzej i koncepcja ma dotyczyć obudowy audiowizualnej tego podręcznika. Następuje więc trzeci etap poszukiwania koncepcji związany z funkcjonowaniem tego podręcznika w roli zasadniczego składnika całego zestawu tzw. kompleksowych środków dydaktycznych rozpatrywanych w aspekcie nowoczesnej technologii kształcenia i interesujących nas teorii pedagogicznych. Dalsze studia teoretyczne związane z badaniem roli tych środków oraz uzupełniona diagnoza stanu istnie-

---

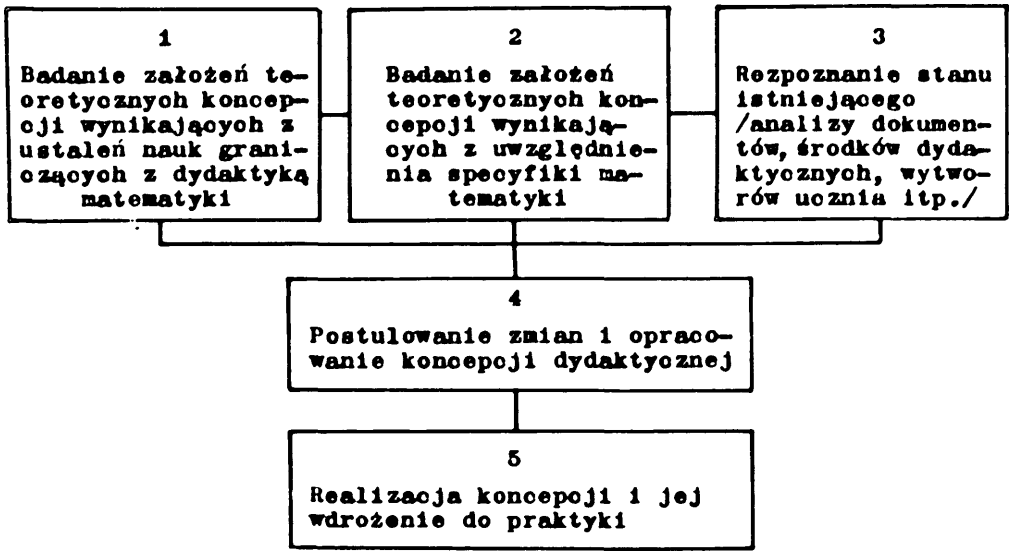
/48/ Por. W.OKOŃ: Podstawy wykształcenia ogólnego, Warszawa 1967.

jącego dotyczącego dotychczasowych prób obudowy podręcznika pozwolą dopiero na przedstawienie koncepcji obudowy audiowizualnej danego podręcznika. Na tym zakończyłby się najważniejszy etap badań projektujących, które oczywiście powinny doprowadzić do realizacji koncepcji i jej choćby wstępnego wdrożenia do praktyki.

Typowy plan badań projektujących obejmuje więc etapy badań związane z poszukiwaniem podstaw teoretycznych koncepcji, wzmocnionych badaniem stanu istniejącego z postulowaniem zmian oraz z realizacją koncepcji i jej wdrożeniem do praktyki /schemat 1/.

Schemat 1.

Plan badań projektujących

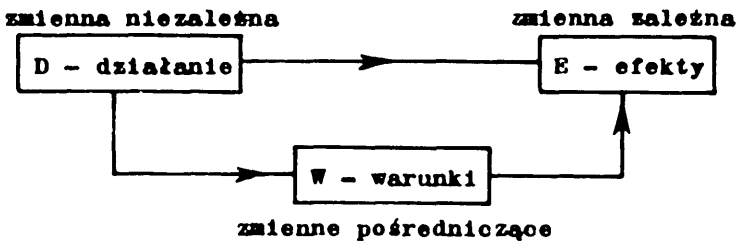


Schemat ukazuje możliwość równoległego opracowywania założeń teoretycznych dla każdej propozycji dydaktycznej /p. 1-3/, które to założenia powinny być uwzględnione łącznie w ostatecznym opisie koncepcji /p. 4/, umożliwiającym jej realizację /p. 5/. Etap 4 może oczywiście przebiegać po różnych drogach, co należałoby jeszcze uszczegółowić w planach konkretnych badań w zależności od tego, czy mamy do czynienia z projektowaniem profilaktycznym, optymalizacyjnym, rekonstrukcyjno-korekcyjnym

czy prognostycznym, albo z ich kombinacją, jak to miałoby miejsce w rozwiązaniu ilustrowanego wyżej problemu. Przedstawiony schemat nie jest oczywiście szczegółowym planem badań projektujących, w którym powinny znaleźć miejsce wszystkie poprzednie ustalenia metodologiczne, w stopniu niezbędnym do rozwiązania tak faktycznie różnorodnych problemów projektujących dydaktyki matematyki.

5.3. Największe zróżnicowanie postępowania badawczego będzie zachodziło przy rozwiązywaniu problemów o charakterze oceniającym albo weryfikującym. W obu przyjętych nazwach został w pewnym sensie wyrażony cel badań, którym jest w pierwszym wypadku raczej ocena zaistniałych zmian jakościowych lub ilościowych /często zresztą uzasadniona statystycznie/, w drugim - weryfikacja sformułowanej hipotezy. Niektórzy używają również nazwy "badanie oceniająco-weryfikujące", ujmując łącznie oba aspekty celu. Ich zakresy nie są rozłączne, dlatego uwzględnimy je umownie w szeroko rozumianych b a d a n i a c h w e r y f i k a c y j n y c h.

W nawiązaniu do oznaczeń przyjętych w tabeli 1 podrozdziału 2.3, przyjmijmy następujący schemat, według którego przebiegają badania empiryczne:



Przypomnijmy, że wprowadzone tu nazwy należy rozumieć umownie, w szczególności D może tu oznaczać np. program działania, E realizowane cele, a W procesy i warunki determinujące fakt zachodzenia danej zależności. Wiemy już, że stosownie do rodzaju zmiennej, która jest niewiadomą pytania stanowiącego problem badawczy, i w zależności od stopnia złożenia zmiennych /tabele 2 i 3/ możemy otrzymać różne warianty możliwych redakcji problemów, a tym samym i redakcji hipotez roboczych, mniej lub

więcej uszczegółowionych /49/. Niezależnie od tego, czy hipoteza została przedstawiona na początku badań i następnie weryfikowana, przy poprawnym stosowaniu metod statystycznych, czy sformułowano ją w wyniku zbadanych prawidłowości, mamy zawsze do czynienia z badaniami weryfikacyjnymi.

Rozpatrzmy najczęściej spotykaną w badaniach weryfikację zależności /por. 3.1/ ustalającej związek między zmiennymi globalnymi D i E przy ustaleniu warunków W. Uwzględniając kierunek zależności między dwoma rodzajami zmiennych możemy wyróżnić:

A - weryfikację typu i n d u k c y j n e g o , dotyczącą efektów znanego nam działania,

B - weryfikację typu r e d u k c y j n e g o , polegającą na poszukiwaniu odpowiedniego działania dla wywołania planowanych /a więc znanych/ efektów.

W weryfikacji typu indukcyjnego mogą wystąpić dwa sposoby ustalania efektów, co umożliwi wyróżnienie dwóch postaci weryfikacji:

A_1 - weryfikacji s p r a w o z d a w c z e j i
A_2 - weryfikacji p r o j e k t u j ą c e j /50/.

W weryfikacji sprawozdawczej A_1 badamy pewną reprezentatywną dla badanego zjawiska liczbę przypadków. Sprawozdanie z wyników badań umożliwia stwierdzenie, czy w warunkach W manipulowaniu zmiennej D towarzyszy zawsze skutek E. Sformułowanie hipotezy może więc kończyć badanie A_1. Inna zachodzi sytuacja w A_2, ponieważ w badaniach projektujemy zamierzone wywoływanie zmian określonych w hipotezie i oceniamy następstwo tego zabiegu.

W weryfikacji redukcyjnej B szukamy szczegółowych zmiennych niezależnych dla identyfikowanych już zmiennych zależnych. Może to mieć miejsce drogą wyselekcjonowania uczniów uzyskujących pewne specyficzne wyniki np. umiejętność zastosowania matematyki

---

/49/ Spośród zależności zachodzących między zmiennymi objętymi celami wychowania wymienia H.Muszyński pięć podstawowych typów zależności /Muszyński, 1970, str. 260/.

/50/ Nazwy przyjmuję umownie za H.Muszyńskim /1970, str. 264/.

w różnych sytuacjach życia codziennego i poddajemy analizie różne sytuacje, które zachodziły w czasie ich kształcenia. Szczegółowa analiza wieloczynnikowa może ustalić czynniki, które zaważyły na ukształtowaniu się badanej umiejętności. Ten typ badań jest określany często mianem badań sondażowych, przy czym wykorzystuje się tu bardzo różnorodne techniki gromadzenia danych, a więc obserwację, wywiad, ankietę i testy. Udokumentowane wnioski z badań, prowadzonych na wystarczająco dużej i zróżnicowanej próbie, mogą się kończyć zredagowaniem hipotezy roboczej.

Wróćmy obecnie do bardziej szczegółowego opisu procedury zastosowanej w weryfikacji projektującej A_2. Jest ona związana ściśle z techniką eksperymentu, szczególnie eksperymentu pedagogicznego opisanego w podrozdziale 4.3. Poprzednie ustalenia uzupełnimy jeszcze krótko przedstawieniem najważniejszych modeli "badań eksperymentalnych", która to nazwa przyjęła się w praktyce, niezupełnie zresztą poprawnie, na oznaczenie "badań weryfikujących", których zakres jest, jak pokazano, szerszy. Chodzi więc tu o modele badań projektujących związanych ściśle z eksperymentalnymi.

Od rodzaju zmiennych, których dotyczy hipoteza badawcza, zależy konieczność przeprowadzenia pomiaru wstępnego zmiennej niezależnej E przed rozpoczęciem manipulacji czynnika eksperymentalnego D. Wymaga się, by grupy były równoważne w zakresie warunków objętych hipotezą, a to wyjątkowo tylko może mieć miejsce bez pomiaru początkowego. Jeżeli np. wprowadzamy do początkowego nauczania matematyki w różny sposób materiał związany z nauczaniem elementów zupełnie nie znanej dzieciom teorii, wówczas tzw. badania wstępne nie są potrzebne przy zachowaniu jednak względnej jednorodności grup w innych dziedzinach. Wyniki eksperymentu określa się, porównując różnice między pomiarem wstępnym a końcowym w każdej z grup oddzielnie. Wskazówki warunków prowadzenia eksperymentu i sposobów statystycznego opracowania wyników można znaleźć w monografiach wskazanych w bibliografii /Brzeziński, 1975, str. 33, str. 108; Brzeziński, 1976, str. 75; Zaborowski, 1973, str. 219; str. 319/.

Znajdziemy tam również opis następujących typowych p l a n ó w b a d a w c z y c h dla organizacji weryfikacyjnych badań projektujących na etapie eksperymentu pedagogicznego:

1. Plan z grupą kontrolną, z pomiarem początkowym i końcowym.

2. Plan z grupą kontrolną, ale bez pomiaru początkowego.

3. Plan bez grupy kontrolnej z pomiarem początkowym i końcowym.

4. Plan Salomona.

Plany te zostały szczegółowo opisane przez J.Brzezińskiego /1975, str. 33-42/ i można je przyjąć w naszych badaniach, wprowadzając jedynie ewentualną zmianę w planie z jedną grupą i rozważając możliwość zastosowania techniki rotacji /p. 4.3/. Interesujące mogą być modele badań krzyżowych z więcej niż jedną grupą uczniów /Muszyński, 1970, str. 267/. Tzw. plan Salomona uwzględnia badanie prowadzone w czterech grupach, z których każda realizuje jeden z czterech możliwych wariantów zachodzących przy wprowadzeniu czynnika eksperymentalnego i przeprowadzaniu pomiaru początkowego: dwie grupy są eksperymentalne /w tym jedna bez pomiaru początkowego/ i dwie grupy są kontrolne /w tym również jedna bez pomiaru początkowego/. Uzupełnieniem opisu tych planów jest propozycja H.Muszyńskiego /1970, str. 265/, wprowadzająca drugie badanie kontrolne planowane 6 tygodni po ustaniu działania eksperymentalnego. Tego rodzaju pomiar znany jest pod nazwą b a d a ń d y s t a n s o w y c h , które mają wykazać t r w a ł o ś ć zmian zachodzących w zmiennej zależnej pod wpływem wprowadzania czynnika eksperymentalnego.

Widzimy, że istnieje wiele różnych wariantów modeli badań weryfikujących, które mogłyby być szczegółowo opisane, w celu ukazania planu badań zaprojektowanego dla rozwiązania konkretnych problemów. Nie ma sensu szukać egzemplifikacji dla możliwych planów, ale przeciwnie trzeba w przyszłości, znając problem i możliwości badacza związane z liczbą możliwych grup dla przeprowadzenia eksperymentu, precyzyjnie opisać zastosowaną procedurę badawczą.

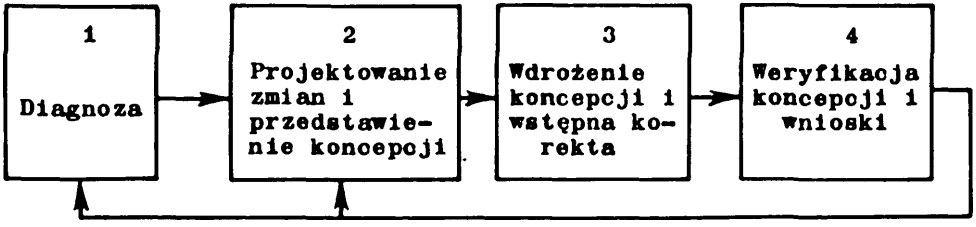
5.4. Na zakończenie rozdziału poświęconego modelom badań w dydaktyce matematyki należałoby ukazać postępowanie, w którym wystąpią prawie wszystkie wymienione przedtem etapy badań. Pedagogowie mówią nieraz o "procesie optymalizacji" jakiegoś oddziaływania dydaktycznego, myśląc o wieloetapowym postępowaniu bada-

wczym, zmierzającym do ciągłego doskonalenia działania, dla wywołania coraz lepszych efektów. Jakkolwiek zakres każdego tak pojętego doskonalenia jest ograniczony, to jednak rozumiemy, że w pewnych sytuacjach możemy być zainteresowani więcej niż jedną próbą wprowadzenia zmiennej i jej stopniowych modyfikacji do zorganizowanego nauczania-uczenia się i rejestrowania wyników odnoszących się do zmiennej zależnej.

Takie postępowanie mogłoby mieć miejsce w dydaktyce matematyki, gdy np. jesteśmy zainteresowani strukturą podręcznika, realizującego w danych warunkach /związanych ze specyfiką systemu nauczania, materiału nauczania i ucznia-użytkownika podręcznika/ możliwie najlepiej ustalone cele. Załóżmy, że badanie nie odnosi się do dokonywania zmian w konkretnym podręczniku, doskonalonym w kolejnych jego wydaniach, a dotyczy opisu elementów jego struktury i ich powiązań. Ten opis nazywamy umownie modelem podręcznika, a konkretny podręcznik egzemplifikacją tego modelu, czyli tzw. podręcznikiem modelowym. Modyfikowanie modelu przez przybliżanie go w coraz większym stopniu do tzw. "modelu optymalnego" stanowi "modelowanie". Jeżeli zamiast podręcznika rozważymy jakikolwiek inny środek, wykorzystywany w nauczaniu /np. teksty sterujące, przewodnik metodyczny dla nauczyciela, zeszyt do ćwiczeń dla ucznia, kartotekę zadań nietypowych do samodzielnej pracy ucznia/ lub cały układ "środków" /np. kompleksowe środki nowoczesnej technologii kształcenia ..., konkretnie opisaną koncepcję "układu" metod aktywizujących, "wyprawkę" ucznia uczącego się matematyki .../, wówczas podobnie do poprzedniego przykładu możemy planować badania "optymalizujące" pierwotną koncepcję działania innowacyjnego, przedstawioną w formie modelu opisowego lub dalszych jego modyfikacji.

Nie wnikając w szczegóły planu tak rozumianego badania optymalizacyjnego, przedstawimy w schemacie 2 bardzo ogólny plan tych badań.

Schemat 2
Główne etapy optymalizacji oddziaływania dydaktycznego



Badania rozpoczyna diagnoza stanu istniejącego. Trudno byłoby projektować zmiany, nie wiedząc, jak się odbywa proces dydaktyczny przy zastosowaniu tego, co mamy "optymalizować". Sformułowanie wniosków z badań diagnostycznych ułatwi poszukiwanie kierunków modyfikacji działania /zabiegów, środków, form/ i stanie się etapem przejścia do projektowania. Projektowanie wprowadza zmiany, które mają sprzyjać realizacji celów działania założonych przez badacza i kończy się konkretyzacją nowej koncepcji. Jej wdrożeniu do praktyki towarzyszy rejestracja trudności uczniów i zaobserwowanych efektów jakościowych oraz wstępna korekta planu i jej wykonanie. Najważniejszy etap stanowi ostateczna weryfikacja koncepcji /p. 5.3/, umożliwiająca formułowanie uzasadnionych wniosków, które mogą dotyczyć "nowej" diagnozy, albo projektowania uzupełnionej koncepcji dla dalszego wdrażania i weryfikowania. Schemat 2 ukazuje możliwe drogi postępowania optymalizacyjnego. Może być on wykorzystany w rozwiązywaniu prostego problemu badawczego, ale również w wieloetapowych badaniach kompleksowych.

ZAKOŃCZENIE

Przedstawiona rozprawa nie może pretendować do roli przewodnika do metodologii badań empirycznych dydaktyki matematyki. Należy się liczyć z tym, że pewne ustalenia teorii mogłyby być kwestionowane, gdyby do całej tej sprawy podeszło się z innego punktu widzenia, zaczynając poszukiwania od założenia specy-

fiocznych dla dydaktyki matematyki procedur badawczych i odcinając się w pewnym sensie od metodologii badań wypracowanych w innych naukach. W tej pracy zastosowano procedurę odwrotną, ukazując możliwości wykorzystania w naszych badaniach, a więc w badaniach nowej dyscypliny, uogólnienia doświadczeń prowadzonych poza tą dyscypliną.

Przyjęta droga prowadziłaby dalej w kierunku uściślenia opisanych planów badawczych, wskazania ewentualnych ich braków, a także wypracowania nowych nie stosowanych jeszcze schematów postępowania. Publikowane w przyszłości sprawozdania z przeprowadzanych badań empirycznych w dydaktyce matematyki powinny być na tyle wnikliwe, co nie znaczy obszerne, by mogły stanowić podstawę do szerokiej dyskusji związanej z dalszym doskonaleniem procedur badawczych.

Problem wskazany w tytule pracy należy rozumieć jako problem otwarty, a przedstawioną analizę jako wstęp do pracy nad ujednoliceniem istotnej terminologii i zakresu rozumienia podstawowych pojęć metodologii badań dydaktyki matematyki.

LITERATURA CYTOWANA

BRZEZIŃSKI, J.: Metody badań psychologicznych w zarysie, UAM Poznań 1975.

– : Struktura procesu badawczego w naukach behawioralnych, Warszawa 1976.

CLAUSS, G. E b n e r , H.: Podstawy statystyki dla psychologów, pedagogów i socjologów, PZWS, Warszawa 1972.

FREUND, J.: Podstawy nowoczesnej statystyki, PWE, Warszawa 1971.

GUIFORD, Podstawowe metody statystyczne w psychologii i pedagogice, PWN, Warszawa 1964.

MUSZYŃSKI, H.: Wstęp do metodologii pedagogiki, PWN, Warszawa 1971.

NIEMIERKO, B.: Testy osiągnięć szkolnych, WSiP, Warszawa 1975.

NOWAK, S.: Metody badań socjologicznych, PWN, Warszawa 1965.

– : Metodologia badań socjologicznych, PWN, Warszawa 1970.

PIETER, J.: Zarys metodologii pracy naukowej, Warszawa 1975.

PODGÓRECKI, A.: Charakterystyka nauk praktycznych, Warszawa 1962.
ZABOROWSKI, Z.: Wstęp do metodologii badań pedagogicznych, Wrocław 1973.
ZACZYŃSKI, W.: Praca badawcza nauczyciela, Warszawa 1976.
- : Rozwój metody eksperymentalnej i jej zastosowanie w dydaktyce, PWN, Warszawa 1967.
ZIEMSKI, O.: Problemy dobrej diagnozy, Warszawa 1973.

SELECTED PROBLEMS OF THE METHODOLOGY OF RESEARCH ON THE DIDACTICS OF MATHEMATICS

Summary

The aim of the present dissertation is initiation of studies on the search of theoretical foundations to conduct scientific investigations in the didactics of mathematics. General assumptions of methodology of scientific research were adopted, in particular those concerning pedagogical research, and the revision of usability of these ascertainments was made, with examples illustrating all the proposals of research in the didactics of mathematics. An emphasis was laid on the methods of solving didactic problems in empirical research; however, it was pointed out that there is a necessity of considering also theoretical problems solved in the investigations preceding the creation of a new conception, its implementation and verification.

An extensive chapter deals with characterization of research problems of the didactics of mathematics. The author presented here the suggestion to differentiate certain types of problems with respect to the kind of variable in a question, with respect to the goal of investigations and their content. The proposal is illustrated by means of the list of examples of the fundamental directions of research problems of the didactics of mathematics.

Formulation of detailed problems, correct from the point of view of methodology, is possible oftentimes only after the des-

cription of variables has been finished, and which as the phenomena occurring in the didactics are in various relations with each other and undergo both qualitative and quantitative changes. The author paid attention to two forms of defining the variables: 1° through establishing of certain categories for the variable, or 2° through establishing of a certain value for the measurement of the research phenomenon, which is connected with the problem of selection of coefficients for the variables which can neither be directly measured nor observed. An answer to the well formulated problem is the hypothesis as an assumption concerning the character and the direction of dependencies between the phenomena described in the variables.

A very important part of the work are the description and illustration of research methods, in other words, ways of looking for the answer to the posed problem. A particularly great amount of attention was devoted to the observation method, experimental method and the questionnaire, pointing to the possibilities of their application and establishing the conditions of constructing accurate and reliable research tools.

In the last chapter of the work the author considered in turn three models of investigations in the didactics of mathematics: /1/ model of diagnostic research, /2/ model of projecting research, /3/ model of verifying research, presenting plans of research and interpretation of particular stages. The last example is concerned with the research problem which may be solved in a multistage research procedure, aiming at the continuous improvement of action to bring out better and better results.

The problem pointed out in the title of the work should be understood as an open problem, and the presented proposal should be understood as an advance towards the work on the standarization of important terminology and the scope of understanding the fundamental concepts of the methodology of research on the didactics of mathematics.

oription of variables has been finished, and which as the phenomena occurring in the didactics are in various relations with each other and undergo both qualitative and quantitative changes. The author paid attention to two forms of defining the variables: 1° through establishing of certain categories for the variable, or 2° through establishing of a certain value for the measurement of the research phenomenon, which is connected with the problem of selection of coefficients for the variables which can neither be directly measured nor observed. An answer to the well formulated problem is the hypothesis as an assumption concerning the character and the direction of dependencies between the phenomena described in the variables.

A very important part of the work are the description and illustration of research methods, in other words, ways of looking for the answer to the posed problem. A particularly great amount of attention was devoted to the observation method, experimental method and the questionnaire, pointing to the possibilities of their application and establishing the conditions of constructing accurate and reliable research tools.

In the last chapter of the work the author considered in turn three models of investigations in the didactics of mathematics: /1/ model of diagnostic research, /2/ model of projecting research, /3/ model of verifying research, presenting plans of research and interpretation of particular stages. The last example is concerned with the research problem which may be solved in a multistage research procedure, aiming at the continuous improvement of action to bring out better and better results.

The problem pointed out in the title of the work should be understood as an open problem, and the presented proposal should be understood as an advance towards the work on the standarization of important terminology and the scope of understanding the fundamental concepts of the methodology of research on the didactics of mathematics.