ZASTOSOWANIA MATEMATYKI
APPLICATIONES MATHEMATICAE
VIII (1966)

W. SZWARC (Wrocław)

UWAGI O PRACY A. ŚNIATYCKIEGO „ZAGADNIENIE TRANSPORTOWE DLA ZMIENNYCH FUNKCJI POPYTU I PODAŻY”

A. Śniatycki ([3]) rozważa w 7 tomie Zastosowań Matematyki zagadnienie transportowe, w którym popyty i podaże są funkcjami jednego lub więcej parametrów rzeczywistych. Problem ten jest szczególnym przypadkiem parametrycznego zagadnienia programowania liniowego rozwiązanego w 1954 r. przez W. Orchard-Haysa ([2]). Czytelnik nie znajduje w pracy Śniatyckiego wyraźnie sformułowanej metody rozwiązania tego zagadnienia; można się jedynie jej domyślać śledząc tok rozwiązania 2 przykładów (str. 299 - 305), a także z podanego na stronicy 298 postępowania wyznaczającego bazę optymalną.

We wstępie cytowanej pracy ([3], str. 291 - 292) autor pisze: „W pracy została podana nowa metoda wyznaczania wyjściowej macierzy przepływów prostsza od metod podanych przez Gassa i Szwarca”. Z dalszego tekstu można się domyślać, że metoda ta polega na znalezieniu optymalnej macierzy kosztów a następnie na wyznaczeniu macierzy przepływów mającej zerowe przepływy w kratkach odpowiadających dodatnim elementom optymalnej macierzy kosztów. Takie postępowanie nie zawsze prowadzi do celu jak to pokażę na dwu przykładach.

Rozpatrzmy przykład zagadnienia transportowego 3×4 o macierzy kosztów z drugiego przykładu z pracy Śniatyckiego (str. 303). Podaże i popyty podane są po prawej stronie i pod macierzą kosztów.

4	2	3	5	3
1	5	6	4	2
3	5	2	3	8
4	2	4	3	

Stosując postępowanie opisane w [3] na str. 298 otrzymujemy następującą optymalną macierz kosztów (por. str. 303).

$$[c_{ij}]_1 = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 6 & 0 & 0 & 4 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 6 & 4 & 0 & 3 \\ \hline \end{array}\,.$$

Zgodnie z zaleceniem autora mamy teraz rozmieścić wszystkie $x_{ij} \neq 0$ w zerowych kratkach macierzy $[c_{ij}]_1$ z wyjątkiem kratki (2,2). Otrzymamy macierz

$$\{x_{ij}\} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 2 & 1 & 0 \\ \hline 4 & 0 & -5 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 8 & 0 \\ \hline \end{array}\,,$$

która nie jest macierzą przepływów, bo $x_{23} = -5$.

Jak widać nie każdej optymalnej macierzy kosztów musi odpowiadać macierz przepływów, jeśli podaże a_i i popyty b_j są stałe.

Rozważmy wobec tego przypadek, gdy a_i oraz b_j są liniowymi funkcjami parametru t. Posłużymy się tutaj macierzą kosztów z przykładu 1 (str. 299).

2	1	5	4	6	$8+3t$
4	3	2	4	5	$4+2t$
5	2	6	2	4	$3+t$
6	3	4	3	3	$6+4t$
$7+2t$	$4+5t$	$5+t$	$2+t$	$3+t$	

Optymalna macierz kosztów (patrz str. 300) jest następująca

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 5 & 3 & 5 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 0 & 5 & 0 & 2 \\ \hline 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}\,.$$

Stosując się do wskazówek autora (str. 300) otrzymujemy macierz

$\{x_{ij}\} =$

$7+2t$	$1+t$			
	$-1+t$	$5+t$		
	$4+3t$		$-1-2t$	
			$3+3t$	$3+t$

,

która nie jest macierzą przepływów ponieważ nie istnieje takie t dla którego wszystkie $x_{ij} \geqslant 0$.

Jak widać, postępowanie proponowane przez autora nie gwarantuje i w tym przypadku uzyskania macierzy przepływów. Wynika stąd, że metoda autora, na wyznaczenie rozwiązania wstępnego dla klasycznego zagadnienia transportowego, jak i parametrycznego zagadnienia transportowego nie jest poprawna. Algorytm na str. 298 pozwala jedynie wyznaczyć optymalną macierz kosztów. Do uzyskania tego algorytmu autor potrzebował aż 6 i pół stron tekstu, gdzie wprowadził 16 definicji i 10 twierdzeń. Co gorsza sam algorytm wcale nie jest prosty.

Istnieją znacznie prostsze sposoby otrzymania optymalnej macierzy kosztów, której elementy zerowe utworzą graf spójny. Rozpatrzmy macierz kosztów ([3], str. 299).

-1	2	1	5	4	6
-3	4	3	2	4	5
-2	5	2	6	2	4
-3	6	3	4	3	3

.

Na tym przykładzie pokażemy jeden ze sposobów wyznaczenia optymalnej macierzy kosztów. Od elementów każdego z wierszy macierzy C odejmujemy odpowiednie liczby tak, by w jakiejś kolumnie uzyskać zera. Niech to będzie kolumna druga. Po odjęciu liczb 1, 3, 2, 3 od poszczególnych wierszy otrzymamy macierz

-1		1	0	0
1	0	4	3	5
1	0	-1	1	2
3	0	4	0	2
3	0	1	0	0

.

Następnie odejmujemy od elementów poszczególnych kolumn (z wyjątkiem kolumny drugiej) najmniejsze elementy w tych kolumnach. Otrzymamy macierz

0	0	5	3	5
0	0	0	1	2
2	0	5	0	2
2	0	2	0	0

,

która jest już optymalną macierzą kosztów (wszystkie elementy są nieujemne i graf utworzony przez elementy zerowe jest spójny). Łatwo wykazać, że takie postępowanie zawsze prowadzi do celu.

W przykładzie drugim autor rozważa przypadek zależności podaży od dwu parametrów x i y, są to ilości jednostek zainwestowanych odpowiednio w zakłady II i III. Zgodnie z założeniem tego przykładu należało przy jego rozwiązywaniu przyjąć jako popyty poszczególnych central funkcje

$$b_1 = 200+\tfrac{3}{8}(50x+40y),$$

$$b_2 = 400+\tfrac{1}{8}(50x+40y),$$

$$b_3 = 700+\tfrac{1}{4}(50x+40y),$$

$$b_4 = 200+\tfrac{1}{4}(50x+40y).$$

Niezależnie od wymienionych błędów merytorycznych wiele do życzenia pozostawia także strona redakcyjna pracy (patrz np. twierdzenie 9, 10, założenie 2 na str. 303) co utrudnia jej czytanie.

Prace cytowane

[1] W. W. Garvin, *Introduction to Linear Programming*, New York 1960, str. 220-231.

[2] W. Orchard-Hays, *Background, development and extensions of the revised simplex method*, Rand Corp. Report RM-1433, 1954 (cytowane według [1]).

[3] A. Śniatycki, *Zagadnienie transportowe dla zmiennych funkcji popytu i podaży*, Zastosow. Matem. 7 (1964), str. 291-305.

Praca wpłynęła 1. 12. 1964

В. ШВАРЦ (Вроцлав)

ЗАМЕЧАНИЯ О РАБОТЕ А. СНЯТЫЦКОГО „ТРАНСПОРТНЫЕ ЗАДАЧИ ПЕРЕМЕННЫХ ФУНКЦИЙ СПРОСА И ПРЕДЛОЖЕНИЯ"

РЕЗЮМЕ

В заметке указано на некоторые ошибки в работе А. Снятыцкого [3]. В этой работе нет полного метода решения параметрической транспортной задачи.

W. SZWARC (Wrocław)

REMARKS ON THE PAPER BY A. ŚNIATYCKI "TRANSPORT PROBLEMS FOR VARIABLE FUNCTIONS OF DEMAND AND SUPPLY"

SUMMARY

In the note author has pointed out some errors in the paper by A. Śniatycki The paper [3] does not contain a complete method of solving the parametric trans portation problem.
