A. ROMEJKO (Wrocław)

PORÓWNYWANIE DWÓCH PARTII TOWARU

Wstęp. Przy odbiorze towaru spotykamy zagadnienie porównywania dwóch partii. Wynikiem porównania powinno być ustalenie, czy partie mają taką samą jakość czy też nie.

W pracy tej podam dokładny sposób porównywania partii towaru ciągłego. Przez towar *ciągły* rozumie się takie towary, jak kable, role papieru, sukno itp. Porównywanie dwóch partii towaru ciągłego będzie się odbywać na podstawie ilości wad, które pojawiają się w próbkach pobranych z tych partii. Wadami takiego towaru mogą być plamy na suknie, brak w niektórych miejscach izolacji na kablu itp. Za jakość będziemy uważali w tym przypadku przeciętną liczbę wad na jednostce długości. Przyjmuję, że liczba wad występująca w towarze ma rozkład Poissona, co w wielu przypadkach dobrze zgadza się z doświadczeniem.

Porównywanie dwóch partii towaru. Mamy dwie partie towaru I i II. Chcemy porównać partię II z I i orzec, czy jest ona lepsza, taka sama jak I czy też gorsza. Partie te będziemy porównywać na podstawie ilości wad, które pojawiają się w próbkach pobranych z partii I i II. Próbki te muszą być równe, tzn. powinna być pobrana jednakowa ilość metrów z partii I i II. Ilość metrów nie będzie ustalona z góry.

Postępowanie. Zakładamy, że partie są nieograniczone co do długości. Długość będziemy określać za pomocą zmiennej rzeczywistej $t \geqslant 0$. Można ją interpretować jako czas. W dalszych rozważaniach będziemy używać t jako czasu (czyli zamiast mówić o długości będziemy mówili o czasie).

Z góry ustalamy ilość wad, które mają się pojawić w partii I. Oznaczmy tę ilość przez n. Teraz pobieramy próbki w następujący sposób: od dowolnej chwili t_0 (będziemy w dalszym ciągu pracy zakładali $t_0 = 0$, co nie uszczupli ogólności rozważań) zaczynamy liczyć wady w partii I i II. Niech to np. będą role papieru, z których odwijają się wstęgi i przesuwają przed nami ze stałą i równą prędkością. Z chwilą gdy w partii I pojawi się n-ta wada — oznaczmy tę chwilę przez t — natychmiast przerywamy liczenie wad w partii I i II. Przypuśćmy, że w próbce pobranej z partii II pojawiło się m wad.

Liczenie wad można rozłożyć na k aktów, np. wybierając momenty według tablicy liczb przetasowanych. Ustalmy $k = n$. Wtedy zaczynamy badać w chwili t_0^1 i obserwujemy odcinek czasu do pojawienia się pierwszej wady w partii I — wówczas przerywamy badanie i notujemy liczbę m_1 wad w partii II. Następnie losujemy chwilę t_1^2 i znów powtarzamy taki sam zabieg, który da m_2, itd., aż do n-tego aktu, który da m_n; wówczas jest $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$. Można ułożyć badanie np. co 10 minut, co godzinę itp.

Będziemy weryfikowali hipotezę H_0: obie partie mają tę samą jakość a. Wartość a jest nieznana i nie interesuje nas. Przy założeniu hipotezy H_0 pytamy, jakie jest prawdopodobieństwo pojawienia się dokładnie m wad w partii II, jeśli w partii I pojawiło się n wad (n-ta wada pojawiła się w chwili t)?

Można wyrachować prawdopodobieństwo warunkowe pojawienia się m wad w partii II, jeśli n-ta wada w partii I pojawiła się w chwili t. To prawdopodobieństwo jest równe

$$\mathrm{P}(m|t) = \frac{(at)^m}{m!} e^{-at}. \tag{1}$$

Byłoby to nawet odpowiedzią na wyżej postawione pytanie, gdybyśmy znali a i gdyby n-ta wada pojawiała się stale w ustalonej chwili t. Ponieważ jednak wady pojawiają się przypadkowo, więc n-ta wada w różnych partiach należących do tej samej populacji (co partia I) będzie pojawiać się w różnych chwilach t, zatem t jest zmienną losową. Nam zaś chodzi o to, żeby prawdopodobieństwo przy ustalonym n zależało tylko od m.

DEFINICJA. *Zmienna losowa* t_n jest to moment pojawienia się n-tej wady (wskaźnik n przy t oznacza, że w chwili t ma pojawić się n-ta wada).

Jeśli założymy, że zmienna losowa t_n ma gęstość prawdopodobieństwa równą $f_n(t)$, to prawdopodobieństwo $P_n(m)$ pojawienia się m wad w partii II, jeśli w partii I pojawiło się n wad (n-ta wada pojawiła się w chwili t), można obliczyć z wzoru na prawdopodobieństwo zupełne:

$$\mathrm{P}_n(m) = \int_0^\infty \mathrm{P}(m|t) f_n(t)\, dt. \tag{2}$$

Trzeba znaleźć gęstość prawdopodobieństwa $f_n(t)$.

Gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej t_1 (zmienna losowa t_1 jest to moment pojawienia się pierwszej wady). Określmy zdarzenie $(t_1 > t)$ — gdzie $t \geqslant 0$ jest zmienną rzeczywistą — które oznacza, że w przedziale $\langle 0, t\rangle$ nie pojawiła się żadna wada. Można wyrachować prawdopodobieństwo tego zdarzenia, które będzie równe

$$\mathrm{P}(t_1 > t) = \mathrm{P}(0|t) = e^{-at}.$$

Dystrybuanta zmiennej losowej t_1 będzie postaci

$$P_1(t_1 < t) = 1 - P(t_1 > t) = 1 - e^{-at},$$

a gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej t_1

$$f_1(t) = \frac{dP_1(t_1 < t)}{dt} = ae^{-at}. \tag{3}$$

Funkcja $f_1(t)$ jest gęstością prawdopodobieństwa, gdyż:

1) jest funkcją nieujemną ($a > 0$),

2) całka z $f_1(t)$ w przedziale $\langle 0, \infty)$ (w którym $f_1(t)$ jest określona) jest równa 1,

a takie tylko warunki musi spełniać funkcja, która jest gęstością prawdopodobieństwa.

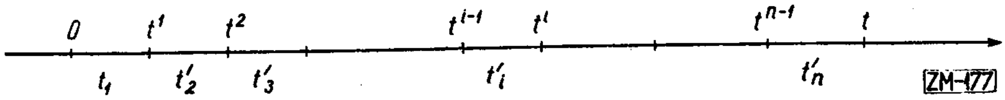
Gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej t_n. Określmy ciąg zmiennych losowych:

t_1 — moment pojawienia się pierwszej wady od chwili $t_0 = 0$;

t'_2 — moment pojawienia się pierwszej wady (kolejno drugiej) od chwili t^1, jeśli zmienna losowa t_1 przybrała wartość t^1 (t^1 jest zmienną rzeczywistą $\geqslant 0$);

t'_i — moment pojawienia się pierwszej wady (kolejno i-tej licząc od chwili $t_0 = 0$) od chwili t^{i-1}, jeśli zmienna losowa t'_{i-1} przybrała wartość t^{i-1} ($i = 1, 2, \ldots, n$);

t'_n — moment pojawienia się pierwszej wady od chwili t^{n-1}, jeśli zmienna losowa t'_{n-1} przybrała wartość t^{n-1};



Zmienne losowe $t_1, t'_2, \ldots, t'_i, \ldots, t'_n$ są niezależne, gdyż wady pojawiają się losowo i niezależnie od siebie, oraz mają ten sam rozkład, co zmienna losowa t_1. Wynika to z definicji zmiennych losowych t'_i.

Zmienną losową t_n można będzie przedstawić jako sumę n zmiennych losowych niezależnych o tym samym rozkładzie:

$$t_n = t_1 + t'_2 + \ldots + t'_n. \tag{4}$$

Gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej t_n znajdziemy korzystając ze znanych własności funkcji charakterystycznych. Przytaczamy

TWIERDZENIE 1. *Jeśli zmienna losowa Z jest sumą zmiennych losowych niezależnych, $Z = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$, a $H(u)$ i $H_k(u)$ ($k = 1, 2, \ldots, n$)*

oznaczają odpowiednio funkcje charakterystyczne zmiennych losowych Z i X_k, to

$$H(u) = H_1(u)H_2'(u)\dots H_n(u).$$

Trzeba znaleźć funkcję charakterystyczną zmiennej losowej t_1. Otrzymujemy

$$H_1(u) = \int_0^\infty e^{iut} a e^{-at} dt = \int_0^\infty a e^{-t(a-iu)} dt = \frac{a}{a-iu} = \frac{1}{1-iu/a}. \tag{5}$$

Rozkład gamma. Gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej o rozkładzie gamma jest określona w następujący sposób:

$$f_g(t) = \frac{b^p}{\Gamma(p)} t^{p-1} e^{-bt}, \tag{6}$$

gdzie

$$\Gamma(p) = \int_0^\infty t^{p-1} e^{-t} dt \tag{7}$$

oraz $p > 0$ i $b > 0$ są parametrami tego rozkładu.

Funkcja charakterystyczna rozkładu gamma jest postaci

$$H_g(u) = \frac{1}{(1-iu/b)^p}. \tag{8}$$

Porównując funkcje charakterystyczne (8) i (5) widzimy, że (5) jest funkcją charakterystyczną rozkładu gamma o parametrach $p = 1$, $b = a$. Stąd wniosek, że zmienna losowa t_1 ma rozkład gamma.

Na podstawie twierdzenia 1 funkcja charakterystyczna zmiennej losowej t_n ma postać

$$H_n(u) = \big(H(u)\big)^n = \frac{1}{(1-iu/a)^n}. \tag{9}$$

Porównując wyrażenia (8) i (9) widzimy, że (9) jest funkcją charakterystyczną rozkładu gamma o parametrach $p = n$, $b = a$, a więc zmienna losowa t_n ma rozkład gamma. Gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej t_n jest postaci

$$f_n(t) = \frac{a^n}{\Gamma(n)} t^{n-1} e^{-at}. \tag{10}$$

Mając gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej t_n można wyrachować wyrażenie (2). Wstawmy (1) i (10) do (2) i obliczmy $\mathrm{P}_n(m)$; otrzymamy

$$\mathrm{P}_n(m) = \int_0^\infty \frac{(at)^m}{m!} e^{-at} \frac{a^n}{\Gamma(n)} t^{n-1} e^{-at} dt = \frac{a}{m!\,\Gamma(n)} \int_0^\infty (at)^{m+n-1} e^{-2at} dt. \tag{11}$$

Wykonajmy w ostatniej całce równości (11) podstawienie $2at = z$, skąd $dt = dz/2a$; z tego i z (7) wynika

$$(12) \qquad P_n(m) = \frac{1}{2^{m+n} m!\,\Gamma(n)} \int_0^\infty z^{m+n-1} e^{-z}\, dz = \frac{\Gamma(m+n)}{2^{m+n} m!\,\Gamma(n)}.$$

Korzystając z tożsamości $\Gamma(n) = (n-1)!$, gdzie n jest naturalne, można napisać wyrażenie (12) w następujący sposób:

$$(13) \qquad P_n(m) = \frac{(m+n-1)!}{2^{m+n} m!\,(n-1)!} = \frac{1}{2^{m+n}} \binom{m+n-1}{m}.$$

Wartość liczbowe tej funkcji podano w tablicy 11 (na str. 226).

$P_n(m)$ jako prawdopodobieństwo powinno spełniać dwa warunki:

1° $P_n(m) \geqslant 0$ *dla każdego* $n \geqslant 1$,

2° *dla każdego* $n \geqslant 1$ (*n naturalne*) *jest*

$$(14) \qquad \sum_{m=0}^{\infty} P_n(m) = 1.$$

Warunek 1° jest spełniony dla $m \geqslant 0$ i $n \geqslant 1$. Teraz udowodnię, że jest spełniony warunek 2°. Dowód przez indukcję względem n:

1. Niech $n = 1$; wówczas

$$(15) \qquad P_1(m) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m!}{2^{m+1} m!} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2^{m+1}}.$$

Wyrażenie (15) jest szeregiem geometrycznym o wyrazie początkowym $c_0 = \frac{1}{2}$ i ilorazie $q = \frac{1}{2}$, zatem

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2^{m+1}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 1.$$

2. Niech wzór (14) będzie prawdziwy dla n, czyli

$$(16) \qquad \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2^{m+n}} \binom{m+n-1}{m} = 1;$$

dowiedziemy, że jest on prawdziwy dla $n+1$:

$$(17) \quad \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2^{m+n+1}} \binom{m+n}{m} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{2^{m+n+1}} \binom{m+n-1}{m-1} + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2^{m+n+1}} \binom{m+n-1}{m}.$$

Równość (17) jest prawdziwa na podstawie wzoru z kombinatoryki

$$\binom{k}{s} = \binom{k-1}{s-1} + \binom{k-1}{s}.$$

W pierwszym wyrażeniu po prawej stronie równości (17) zmieniamy wskaźnik sumowania przyjmując $m = k+1$; jest wówczas

$$(18)\quad \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2^{m+n+1}}\binom{m+n}{m} = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{2^{k+n+1}}\binom{k+n}{k} + \frac{1}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{2^{m+n}}\binom{m+n-1}{m}.$$

Pierwsze wyrażenie z prawej strony równości (18) przenosimy na stronę lewą, przyjmując $k = m$; dostajemy

$$(19)\quad \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2^{m+n+1}}\binom{m+n}{m} - \frac{1}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{2^{m+n+1}}\binom{m+n}{m} = \frac{1}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{2^{m+n}}\binom{m+n-1}{m}.$$

Porządkując lewą stronę wzoru (19) i mnożąc całe wyrażenie przez 2 otrzymujemy

$$(20)\qquad \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2^{m+n+1}}\binom{m+n}{m} = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{2^{m+n}}\binom{m+n-1}{m}.$$

Z równości (16) i (20) wynika, że równość (14) jest prawdziwa dla $n+1$. Zatem twierdzenie zostało udowodnione.

Weryfikowanie hipotezy H_0. A. Mamy dwie partie towaru P i Q, które chcemy porównać. Np. dwie maszyny P i Q produkują sukno. W maszynie Q wprowadzono pewne ulepszenia. Chcemy stwierdzić, czy te ulepszenia wpływają istotnie na jakość towaru produkowanego przez tę maszynę. Stawiamy hipotezę H_1, że partia Q jest lepsza od P. Wprowadzamy oznaczenia: partia P jako I, partia Q jako II (jeśliby np. ulepszenia były wprowadzone w maszynie P, to postawilibyśmy hipotezę H_1, że partia P jest lepsza od Q, i wtedy wprowadzilibyśmy oznaczenia: partia Q jako I, partia P jako II). Pobieramy z każdej partii próbkę w sposób wyżej opisany i rejestrujemy liczbę wad. Sposób rejestracji może być taki jak podano w tablicy 1. Zakładamy hipotezę H_0 (str. 218) i chcemy stwierdzić, że partia II nie jest lepsza od I. Obliczamy, przy założeniu hipotezy H_0, prawdopodobieństwo pojawienia się w partii II co najwyżej m wad. W tym celu wyszukujemy w tablicy 11 kolumnę oznaczoną numerem n i wiersz oznaczony numerem m. Na przecięciu kolumny i wiersza będzie szukane prawdopopodobieństwo

TABLICA 1

Partia	Liczba wad
I	n
II	m

$$(21)\qquad W_n(m) = \sum_{i=0}^{m} \mathrm{P}_n(i).$$

Ustalamy poziom ufności p i wydajemy orzeczenie w następujący sposób:

jeśli $W_n(m) \leqslant p$, to hipotezę H_0 odrzucamy i przyjmujemy hipotezę alternatywną H_1;

jeśli $p < W_n(m)$, to przyjmujemy hipotezę H_0 (obie partie mają tę samą jakość).

TABLICA 2

Wyniki z próbek

Partia	Liczba wad
I	8
II	3

PRZYKŁAD 1. Mamy dwie partie towaru ponumerowane I i II. Chcemy porównać partię II z I i orzec, czy jest ona lepsza od I czy taka sama jak I. Ustalamy poziom ufności $p = 0{,}05$ oraz liczbę $n = 8$ i pobieramy próbki (wyniki z próbek w tablicy 2).

Obliczamy prawdopodobieństwo według wzoru (21) korzystając z tablicy 11 (przecięcie 8-ej kolumny i 3-go wiersza):

$$W_8(3) = \sum_{i=0}^{3} \mathrm{P}_8(i) = 0{,}1133.$$

Obliczone prawdopodobieństwo jest większe od 0,05. Przyjmujemy hipotezę H_0, że obie partie mają tę samą jakość.

B. Gdy chodzi o stwierdzenie, czy partia II jest lepsza od I, taka sama jak I lub gorsza (w tym przypadku sposób numerowania partii przed pobraniem próbek jest obojętny, tzn. wszystko jedno którą partię bierzemy za I, a którą za II), to najpierw ustalamy poziom ufności, dzielimy go na połowę i pobieramy próbki rejestrując wyniki w tablicy 1. Następnie zakładamy hipotezę H_0 (str. 218) i obliczamy przy założeniu tej hipotezy prawdopodobieństwo pojawienia się w partii II co najwyżej m wad. To prawdopodobieństwo na podstawie tablicy 11 będzie równe

$$W_n(m) = \sum_{i=0}^{m} \mathrm{P}_n(i).$$

Orzeczenie o partii II wydajemy w następujący sposób:

jeśli $W_n(m) \leqslant \frac{1}{2}p$, to hipotezę H_0 odrzucamy i przyjmujemy hipotezę alternatywną H_1;

jeśli $\frac{1}{2}p < W_n(m) < 1-\frac{1}{2}p$, to przyjmujemy hipotezę H_0;

jeśli $W_n(m) \geqslant 1-\frac{1}{2}p$, to odrzucamy hipotezę H_0 i przyjmujemy hipotezę alternatywną H_2: partia II jest gorsza od I.

W praktyce przy porównywaniu dwóch partii towaru postępujemy w następujący sposób:

1° numerujemy partie według wskazówek podanych w ustępie A lub B w zależności od potrzeb,

2° ustalamy poziom ufności p ($p = 0{,}01$, $0{,}05$, $0{,}10$),

3° ustalamy n; n jest liczbą wad, które mają pojawić się w próbce pobranej z partii I ($n = 4, 5, 7, 8, 10, 12, 15, 20, 25$).

4° pobieramy próbki z partii I i II w sposób opisany na stronicach 217 i 218,

5° rejestrujemy wyniki z próbek (tablica 1),

6° posługujemy się jedną z tablic 3, 4, 5.

TABLICA 3

Tablica do porównywania dwóch partii towaru na poziomie ufności $p = 0{,}01$ ze względu na jedną hipotezę alternatywną H_1

n	7	8	10	12	15	20	25
m_d	0	0	1	2	4	7	10

TABLICA 4

Tablica do porównywania dwóch partii towaru na poziomie ufności $p = 0{,}05$ ze względu na jedną hipotezę alternatywną H_1

n	5	7	8	10	12	15	20	25
m_d	0	1	1	3	4	6	10	13

TABLICA 5

Tablica do porównywania dwóch partii towaru na poziomie ufności $p = 0{,}10$ ze względu na jedną hipotezę alternatywną H_1

n	4	5	7	8	10	12	15	20	25
m_d	0	0	2	2	4	5	7	11	15

TABLICA 6

Tablica do porównywania dwóch partii towaru na poziomie ufności $p = 0{,}01$ ze względu na dwie hipotezy alternatywne H_1 i H_2

n	4	5	7	8	10	12	15	20	25
m_d	×	×	×	0	0	1	3	6	9
m_g	14	16	19	21	24	27	32	39	46

TABLICA 7

Tablica do porównywania dwóch partii towaru na poziomie ufności $p = 0{,}05$ ze względu na dwie hipotezy alternatywne H_1 i H_2

n	4	5	7	8	10	12	15	20	25
m_d	×	×	0	1	2	3	5	8	12
m_g	11	12	16	17	20	23	27	34	40

TABLICA 8

Tablica do porównywania dwóch partii towaru na poziomie ufności $p = 0{,}10$ ze względu na dwie hipotezy alternatywne H_1 i H_2

n	4	5	7	8	10	12	15	20	25
m_d	×	0	1	1	3	4	6	10	13
m_g	9	11	14	15	18	21	25	31	37

Przypadek A (str. 222): W tablicach 3, 4, 5 liczba m_d została wyrachowana z podwójnej nierówności

$$\sum_{i=0}^{m_d} \mathrm{P}_n(i) \leqslant p < \sum_{i=0}^{m_d+1} \mathrm{P}_n(i),$$

gdzie p jest poziomem ufności.

Wyszukujemy w tablicy 3, 4 lub 5 — w zależności od tego, jaki poziom ufności p ustaliliśmy ($p = 0{,}01$, $0{,}05$, $0{,}10$) — kolumnę oznaczoną numerem n (n takie jak w punkcie 3°). W kolumnie tej umieszczona jest liczba m_d, z którą porównujemy m (m jest liczbą wad, które pojawiły się w próbce pobranej z partii II), czyli wynik z próbki II, i tak:

jeśli $m \leqslant m_d$, to uważamy, że partia II jest lepsza od I i przyjmujemy hipotezę H_1;

jeśli $m > m_d$, to uważamy, że obie partie są tej samej jakości i przyjmujemy hipotezę H_0.

Przypadek B (str. 223). W tablicach 6, 7 i 8 liczba m_d została wyrachowana z podwójnej nierówności

$$\sum_{i=0}^{m_d} \mathrm{P}_n(i) \leqslant \tfrac{1}{2}p < \sum_{i=0}^{m_d+1} \mathrm{P}_n(i),$$

a liczba m_g z nierówności

$$\sum_{i=0}^{m_g-1} \mathrm{P}_n(i) < 1-\tfrac{1}{2}p \leqslant \sum_{i=0}^{m_g} \mathrm{P}_n(i),$$

gdzie p jest poziomem ufności. Krzyżyk $\times$ w tablicy oznacza, iż przy danym n nie możemy przyjmować hipotezy H_1, że partia II jest lepsza od I.

Wyszukujemy w tablicy 6, 7 lub 8 — w zależności od tego, jaki ustaliliśmy poziom ufności p — kolumnę oznaczoną literą n (n jak w punkcie 3°). W kolumnie tej umieszczone są liczby m_d i m_g, z którymi porównujemy m, czyli wynik z próbki II, i tak:

jeśli $m \leqslant m_d$, to uważamy, że partia II jest lepsza od I;

jeśli $m_d < m < m_g$, to uważamy, że obie partie mają tę samą jakość;

jeśli $m \geqslant m_g$, to uważamy, że partia II jest gorsza od I.

PRZYKŁAD 2. Dwie maszyny P i Q produkują kabel telefoniczny. W maszynie Q wprowadzono ulepszenia. Chcemy stwierdzić, czy te ulep-

TABLICA 11

Rozkład prawdopodobieństwa $W_n(m) = \sum_{i=0}^{m} \frac{1}{2^{i+n}} \binom{i+n-1}{i}$

$m \backslash n$	4	5	7	8	10	12	15	20	25
0	0,0625	0,0313	0,0078	0,0039	0,0010	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000
1	,1875	,1094	,0352	,0195	,0059	,0017	,0002	,0000	,0000
2	,3438	,2266	,0899	,0547	,0193	,0065	,0011	,0001	,0000
3	,5000	,3633	,1719	,1133	,0462	,0176	,0037	,0003	,0000
4	,6367	,5000	,2744	,1939	,0898	,0384	,0095	,0008	,0000
5	,7461	,6231	,3872	,2906	,1509	,0717	,0206	,0021	,0001
6	,8281	,7256	,5000	,3953	,2273	,1189	,0391	,0047	,0004
7	,8867	,8062	,6047	,5000	,3146	,1796	,0668	,0096	,0010
8	,9270	,8666	,6963	,5982	,4073	,2517	,1050	,0179	,0022
9	,9539	,9102	,7727	,6855	,5000	,3318	,1537	,0308	,0044
10	,9713	,9408	,8338	,7597	,5881	,4159	,2122	,0494	,0082
11	,9824	,9616	,8810	,8204	,6682	,5000	,2786	,0748	,0143
12	,9893	,9755	,9164	,8685	,7383	,5806	,3506	,1077	,0234
13	,9936	,9846	,9424	,9055	,7976	,6550	,4253	,1481	,0364
14	,9962	,9904	,9608	,9332	,8463	,7214	,5000	,1958	,0540
15	,9978	,9941	,9738	,9535	,8853	,7790	,5722	,2498	,0769
16	,9987	,9964	,9827	,9681	,9157	,8276	,6399	,3089	,1055
17	,9992	,9978	,9887	,9784	,9390	,8676	,7016	,3714	,1400
18	,9995	,9987	,9927	,9856	,9565	,8998	,7565	,4357	,1802
19	,9997	,9992	,9953	,9905	,9694	,9252	,8042	,5000	,2257
20	,9998	,9995	,9970	,9938	,9787	,9449	,8447	,5627	,2757
21	,9999	,9997	,9981	,9960	,9854	,9599	,8785	,6224	,3293
22		,9998	,9988	,9974	,9901	,9712	,9061	,6780	,3854
23		,9999	,9992	,9983	,9934	,9796	,9283	,7288	,4427
24			,9995	,9989	,9956	,9857	,9459	,7443	,5000
25			,9997	,9993	,9971	,9901	,9596	,8143	,5661
26			,9998	,9995	,9981	,9932	,9701	,8490	,6101
27			,9999	,9997	,9988	,9953	,9781	,8785	,6611
28				,9998	,9992	,9968	,9841	,9033	,7085
29				,9999	,9995	,9979	,9886	,9238	,7518
30					,9997	,9986	,9919	,9406	,7907
31					,9998	,9991	,9943	,9541	,8252
32					,9999	,9994	,9960	,9649	,8554
33						,9996	,9972	,9734	,8815
34						,9997	,9981	,9800	,9038
35						,9998	,9987	,9851	,9226
36						,9999	,9991	,9890	,9382
37							,9994	,9919	,9511
38							,9996	,9941	,9616
39							,9997	,9957	,9701
40							,9998	,9969	,9769
41							,9999	,9978	,9823
42								,9984	,9865
43								,9989	,9898
44								,9992	,9923
45								,9994	,9943
46								,9996	,9958
47								,9997	,9969
48								,9998	,9977
49								,9999	,9983
50									,9988
51									,9991
52									,9993
53									,9995
54									,9996
55									,9997
56									,9998

szenia wpływają na poprawę jakości towaru produkowanego przez tę maszynę. Oznaczmy towar produkowany przez maszynę P przez I, przez maszynę Q przez II (jak na str. 222).

Ustalamy poziom ufności $p = 0{,}10$ i $n = 12$. Pobieramy próbki w sposób opisany na stronicach 217 i 218. Okazało się, że w próbce II pojawiły się 4 wady (tablica 9). Wyszukujemy w tablicy 5 kolumnę oznaczoną numerem 12. Z kolumny tej odczytujemy $m_d = 5$. Liczba wad w próbce II jest mniejsza od 5. Uważamy, że ulepszenia istotnie wpływają na poprawę jakości towaru produkowanego przez maszynę Q.

TABLICA 9

Zarejestrowanie wyników z próbek

Partia	Liczba wad
I	12
II	4

PRZYKŁAD 3. Mając dwie partie towaru I, II chcemy porównać partię II z I i orzec: czy jest ona lepsza od I, taka sama jak I czy też gorsza. Ustalamy poziom ufności $p = 0{,}05$ i $n = 10$. Wyszukujemy w tablicy 7 (str. 224) kolumnę oznaczoną numerem 10. Z kolumny tej odczytujemy $m_d = 8$ i $m_g = 20$. Liczba wad w próbce II jest większa od 20. Uważamy, że partia II jest gorsza.

TABLICA 10

Wyniki z próbek

Partia	Liczba wad
I	10
II	21

Wyżej przedstawioną metodę można stosować (bez żadnych zmian) do porównywania partii towaru nieciągłego, ale takiego, by można było liczyć złe sztuki. W tym przypadku wadami będą sztuki wadliwe (sztuka albo dobra, albo wadliwa).

Próbki z partii towaru nieciągłego pobieramy w następujący sposób: Ustalamy z góry liczbę n jako zasadę postępowania. Następnie przypuszczamy, że przez punkt kontrolny przechodzą dwie partie towaru I i II (taśmy złożone ze sztuk, np. z gwoździ) w ten sposób, że k-ta sztuka partii I pojawia się przed kontrolerem jednocześnie z k-tą sztuką partii II (dla każdego k). Z chwilą pojawienia się n-tej złej sztuki w partii I, natychmiast przerywamy liczenie sztuk wadliwych w partii I i II. Dalej postępujemy jak przy partiach towaru ciągłego.

Praca wpłynęła 21. 1. 1956

А. РОМБЙКО (Вроцлав)

СРАВНИВАНИЕ ДВУХ ПАРТИЙ ТОВАРА

РЕЗЮМЕ

Предлагается сравнить две партии товара. Товар, о котором идёт речь, может быть непрерывный или прерывный, но во всяком случае такой, чтобы

можно было считать дефектные изделия, которые в первом случае являются дефектами (рубцы, пятна, дырки), во втором — дефектными изделиями.

Полагается, что обе партии, I и II, проходят одновременно через контрольный пункт следующим образом: в непрерывным случае две ленты продвигаются возле себя с одинаковой скоростью, в прерывным случае k-ая штука партии I появляется перед контролером одновременно с k-ой штукой партии II для каждого k. Число дефектов это переменная случайная величина, распределена по закону Пуассона.

Устанавливается некоторое число n как основание процедуры и считание (дефектных изделий или дефектов) останавливается точно в моменте появления n-ого дефекта в партии I.

Предположим, что число дефектов в партии II в том моменте равно m. Пусть H_0 будет гипотезой, что доли брака у I и II партий равны. Принимая гипотезу H_0 можно ещё до исследования вычислить вероятность появления m дефектов в партии II в моменте, когда в партии I появилосьбы n дефектов. Эта вероятность определена формулой (13). В таблице 11 приведены значения $W_n(m) = \sum_{i=0}^{m} \mathrm{P}_n(i)$ при таких n и m, с которыми часто приходится иметь дело на практике.

Приводятся тоже таблицы для проверки гипотезы H_0 с разными альтернатывными гипотезами имеющими практическую ценность.

A. ROMEJKO (Wrocław)

COMPARISON OF TWO LOTS

SUMMARY

We have to compare two lots. The product in question may be continuous or discontinuous but such as to give the possibility of counting the bad items, which are in the first case the defects themselves (scars, stains, holes etc.) in the second the defective pieces. The two lots, I and II, are supposed to pass simultaneously through the point of control — in the case of a continuous product the two conveyors, carrying respectively I and II, are adjusted to the same velocity, in the case of a discontinuous product the k-th piece of I appears before the inspector simultaneously with the k-th piece of II for every k.

The number of defects is a random variable having Poisson's distribution.

A number n being agreed upon as the principle of the procedure we stop counting (the defective pieces or the defects) at the exact moment of the appearance of the n-th defect in I. Let us suppose the number of defects in II to be m at that very moment. Let H_0 be the hypothesis of equal quality for I and II. Under the assumption of H_0 we can calculate, before examination, the probability of m-th defect appearing in II at the moment when I shows n defects. This probability $\mathrm{P}_n(m)$ is given by the formula (13). Table 11 contains the values of $W_n(m) = \sum_{i=0}^{m} \mathrm{P}_n(i)$ for such n and m as can frequently be met in practice.

Finally, the author gives complete tables for the verification of hypothesis H_0 against various alternative hypothesis of practical importance.
