ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria V: DYDAKTYKA MATEMATYKI 11 (1989)

GEORGE BOOKER
Mount Gravat - Australia

ROLA BŁĘDÓW W KONSTRUKCJI MATEMATYCZNEJ WIEDZY

Rozpoznanie i identyfikacja błędów popełnianych przez dzieci w matematyce zadecydowały o rozwoju rozumienia procesu uczenia się matematyki. Analiza tych błędów pokazuje, jak ci, którzy się uczą, konstruują swoją własną matematykę, w miarę jak uogólniają sensownie, lecz niewłaściwie swoją poprzednią wiedzę. Dzieci nie popełniają bezmyślnie błędów w matematyce; one albo wierzą, że to, co robią, jest właściwe, albo nie są pewne w ogóle tego, co robią. W konsekwencji ich błędy ujawniają trudność znajdującą się u podstaw albo uczenia się określonych treści matematycznych, albo samego procesu uczenia się.

Tylko mała część popełniających błędy w matematyce, wskazuje na ogólne problemy i specyficzne zaburzenia w uczeniu się. Ich trudności pochodzą z pewnej wewnętrznej dysfunkcji. Słaby uczeń ma niższą zdolność do uczenia się niż przeciętny, podczas gdy ucznia z zaburzeniami w uczeniu się cechuje słabość percepcyjna lub neurologiczna, która przeszkadza mu w wykorzystaniu wszystkich jego zdolności w procesie uczenia się matematyki. W obu tych ostatnich przypadkach nauczyciel nie może kontrolować trudności, które z tych zaburzeń wynikają, pozostaje tylko możliwość modyfikowania kształcenia dla skompensowania tego niedostosowania.

Trudności, które nie są wynikami zaburzeń w uczeniu się, wymagają raczej specyficznego traktowania niż kompensaty. Jeżeli wykluczymy błędy, które wynikają z niewystarczającego wyjaśnienia pewnego szczególnego procesu lub idei abstrakcyjnej, to błędy w matematyce mogą być systematyczne, przypadkowe lub wynikające z nieuwagi. Te ostatnie błędy mają tendencję do występowania u dzieci okazyjnie i nie powtarzają się w podobnych sytuacjach. Przypadkowe błędy są trudne do wyjaśnienia jako, że mogą się często zdarzać bez określonego wzorca, wydają się raczej być spowodowane czynnikami właściwymi dla danego dziecka lub daną sytuacją nauczania, niż jakimiś czynnikami matematycznymi. Błędy popełniane przez dzieci w matematyce są częściej systematyczne, ujawniające jednolity, zwarty wzór, który wskazuje, że pewne szczególne sposoby myślenia są zakorzenione u ucznia. Gdy systematyczny błąd został zidentyfikowany, należy tak określić przyczynę tego błędu, aby można było zalecić jego naprawienie. Tymczasem wcale nie jest łatwo poprawić nawyki myślenia znajdujące się u podstaw niewłaściwych procedur lub fałszywej wiedzy. Dziecko umocniło się w przekonaniu, że jego metoda rozwiązania problemu lub wykonania ćwiczenia jest odpowiednia. Przed zaniechaniem przez nie tej metody powinno się je przekonać, że nie jest wystarczająca, choćby opierała się na pewnych (błędnych) koncepcjach matematycznych lub logicznych pozornie sensownych lub choćby możliwych w przekonaniu dziecka do przyjęcia.

Według pewnej koncepcji konstruktywizmu, jako paradygmatu dla rozwoju wiedzy matematycznej, zadaniem nauczyciela jest dostarczanie dzieciom dokładnie w odpowiednim czasie doświadczeń, które doprowadzą je do zrozumienia pojęć i procedur (Cobb, P. 1986). W pierwszych analizach błędów dostrzeżono źródło przekonań głęboko zakotwiczonych, na których opierają się błędne procedury, w niespójności typu, sytuacji i czasu tych doświadczeń. Niestety, wiele z tych błędnych przekonań ma swoje podstawy w matematyce, która jest nauczana, inne w sposobach, którymi jest nauczana, a wiele w niezgodnościach między różnymi aspektami matematyki już wyuczonej. Określanie dzieci, które często popełniają błędy w matematyce, jako mające „trudności w uczeniu się", wnosi niewiele do sprawy usunięcia ich trudności. W rzeczywistości często doprowadza to do zaciemnienia tego, co należy zrobić, bo skłania nauczyciela do poprawienia błędu przez zastąpienie procedur nieodpowiednich, procedurami które są w jego mniemaniu odpowiednie. Wiąże się to z ryzykiem ich uzależnienia od kontekstu, od sytuacji lub od samego nauczyciela i ograniczenia tego zabiegu tylko do szczególnej sytuacji. Pogłębione badania prowadzone z dziećmi należącymi do grupy dzieci mających trudności w matematyce (Booker 1982) doprowadziły do szerszej oceny źródeł tych błędnych procedur i wiedzy i do bardziej użytecznego poglądu na naturę dziecka popełniającego błędy w swojej matematyce. Pozwoliły one także na wyjaśnienie podejścia możliwego do stosowania dla poprawy tych błędów i planowania programów, które mogłyby w pierwszym rzędzie zapobiegać takim trudnościom.

Źródłem wielu trudności są wyraźne braki w przyswojeniu matematycznych procedur i sprawności, ale mówiąc to trzeba naprawdę zaakcentować sprawę odpowiedniej wiedzy. Matematyka ma strukturę, która wiąże razem wiele pojęć. Chociaż można uczyć pewnych aspektów matematyki bez odnoszenia się do tej struktury, wiele pojęć dziecko musi najpierw zrozumieć, zanim można wprowadzić nowe wiadomości. Błędy wynikają raczej z braku rozumienia znaczenia liczby i operacji niż z wadliwego zastosowania algorytmu. Rozumienie liczb i w szczególności systemu numeracji, decyduje o znaczeniu i rozpoznaniu wielkich liczb i ułamków dziesiętnych. Jest ono samo w sobie ważne, aby porozumienie między dzieckiem a ideami matematycznymi było efektywne. Rozumienie wielu innych matematycznych pojęć zależy od rozumienia numeracji. Jeżeli chcemy, aby nauczanie tych pojęć odbywało się bez zamieszania trzeba,aby idee numeracji były dobrze sprecyzowane. Udowodniono rzeczywiście, że złe koncepcje i braki w rozumieniu liczb reprezentują istotne źródła trudności napotykanych przez dzieci w arytmetyce. Dziecięce błędy mogą objawiać się w dodawaniu, odejmowaniu, mnożeniu lub dzieleniu lub w ułamkach dziesiętnych, lecz rzeczywiste źródła trudności często leżą w nieodpowiednim rozumieniu numeracji. Brak wstępnego poziomu sprawności takich jak przegrupowywanie i rozwój rozumienia sensu numeracji, niewystarczający dla radzenia sobie z liczbami zagmatwanymi zerami, powoduje trudności w uczeniu się algorytmów i prowadzi do błędów w rachunkach. Również istotne jest rozumienie pojęć operacji. Umiejętność przypominania sobie podstawowych faktów, dobre opanowanie algorytmów i zdolność do rozwiązywania problemów wymagają, aby dziecko wiedziało to, co należy zrobić, kiedy spotka „znak mnożenia" lub „znak dzielenia" lub rzeczywistą sytuację, w której występuje jedna lub więcej operacji. Podobnie użycie niewydajnych lub nieodpowiednich strategii dla kombinowania podstawowych faktów, wtedy gdy mocne strategie jakkolwiek proste i naturalne, są dostępne, także ogranicza zdolność do użycia lub stosowania matematycznych procedur.

Można by uważać, że przyczyną wielu błędów matematycznych jest brak sprawności lub rozumienia, które powinny były być wcześniej opanowane, jednak analiza błędów tych pokazuje, że źródło ich powstania nie tyle tkwi w dziecku, co w sposobach wprowadzania dziecka w matematykę. Są to nie tyle trudności w uczeniu się matematyki, co trudności nabyte. Niezgodność między już zdobytą a nową wiedzą spowodowała więcej trudności w matematyce niż jakikolwiek inny pojedynczy czynnik, przyczyniający się do nieporozumień w wielu aspektach przedmiotu. Pewne z tych niezgodności tkwią w matematycznych pojęciach lub symbolice; na przykład w zapisywaniu i czytaniu liczb zawierających dziesiątki, włączając liczby takie jak 419, liczby z zerami takie jak 3007 i sposoby zapisywania ułamków zwykłych. Inne przejawiają się wtedy, kiedy zmienia się sposób czytania różnych algorytmów, przegrupowuje zapisane cyfry, albo zmienia porządek, w którym kombinuje się podprocedury. Chociaż takie niezgodności mogą wydawać się mało znaczące, i w istocie rzeczy nawet nie zauważane przez początkującego nauczyciela, mogą one okazać się ogromnymi przeszkodami dla dziecka. Ażeby tego uniknąć, należy dbać o to, ażeby uzgodnić idee i sposób uczenia się z materiałem, który już był wprowadzony, z pojęciami, które zostały już opanowane.

Dodatkowe źródła błędów leżą w abstrakcji matematyki samej w sobie. Na przykład, podczas, gdy dodawanie, odejmowanie i dzielenie mają podstawę naturalną w doświadczeniach dziecka, mnożenie jest abstrahowane z dodawania bez odwołania się do odpowiedniej specyficznej sytuacji, co prowadzi do trudności rozróżniania tych dwóch pojęć. Systemy symbolizacji i kodyfikacji matematyki kształtują to, co z wielu punktów widzenia jest nowym językiem, umożliwiającym zwięzłą reprezentację wielu pojęć i procesów. Interpretowanie tych symbolicznych wypowiedzi wymaga rozumienia na poziomie abstrakcji. Jeśli pewne szczególne pojęcie jest wprowadzane za szybko na tym poziomie symbolicznej reprezentacji, nowe pojęcia, które zależą od rozumienia tego pierwszego, są niepewnie opanowywane.

Często trudność abstrahowania jest związana z poziomem dojrzałości dziecka. U dzieci tego samego wieku pojęcia nie kształtują się w ten sam sposób i dzieci nie są w tym samym stopniu zdolne do powiązania różnych pojęć i procedur lub do ich interpretowania. Chociaż można by było łatwo określić osobowości, które nie osiągają stadium formalnego myślenia, jako mające specyficzne trudności w uczeniu się, tak nie jest. Jeżeli przystępujemy za szybko do reprezentacji w abstrakcyjnych formach, powodujemy powstawanie trudności w matematyce; wtedy w większości przypadków są to trudności nabyte.

Podkreśliliśmy już, że język matematyki jest możliwym źródłem błędów popełnianych przez dzieci w matematyce. Jest on użyteczny w porozumiewaniu się i wyrażaniu idei, wynika stąd, że należy nauczyć się jednoznacznej terminologii. Słowa i zwroty, które są wspólne także i dla innych dziedzin, muszą być także rozumiane w matematycznym kontekście, jeśli chcemy, aby następowało znaczące porozumienie. Co ważniejsze, używa się języka dla kierowania uczeniem w wykonywaniu pewnych zadań i stosowania różnych procedur. Język, który kieruje realizacją algorytmów, różni się od języka związanego z pojęciem. W pierwszym przypadku powinien on kierować sensem, który jest dostosowany do procesu matematycznego, tak jak recepta, którą należy realizować i której etapy realizacji łatwo zapamiętać. Rola języka, który kieruje myślą ucznia i doprowadza do podjęcia decyzji jest kluczowa.

Gdy istotny związek między wstępnymi pojęciami i znaczącym językiem przy wykonywaniu procedury matematycznej jest oparty na użyciu materiałów lub modeli dla liczb i procesów, te materiały mogą także przyczyniać się do powstawania nabytych trudności. Po pierwsze mogą one prowokować wiele nieporozumień u dziecka. Chociaż materiały te mogłyby konkretnie reprezentować pojęcia matematyczne, to ta reprezentacja może mieć poziom zbyt abstrakcyjny dla dziecka. Na przykład użycie liczydła dla reprezentacji wartości pozycyjnej lub koloru dla reprezentowania liczb wymaga wyższego poziomu rozumienia niż ten, który jest związany z żetonami, patyczkami lub materiałem o podstawie dziesięć. W innych przypadkach reprezentacja może być jasna, lecz sam materiał może prowadzić do błędu lub zamieszania. Wiele zastosowań osi liczbowej lub tablicy setek jest tej kategorii.

Druga potencjalna trudność związana z materiałem lub modelami może polegać na braku specyficznych wskazówek w ich użyciu. Bez wskazówek manipulacja może prowadzić do nieefektywnych strategii. Przy dodawaniu materiały mogą utrwalić u dzieci proces „od lewej strony do prawej". Ponieważ użycie materiału do zilustrowania odejmowania następuje po wprowadzeniu dodawania, może on powodować raczej proces porównania niż procedurę algorytmiczną. Podobnie, materiały stanowią niewielką pomoc w sugerowaniu dziecku, jak ono może manipulować, aby wykonać dzielenie 3294 przez 5.

Oczywiście materiały są bardzo ważne, aby w nauczaniu matematyki uprzedzić trudności nabyte, ale stosowanie ich z nieodpowiednimi wskazówkami lub bez znaczącego języka, może przyczynić się do rozwoju błędów w matematyce dzieci. Trudności nabyte, o których już mówiliśmy, wskazują, w jakim stopniu proces nauczania może bezpośrednio i nieumyślnie przyczynić się do powstawania błędów w matematyce. Rozwój technik nauczania, które poprawiają te błędy po ich ukazaniu się jest konieczny, lecz to, co jest najistotniejsze, to poprawa programów nauczania, którym jest podporządkowywane nauczanie dzieci. W szczególności jest ważne, aby matematyka była rozpatrywana nie jako ciąg etapów i izolowanych części informacji przeznaczonych do nauczenia się, ani jako abstrakcyjny system symboli, lecz jako sposób myślenia, który powinien być stopniowo opanowywany. Uznanie podstawowej i indywidualnej roli uczącego się w konstrukcji własnych wiadomości jest koncepcyjnym imperatywem.

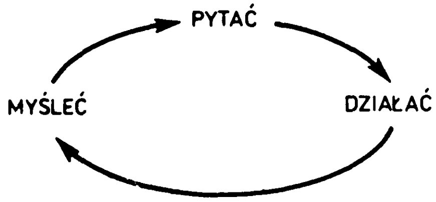
Niemniej jednak zawsze będą programy, które nie będą prowadzić dzieci do odpowiedniej konstrukcji matematycznego rozumienia i sprawności; programy, które wprowadzają w nieodpowiednim dla dzieci czasie nowe pojęcia i procedury lub sprawiają, że są dzieci, których pozbawi się istotnych i znaczących części struktury matematycznej wiedzy. W tych przypadkach można zastosować dwa sposoby nauczania wynikające z analizy błędów matematycznych dzieci; po pierwsze zidentyfikować przyczynę, a nie tylko typ błędu i po drugie położyć akcent na rozpoznanie przez dzieci własnych błędów, tak aby raczej wykorzenić niepoprawną procedurę niż po prostu ją zastąpić przez inną nawet poprawną.

Identyfikowanie przyczyny błędu jest konieczne, jeżeli chcemy, aby usunięcie trudności nastąpiło w odpowiednim punkcie; zogniskować je należy tam, gdzie wiedza jest pewna, a nie koncentrować uwagi na miejscu, gdzie trudność się pojawia. Jeśli nauczanie jest troskliwie stopniowane tak, ażeby nie było za dużych skoków lub luk, poprawa specyficznego błędu prawie nie jest zauważona przez dziecko, zwłaszcza że zrozumienie pojawia się tam, gdzie były braki. Takie nauczanie powinno także dążyć do redukcji abstrakcji u dziecka, mającego tendencję do manipulowania symbolami raczej niż matematyką, która stanowi ich podstawę, i zwrócić uwagę na język matematyki. Wtedy matematyka może być ujmowana jako język, który rozwija się w toku własnych doświadczeń dzieci, wyrażonych najpierw w ich języku przed przetłumaczeniem na język formalny, gdzie symbole stanowią skrócony język. Stałe użycie konkretnych materiałów pomaga także w rozwoju tego rozumienia, dostarczając wizualizacji liczb i procesów i dopuszczając znaczące przejście do kodyfikacji kształtów. Język, który umożliwia zajmowanie się matematyką, wyrasta z konkretnego użycia materiałów, szczególne wskazówki są tak sformułowane, aby zwrócić uwagę dziecka na kluczowe aspekty algorytmów. Ażeby uniknąć tych aspektów matematyki, które tworzą zamieszanie i są źródłem błędów, pierwsze metody stosowane w operacjach i bardziej złożonych procedurach powinny dopuszczać znaczące interpretacje i stanowić, jeżeli to możliwe, końcową formę procedury.

Doprowadzenie dzieci do umiejętności postrzegania własnych błędów wymaga ciągłego kontrolowania ich postępów tak, aby móc wywołać konflikt między metodą lub myśleniem dziecka a zamierzonym procesem zawsze wtedy, gdy pojawia się błąd lub fałszywa koncepcja. Materiały mogą odegrać w tym przypadku bardzo ważną rolę, ujawniając różnice między tym, co dziecko przewiduje a tym, co rzeczywiście widzi. Pozytywne są takie kontrprzykłady, które ujawniają, że przewidywania dziecka są w sprzeczności z rezultatem otrzymanym przez jego własne metody. Być może jednak szacowanie jest najlepszym sposobem powstania konfliktu między idiosynkratyczną metodą dziecka i realistycznym oczekiwaniem tego, jaki powinien być wynik. Jednakże zdolność oceniania odpowiedzi nie jest sprawnością łatwą do osiągnięcia, ani intuicja, kiedy oszacowanie jest dobre. Z wielu punktów widzenia jest to równie trudne, jak opanowanie procedury lub wiedzy, z którą to procedurą jest związana. Z powodu strukturalnej natury dużej części matematyki, rola nauczyciela jako przewodnika ucznia w konstruowaniu jego wiedzy jest kluczowa. Aby pokonać trudności w miarę, jak one narastają zamiast je leczyć, gdy już się mocno utrwaliły, użyteczne jest postępowanie według pewnego cyklu analizy błędów i konfliktów poznawczych uzyskanych na podstawie obserwacji dzieci, które mają te „nabyte trudności" (Booker G., 1986), tzn.:

1. Identyfikować strategię dziecka.
2. Wyznaczać źródła trudności dziecka.
3. Prowadzić dziecko do uświadomienia sobie nieadekwatności jego strategii.
4. Pokazać dziecku właściwą strategię lub doprowadzić je do niej.
5. Dostarczyć sposobności do praktyki potrzebnej do uogólnienia strategii na bardziej złożone sytuacje.

Idea doprowadzenia dzieci do konstrukcji matematycznej wiedzy przez dostarczanie im odpowiednich doświadczeń, materiałów, języka i symboliki właśnie w odpowiednim czasie, jest koncepcją niezwykle efektywną. Wydaje się jednak bardziej odpowiadać rozwojowi rutynowych sprawności takich, jak umiejętności rachunkowe lub automatyczne zastosowanie tych umiejętności, niż do skomplikowanych interakcji tych sprawności, do rozumienia, do wiedzy interweniującej w rozwiązywaniu problemów i do innych procesów wyższego poziomu. Wydaje się, że dla tych ostatnich należałoby odwoływać się do bardziej radykalnych pojęć konstruktywizmu: rola nauczyciela staje się w mniejszym stopniu rolą przewodnika niż rolą tego, który słucha dzieci, akceptuje to, co one mówią i asystuje przy tym, co one czynią, w atmosferze uczuciowego bezpieczeństwa (Labinowicz, 1985). Dla dzieci matematyka w istocie staje się mniej sprawą pewności, bardziej sprawą próby. Źródło autorytetu przenosi się z nauczyciela na ucznia, w ten sposób, że nauczanie na tych wyższych poziomach kładzie nacisk na „tworzenie i promowanie adekwatnych i efektywnych konstrukcji" (Confrey, J. 1983). Oczywiście taka koncepcja nauczania będzie prowadzić dziecko do popełniania wielu błędów, lecz będą one teraz uważane za istotną część procesu uczenia się. Już nie jako coś, co ma być kierowane, lecz jako pewna sprawa do konfrontowania, do dyskutowania, uzgodnienia. Według tej koncepcji uczenia się matematyki podejście przez rozwiązywanie problemów wydaje się szczególnie właściwe dla wykształcenia sprawności, rozumienia i procedur. Jednym z sposobów takiego podejścia jest dostarczenie cyklu pytań, które pozwalają dziecku stawiać hipotezy, weryfikować je, choćby próbnie i oceniać ich efektywność w nasuwającej się sytuacji (Barry, el al, 1986).



Badanie roli, jaką błędy odgrywają w rozwoju naszego rozumienia tego, w jaki sposób matematyki powinno się uczyć, doprowadziły do perspektywy konstruktywizmu. Błędy popełniane przez dzieci w matematyce są najczęściej systematyczne, ujawniające zdolność dzieci do budowania ich własnej matematyki wbrew metodom i pojęciom, które zamierza się im przekazać. To nie jest naprawdę zadziwiające, ponieważ wiedza jest w różnym stopniu zawsze osobista zależna od indywidualnych doświadczeń i percepcji. Dalej posunięta analiza ujawnia, że część z tego, co jest uważane za nauczanie matematyki, można by lepiej opisać, jako transmisję rytualnych manipulacji symbolami bez znaczenia (Davis, 1987). Inne błędy wynikają z samej natury matematyki, z niezgodności między sposobem opisywania, kodyfikowania i symbolizowania i z niezdolności uczącego się do opanowania nierozłącznej z tym abstrakcji. Te błędy można najlepiej określić jako błędy nabyte. Nauczyciel rozumiejący naturę matematyki i dziecięce fałszywe koncepcje może traktować program matematyki tak, aby zapobiegać lub zminimalizować ich występowanie, lub może przygotowywać dziecko do ich pokonania. Ponieważ nauczanie matematyki, do którego to się stosuje, dotyczy w części rozwoju proceduralnych sprawności w matematyce, można sądzić, że ta wiedza o uczeniu się i nauczaniu matematyki może doprowadzić do automatyzacji podstawowych rozumień i procesów. Rzeczywista matematyka potem może być rekonstruowana w sposób znaczący przez każdego uczącego się pod warunkiem, że zostawia się mu możliwość używania i stosowania jego własnej matematyki.

W każdym razie, kiedy badamy to, co osiągnięto na wyższych poziomach matematyki, dla których procesy i pojęcia stanowią podstawowe treści, nasuwa się potrzeba zaapelowania do bardziej radykalnej wizji konstruktywizmu. Uczenie się jest procesem rozwiązywania problemów, w którym uczeń dąży do pokonania pojawiających się przeszkód lub sprzeczności. To umożliwia nie tylko to, że matematyka, która jest w ten sposób skonstruowana, staje się własnością tego, kto się uczy, ale także pozwala otworzyć dojście do wiedzy i sprawności, dla użycia ich w sposób twórczy, w celu uzyskania tego, co jest nieznane, lecz pożądane.

Zrozumienie tego, jak błędy powstają i jak mogą być pokonane na najprostszym poziomie konstrukcji fundamentalnych procedur, jest bezcenne zarówno dla nauczyciela jak i dla ucznia, bo umożliwia opanowanie procedur wyższego poziomu. Błędy stanowią nieuniknioną stronę takiego uczenia się, uczący się potrzebuje rozwoju autonomii w rozwiązywaniu konfliktów poznawczych, do których te błędy prowadzą.

Z angielskiego tłumaczyła M. Ćwik

Literatura

Barry, B., Booker, G., Perry, B. and Siemon D., 1983-1987, H.B.J. Mathematics Series. Sydney: Harcourt Brace Jovanowich (Australia).

Booker, G., 1986, Teaching Number: Operations Brisbane: Brisbane College of Advanced Education.

Booker, G., Irons, C., Jones, G. and Reuille, R., 1982, Correcting and Preventing Learned Disabilities in Primary School Mathematics. Brisbane: Brisbane College of Advanced Education.

Biggs, J.B. and Collis, K.F., 1982, Evaluating the Quality of Learning: The Solo Taxonomy New York: Academic Press.

Cobb, P., 1983, „Making Mathematics: Children's learning and the constuctivist tradition" Harvard Educational Review, 56(3), 301-206.

Confrey, J., 1983, „Implications for teaching from the research on misconceptions" in H. Helm and J.D. Novak (Eds) Proceedings of the international seminar on misconceptions in science and mathematics. Ithaca, New York: Cornell University, 21-31.

Davis, R., 1987. Keynote address to the 10-th Annual Conference of the Mathematics Education Group of Australasia, James Cook University Townsvill, Australia.

Del Campo, G. and Clements, M.A., 1987, „Children hearing, watching, reading, writing, talking, drawing, imagining, acting out, practising and creating mathematics". Paper Presented at the 10th Annual Conference of the Mathematics Education Group of Australasia, James Cook University, Townsville, Australia.

Labinowicz, E., 1985, Learning from children. Menlo Park, California: Addison-Wesley.

THE ROLE OF ERRORS IN THE CONSTRUCTION OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE

Summary

Learning mathematics is ultimately the responsibility of the individual learner; children should be encouraged to formulate and test conjectures so as to form or accept the generalisations which constitute mathematics. Such risk-taking will inevitably give rise to errors, but these should be seen as temporary obstacles to the development of meaningful knowledge. Children who are encouraged to construct mathematics in this way come to own what they have constructed, viewing their mathematics as something which is cohesive and powerful.