COLLOQUIUM MATHEMATICUM

VOL. XXIII 1971 FASC. 1

PROBLÈMES

P 258, R 2. As Professor Richard K. Guy kindly informed us, the problem has already been solved(1).

VI. 2, p. 332 et VIII. 1, p. 136 Letter of March 24, 1970

(1) M. K. Fort, Jr. and G. A. Hedlund, *Minimal coverings of pairs by triples*, Pacific Journal of Mathematics 8 (1958), p. 709 - 718.

P 312, R 1. The answer is negative(2).

VIII. 4, p. 137

(2) А. Лелек, *О размерности наростов при компактных расширениях*, Доклады Академии Наук СССР 160(1965), p. 534-537.

P 313, R 1. The answer is negative(3).

VIII. 1, p. 137

(3) M. Reichaw-Reichbach, *A note on absolute G_δ-spaces*, Proceedings of the American Mathematical Society 14 (1963), p. 806-808.

P 469, R 1. The author informs that the answer is positive(4).

XII. 2, p. 291

(4) See "Added in proof" to the paper *Dimension inequalities for unions and mappings of separable metric spaces*, this fascicle, p. 87.

P 546, R 1. The answer is negative(5).

XV. 1, p. 72

(5) J. Smital, *On a problem concerning uniform limits of Darboux functions*, this fascicle, p. 115 - 116.

P 636, R 1. As Professor P. Erdös kindly informed us, the problem has been solved by J. Folkman(6).

XIX. 1, p. 182 Letter of April 7, 1970.

(6) To appear in proceedings of the conference in Balatonfüred, 1969.

J. MIODUSZEWSKI (KATOWICE)

P 715. Formulé dans la communication *Remarks on Baire theorem for H-closed spaces.*

Ce fascicule, p. 40.

JACK B. BROWN (AUBURN, ALABAMA)

P 716. Formulé dans la communication *Totally discontinuous connectivity functions.*

Ce fascicule, p. 59.

A. LELEK (ANKARA)

P 717 - 731. Formulés dans la communication *Some problems concerning curves.*

Ce fascicule, p. 93, 94, 96 et 97

P 718, R 1. The author informs(7) that the negative answer has been given by W. T. Ingram.

XXIII. 1, p. 94.

(7) See "Added in proof" to the paper *Some problems concerning curves,* this fascicle, p. 97-98.

P 721, R 1. The author informs (7) that B. McLean has obtained an affirmative solution.

XXIII. 1, p. 94.

P 726 et **727, R 1.** The author informs(7) that the negative answer has been given by H. Cook.

XXIII. 1, p. 97.

P 729, R 1. The author informs (7) that B. B. Epps, Jr. has constructed for $m > 1$ an arc-like rational curve providing a negative answer. The problem remains unsolved for $m = 1$.

XXIII. 1, p. 97.

K. GOEBEL ET E. ZŁOTKIEWICZ (LUBLIN)

P 732. Formulé dans la communication *Some fixed point theorems in Banach spaces.*

Ce fascicule, p. 105.

THOMAS A. BROWN ET JOEL H. SPENCER (SANTA MONICA, CALIFORNIA)

P 733. Formulé dans la communication *Minimization of* ± 1 *matrices under line shifts.*

Ce fascicule, p. 170.

S. HARTMAN (WROCŁAW)

P 734. Does for each sequence of integers $\{n_k\}$, $-\infty < k < \infty$, there exist an almost periodic sequence $\{\varphi(m)\}$, $-\infty < m < \infty$, such that $\varphi(n_k)$ equals either 0 or 1 and each of these values is taken for infinitely many k?

New Scottish Book, Prob. 840, 6. 5. 1970

DAVID W. HENDERSON (ITHACA, N. Y.)

P 735. Let l_2 be the usual separable Hilbert space and let $\varepsilon\colon l_2 \to R$ be a real-valued continuous function such that $\varepsilon(x) > 0$ for each $x \in l_2$. It is known[8] that there exists a homeomorphism $h\colon l_2 \times l_2 \to l_2$ such that

$$\|h(x, y) - x\| < \varepsilon(x) \quad \text{for each } (x, y) \in l_2 \times l_2.$$

The problem is: does there exist a diffeomorphism with the same property?

New Scottish Book, Probl. 841, 30. 5. 1970

P 736. Does every infinite-dimensional, metrizable, topological vector space F have the following properties:

(a) F is homeomorphic to $F \times F$,

(b) There exists a homeomorphism $h\colon F \to h(F) \subset F^\omega = F \times F \times \ldots$ ($\aleph_0$ times) such that

(i) $h(F)$ is a linear subspace of F^ω,

(ii) $h(F) \supset F_f^\omega = \{\{x_i\} \in F^\omega \mid x_i = 0 \text{ except for finitely many } i\}$,

(iii) $(x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots) \in h(F)$ implies that $(x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, x_i, x_{i+2}, \ldots) \in h(F)$ for each i?

Much of the theory of infinite-dimensional manifold is true for such spaces. The example $F = (l_2^f \times l_2)$ shows that in general $h(F)$ will be unequal to both F^ω and F_f^ω, $l_2^f = \{\{x_i\} \in l_2 \mid x_i = 0 \text{ except for finitely many } i\}$.

New Scottish Book, Probl. 842, 30. 5. 1970

([8]) R. D. Anderson and R. M. Schori, *Factors of infinite-dimensional manifolds*, Transactions of the American Mathematical Society 142 (1969), p. 315 - 330.

B. KNASTER (WROCŁAW)

P 737. En résolvant le problème posé par Kuratowski et moi en 1920 ([9]), Mazurkiewicz montra en 1924 ([10]) que la ligne simple fermée est le seul continu localement connexe plan qui est *homogène*, c'est-à-dire transformable en lui-même par homéomorphie de façon à faire passer l'un de deux de ses points donnés arbitrairement d'avance en l'autre. D'après un résultat beaucoup plus récent d'Anderson ([11]), il existe dans l'espace, parmi les continus localement connexes à 1 dimension, un encore qui est homogène, à savoir la courbe *universelle* de Menger de 1926 ([12]), c'est-à-dire contenant des images homéomorphes de toutes les courbes (continus métriques à 1 dimension) et qui est dans le cube l'analogue de ce qu'est dans le carré la courbe universelle de Sierpiński de 1916 ([13]), dite aussi „tapis de Sierpiński".

D'après un théorème de Menger et Nöbeling ([14]), l'ensemble N_n composé de tous les points du cube à $2n+1$ dimensions ayant au plus n coordonnées rationnelles contient des images homéomorphes de tous les espaces métriques séparables ayant au plus n dimensions. Il y a donc lieu de

(1) Construire dans le cube à $2n+1$ dimensions pour tout entier positif $k < 2n+1$ un tapis à k dimensions $T_{k,2n+1}$ par subdivision de ce cube en 3^{2n+1} cubes plus petits et suppression subséquente des intérieurs de certains d'eux convenablement choisis, puis par itération de ce procédé avec chacun des petits cubes qui restent, et ainsi de suite, indéfiniment.

(2) Démontrer que ce tapis est un continu contenant comme sa partie dense l'image homéomorphe de l'ensemble $N_{k,2n+1}$ de tous les points du cube en question qui ont au plus k coordonnées rationnelles.

(3) Examiner, par analogie au tapis plan $T_{1,2}$ de Sierpiński, pour quels k, m et n naturels, tels que $k < m < 2n+1$, le tapis $T_{k,m}$ est universel pour les espaces métriques séparables (ou, ce qui revient au même en

([9]) B. Knaster et C. Kuratowski, *Problème 2*, Fundamenta Mathematicae 1, 1920, p. 223.

([10]) S. Mazurkiewicz, *Sur les continus homogènes*, Fundamenta Mathematicae 5, 1924, p. 137 - 146.

([11]) R. D. Anderson, *A characterization of the universal curve and a proof of its homogeneity*, Annals of Mathematics 67, 1958, p. 313 - 327.

([12]) Voir K. Menger, *Kurventheorie*, Leipzig—Berlin 1932, p. 345 - 360.

([13]) W. Sierpiński, *Sur une courbe cantorienne qui contient une image biunivoque et continue de toute courbe donnée*, Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences 162, Paris 1916, p. 629 - 631.

([14]) Voir par exemple K. Kuratowski, *Topologie II*, Varsovie 1961, p. 70.

vertu du théorème de compactification de Hurewicz([15]), pour les continus métriques) à k dimensions situés dans le cube à m dimensions.

(4) Examiner pour quels $k = 2, 3, \ldots$ et $n = 2, 3, \ldots, \aleph_0$ les tapis $T_{k,2n+1}$ sont des continus homogènes (s'il y en a) et pour quels k et n ils ne le sont pas.

Nouveau Livre Écossais, Probl. 843, 1. VI. 1970

([15]) W. Hurewicz, *Über das Verhältnis separabler Räume zu kompakten Räumen*, Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, Proceedings, Series A, Mathematical Sciences, 30, Amsterdam 1927, p. 425.