COLLOQUIUM MATHEMATICUM

VOL. XV 1966 FASC. 2

PROBLÈMES

P 317, R 1. Voici une solution, signalée par l'auteur du problème: La réponse est affirmative en adaptant une démonstration de Kac [1]. Cette adaptation consiste surtout à remplacer l'intégration de Lebesgue, utilisée par Kac, par l'intégration suivant une extension quelconque de la mesure de Jordan à la classe de tous les ensembles ayant la propriété de Baire, pourvu que cette extension soit additive au sens fini et s'annule pour les ensembles de première catégorie.

VIII. 1, p. 138.

[1] M. Kac, *Une remarque sur les équations fonctionnelles*, Commentarii Mathematici Helvetici 9 (1936), p. 170-171. Pour d'autres méthodes concernant l'équation fonctionnelle de Cauchy, dont certaines sont peut-être aussi adaptables au problème considéré, voir la litérature citée par S. Braun et E. Marczewski (Szpilrajn), *Annexe*, Fundamenta Mathematicae 1 (1920), dans l'édition de 1937, p. 239-241, et par M. Kuczma, *On the functional equation* $f(x+y) = f(x)+f(y)$, Fundamenta Mathematicae 50 (1962), p. 387-391.

S. P. FRANKLIN AND A. D. WALLACE (GAINESVILLE, FLORIDA, USA)

P 555-557. Formulés dans la communication *The least element map.*

Ce fascicule, p. 232.

A. LELEK (WROCŁAW)

P 558 et 559. Formulés dans la communication *On confluent mappings.*

Ce fascicule, p. 245.

L. E. WARD, JR. (EUGENE, OREGON, USA)

P 560. Formulé dans la communication *A general fixed point theorem.*

Ce fascicule, p. 263.

L. E. ZINK (LAFAYETTE, IND.)

P 561. Formulé dans la communication *A classification of measure spaces.*

Ce fascicule, p. 294.

B. KNASTER (WROCŁAW)

P 562. Est-ce qu'il existe des rétractes non triviaux (et quels sont-ils) dans des continus héréditèrement indécomposables, en particulier des pseudo-arcs?

Nouveau Livre Ecossais, Probl. 733, 7. V. 1965.

JAN MYCIELSKI (WROCŁAW)

P 563. Est-ce que la théorie élémentaire basée sur l'axiome

$$f(x, y) = f(u, v) \rightarrow x = u \wedge y = v$$

est essentiellement indécidable?

Nouveau Livre Ecossais, Probl. 734, 15. VI. 1965

P. ERDÖS (BUDAPEST)

P 564. Let $f(z) = z^n + \ldots + a_n$ be a polynomial of degree n. Denote by E_f the set for which $|f(z)| \leqslant 1$. Is it true that if E_f is connected, then

$$\max_{z \in E_f} |f'(z)| < \frac{n^2}{2} ? \tag{1}$$

It is not hard to see that if (1) is true, it is best possible. Pommerenke (²) proved (1) with $en^2/2$ on the right side.

P 565. Is it true that the number of components of E_f, which have diameter greater that $1+\varepsilon$, is $o(n)$ for every $\varepsilon > 0$?

Herzog, Piranian and I conjectured (³) that the number of these components is less than C_ε, where C_ε depends only on ε and not on n.

(²) Ch. Pommerenke, *On the derivative of a polynomial*, Michigan Mathematical Journal 6 (1959), p. 373-375.

(³) P. Erdös, F. Herzog and G. Piranian, *Metric properties of polynomials*, Journal d'Analyse Mathématique 6 (1958), p. 125-148.

Pommerenke disproved our conjecture (4). In fact he showed that to every k and ε there is a polynomial $f(z)$ for which E_f has more than k components of diameter greater than $4-\varepsilon$. It is quite possible though that the number of components of diameter greater than $1+\varepsilon$ is $o(n^\eta)$ for every $\varepsilon > 0$ and $\eta > 0$.

Lettre du 24. VIII. 1965.

(4) Ch. Pommerenke, *On metric properties of complex polynomials*, Michigan Mathematical Journal 8 (1961), p. 97-115.

Ю. А. ШАШКИН (СВЕРДЛОВСК)

P 566. Пусть двумерный компакт (или полиэдр) X не вкладывается топологически в трехмерное эвклидово пространство E^3 и пусть в E^3 вкладывается разность $X-U$, где U — произвольное непустое открытое подмножество компакта X.

Следует ли отсюда, что компакт X является неориентируемым многообразием?

Lettre du 9. IX. 1965.

W. NARKIEWICZ (WROCŁAW)

P 567. K étant un corps de nombres algébriques dans lequel le nombre 2 possède une décomposition univoque en facteurs indécomposables, démontrer qu'il y a une infinité de nombres n tels que n et $n+1$ possèdent une décomposition univoque dans K.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 737, 10. IX. 1965.

P 568. Soit K un corps de nombres algébriques dont le nombre des classes est $h \geqslant 2$. $W(x)$ étant un polynôme aux coefficients entiers rationnels sans diviseur constant (ou tel que son diviseur constant possède dans K une décomposition univoque), démontrer que la valeur $W(n)$ possède dans K une décomposition univoque pour une infinité de valeurs de n.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 741, 30. XI. 1965.

S. HARTMAN (WROCŁAW)

P 569. Soit E un ensemble de Ryll-Nardzewski (5) sur la droite R, c'est-à-dire tel que toute fonction bornée définie dans E se laisse pro-

(5) J.-P. Kahane, *Ensembles de Ryll-Nardzewski et ensembles de Helson*, ce volume, p. 87-92.

longer à une fonction presque-periodique sur R. On sait [6] que l'adhérence $\tilde{E}$ de E dans la compactification de Bohr $\tilde{R}$ de R est alors un ensemble de Helson, c'est-à-dire tel que toute fonction continue définie dans $\tilde{E}$ se laisse prolonger à une fonction définie dans $\tilde{R}$, dont la série de Fourier est absolument convergente.

Est-ce que $\tilde{E}$ est un ensemble de synthèse spectrale?

Nouveau Livre Ecossais, Probl. 740, 29. XI. 1965.

---

[6] voir ibidem.