

GR. C. MOISIL (București)

*ZARYS ALGEBRY AUTOMATYCZNYCH UKŁADÓW
PRZEKAŹNIKOWO-STYKOWYCH* ⁽¹⁾

SPIS RZECZY

Wstęp	1
§ 1. Działanie lamp sygnałowych	1
§ 2. Układy przekaźnikowe z przekaźnikami o stykach idealnych	2
§ 3. Dalsza formalizacja zadania	5
§ 4. Wyznaczanie niezbędnej liczby przekaźników	7
§ 5. Ustalenie funkcji pracy przekaźnika i funkcji pracy lamp	10
§ 6. Synteza układu zapalającego lampy sygnałowe	11
§ 7. Układy przekaźnikowe z przekaźnikami o stykach rzeczywistych	14
§ 8. Dokładniejsza dyskusja działania zaprojektowanych układów	17
§ 9. Przekaźniki trójpozycyjne	19
§ 10. Synteza układu o przekaźnikach trójpozycyjnych	20
§ 11. Uwagi końcowe	22

Wstęp. Zamierzamy tu przedstawić pewne badania z algebraicznej teorii automatycznych układów przekaźnikowo-stykowych przeprowadzone w Instytucie matematycznym Rumuńskiej Republiki Ludowej oraz w katedrze algebry na Wydziale matematyczno-fizycznym Uniwersytetu w Bukareszcie.

W badaniach tych stosowano metodę zapoczątkowaną przez N. Szestakowa i M. Gawryłowa ([1], [2], [3]), a rozwiniętą przede wszystkim przez szkołę radziecką ([4]).

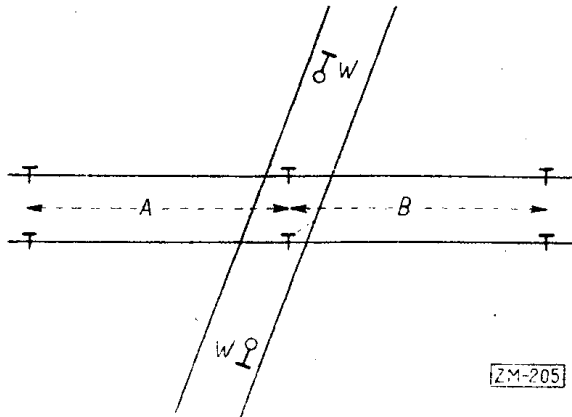
Paragrafy 1-6 tej pracy stanowią treść odczytów wygłoszonych w Polsce w październiku 1955 r. (w Warszawie, Wrocławiu, Poznaniu i Toruniu).

Wyniki nasze zaprezentujemy na przykładzie syntezy układu do sygnalizowania zbliżania się pociągu na przejeździe kolejowym. Mimo to ogólna myśl będzie wyraźnie widoczna.

§ 1. Działanie lamp sygnałowych. Rozważmy dwa rozłączne odcinki toru kolejowego, A i B , jeden na lewo, a drugi na prawo od prze-

(¹) Oryginał pracy nadesłano w języku francuskim. Tłumaczył P. Szeptycki, redagował S. Zubrzycki.

jazdu kolejowego (rys. 1). Przypuśćmy, że chcemy zainstalować na przejeździe lampy sygnałowe W , które by działały w sposób następujący: Jeśli nie ma żadnego wagonu ani na odcinku A , ani na odcinku B , lampy się nie świecą; jeśli pociąg nadjeżdża z lewej strony, to lampy zapalają się wtedy, gdy lokomotywa wjeżdża na odcinek A i świecą się dopóty,



Rys. 1

dopóki ostatni wagon nie opuści odcinka A ; jeśli pociąg nadjeżdża z prawej strony, to lampy zapalają się, gdy lokomotywa wjeżdża na odcinek B , i świecą się dopóty, dopóki ostatni wagon nie opuści odcinka B .

Zauważmy, że to, czy lampy się świecą, czy nie, zależy nie tylko od rozmieszczenia wagonów na odcinkach A i B . Jeśli np. pociąg nadjechał z lewej strony i po minięciu przejazdu

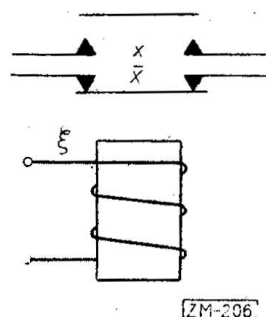
przez lokomotywę na odcinku B znajdują się jeszcze jakieś wagony, to lampy mimo to się nie świecą. Gdy jednak pociąg nadjeżdża z prawej strony, w analogicznej sytuacji lampy mają się świecić. Świecenie lamp zależy więc także od tego, co poprzedziło aktualne rozmieszczenie wagonów.

Przyporządkujmy odcinkowi A zmienną α , która przybiera wartość 1, gdy na odcinku A znajduje się choć jeden wagon, a wartość 0, gdy odcinek A jest wolny. Podobnie niech zmienna β będzie równa 1, gdy na odcinku B jest choć jeden wagon, i niech będzie równa 0, gdy odcinek B jest wolny. Wartości zmiennych α i β będziemy w dalszym ciągu nazywali *rozkazami*. Przyporządkujmy wreszcie naszym lampom zmienną w , która przybiera wartość 1, gdy lampy się świecą, i wartość 0, gdy lampy są zgaszone.

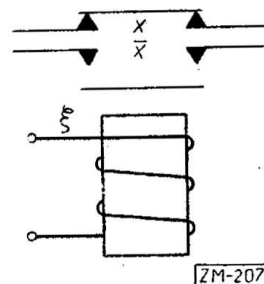
Uwagę sformułowaną wyżej możemy teraz wyrazić tak: *Wartość zmiennej w zależy nie tylko od aktualnych rozkazów, ale i od tego, jakie rozkazy je poprzedzały.*

§ 2. Układy przekaźnikowe z przekaźnikami o stykach idealnych. Celem naszym jest zaprojektować układ przekaźnikowo-stykowy, który by zapalał i gasił lampy według opisanego planu. Układ taki jest zbudowany z przekaźników stykowych składających się z elektromagnesu i urządzenia stykowego (rys. 2). W urządzeniu stykowym są styki dwojakiego rodzaju: styki zamknięcia i styki otwarcia. Gdy przez cewkę elektromagnesu prąd nie płynie, styki zamknięcia są otwarte, a styki otwar-

cia zamknięte. Gdy zaś przez cewkę elektromagnesu zacznie płynąć prąd, styki otwarcia otwierają się, a styki zamknięcia się zamykają. Na rysunku 3 widzimy nowe położenie przekaźnika z rysunku 2.



Rys. 2



Rys. 3

W układzie są również przyciski rozkazowe. Ich urządzenia stykowe są zaopatrzone w styki zamknięcia — otwarte w stanie spoczynku, a zamykające się przy naciśnięciu przycisku — oraz w styki otwarcia zachowujące się odwrotnie.

Przekaźnik, którego urządzenie stykowe może przyjmować tylko dwie pozycje: jedną, w której styki zamknięcia są otwarte, a styki otwarcia zamknięte, i drugą, w której na odwrót styki zamknięcia są zamknięte, a styki otwarcia otwarte, będziemy nazywali *przekaźnikiem o stykach idealnych*. Idealizacja polega na tym, że jeżeli urządzenie stykowe prawdziwego przekaźnika zmienia pozycję, to w pewnej chwili mogą być otwarte wszystkie styki. W dalszym ciągu będziemy mówili o przekaźnikach ze stykami idealnymi.

Przyporządkujemy stykom zamknięcia ustalonego przekaźnika X zmienną x , która przybiera wartość 1, gdy te styki są zamknięte, i wartość 0, gdy są otwarte. Podobnie stykom otwarcia przyporządkujemy zmienną \bar{x} , która przybiera wartość 0 lub 1 stosownie do tego, czy styki te są otwarte, czy zamknięte. Zmienna \bar{x} jest wtedy funkcją zmiennej x określoną za pomocą tabelki

$$(I) \quad \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 1 \\ \hline \bar{x} & 1 & 0 \end{array}$$

Tak więc pozycja styków przekaźnika o stykach idealnych jest scharakteryzowana przez wartość zmiennej x .

Jeżeli układ zawiera n przekaźników X, \dots, Z , to pozycje styków w tym układzie można opisać wartościami n zmiennych x, \dots, z , z których każda przybiera dwie wartości, 0 i 1. Zamiast mówić o n zmiennych x, \dots, z , możemy też mówić o jednej zmiennej $P = (x, \dots, z)$, która przybiera 2^n wartości ze zbioru L_2^n będącego iloczynem kartezyjskim n zbiorów dwuelementowych złożonych z 0 i 1.

Oprócz zmiennych x, \dots, z , opisujących pozycje styków w przełącznikach X, \dots, Z , przyporządkujemy jeszcze tym przełącznikom zmienne ξ, \dots, ζ , opisujące przepływ prądu w cewkach elektromagnesów tych przełączników. Zmienna przybiera wartość 0, gdy w cewce przełącznika X prąd nie płynie, a wartość 1, gdy w cewce przełącznika X prąd płynie.

To, czy przez cewkę przełącznika X prąd płynie czy nie, zależy od rozkazów α i β oraz od pozycji styków we wszystkich przełącznikach, a więc $\xi = f(\alpha, \beta, x, \dots, z)$. Funkcję f nazywa się *funkcją pracy przełącznika X* . Również pozostałe przełączniki mają swoje funkcje pracy.

Opiszemy teraz działanie układu. Zmienne występujące w naszych rozważaniach przybierają tylko dwie wartości. Wobec tego przyjmiemy naturalne założenie, że czas jest podzielony na przedziały elementarne $1, 2, \dots, N$, w których rozważane przez nas zmienne są stałe. Wartość zmiennej θ w przedziale N będziemy oznaczali przez θ_N .

W każdym przedziale czasowym przepływ prądu przez cewki przełączników jest wyznaczony przez funkcje pracy przełączników. Wyrażamy to przez następujący układ równań:

$$(II) \quad \xi_N = f(\alpha_N, \beta_N, x_N, \dots, z_N), \dots, \zeta_N = g(\alpha_N, \beta_N, x_N, \dots, z_N).$$

Gdy w cewce elektromagnesu zacznie płynąć prąd lub też gdy prąd zostanie przerwany, wówczas ze względu na bezwładność części mechanicznych pozycja styków zmieni się dopiero po chwili. Dlatego przyjmujemy, że jeśli w przedziale N przez cewkę przełącznika X płynie prąd, czyli jeśli $\xi_N = 1$, to w przedziale $N+1$ urządzenie stykowe pozostanie przyciągnięte, czyli będzie $x_{N+1} = 1$; jeśli zaś w przedziale N przez cewkę przełącznika X prąd nie płynie, czyli jeśli $\xi_N = 0$, to w przedziale $N+1$ urządzenie stykowe pozostanie nieprzyciągnięte, czyli będzie $x_{N+1} = 0$. Otrzymujemy więc równanie $x_{N+1} = \xi_N$, zwane *równaniem charakterystycznym* przełącznika o stykach idealnych. Równania takie są spełnione z założenia dla wszystkich przełączników:

$$(III) \quad x_{N+1} = \xi_N, \dots, z_{N+1} = \zeta_N.$$

Na mocy układu (III) możemy z (II) wyrugować zmienne ξ, \dots, ζ . Otrzymamy równania

$$(IV) \quad x_{N+1} = f(\alpha_N, \beta_N, x_N, \dots, z_N), \dots, z_{N+1} = g(\alpha_N, \beta_N, x_N, \dots, z_N),$$

zwane *równaniami rekurencyjnymi* układu przełącznikowo-stykowego. Równania (IV) możemy krótko napisać w postaci

$$(V) \quad P_{N+1} = F(\alpha_N, \beta_N, P_N),$$

traktując P jako zmienną przybierającą wartości z opisanego wyżej 2^n -elementowego zbioru L_2^n .

Wreszcie, wartość zmiennej w opisującej świecenie się lamp zależy od rozkazów α i β oraz od pozycji styków. Mamy więc

$$w_N = \varphi(\alpha_N, \beta_N, x_N, \dots, z_N)$$

lub krótko

$$(VI) \quad w_N = \Phi(\alpha_N, \beta_N, P_N).$$

Równanie (V) opisuje działanie przekaźników, a równanie (VI) opisuje pracę elementów wykonawczych, tj. lamp w naszym przykładzie.

§ 3. Dalsza formalizacja zadania. Obecnie przetłumaczymy postulaty przedstawione w § 1 a odnoszące się do działania lamp sygnałowych, na warunki nakładane na funkcje F i Φ .

Układ przekaźnikowo-stykowy ma położenie spoczynku P^0 , które zajmuje wtedy, gdy w pobliżu przejazdu nie ma pociągu, czyli gdy $\alpha = 0$ i $\beta = 0$. Żądamy, żeby położenie to było stabilne, to znaczy żeby nie ulegało zmianie, gdy rozkazy pozostają równe 0. Wobec (V) wyrażamy ten warunek tak:

$$(1) \quad F(0; 0, P^0) = P^0.$$

Gdy układ jest w położeniu P^0 i rozkazy są zerowe, lampy mają być zgaszone. Wobec (VI) znaczy to, że

$$(2) \quad \Phi(0, 0, P^0) = 0.$$

Kiedy pociąg nadjeżdża z lewej strony i lokomotywa wjeżdża na odcinek A , rozkazy brzmią: $\alpha = 1$, $\beta = 0$. Zastają one układ w położeniu P^0 . Spełniając te rozkazy układ zmienia położenie P^0 na ${}^*P^1$. Wobec (V) znaczy to, że

$$(3) \quad F(1, 0, P^0) = {}^*P^1.$$

Żądamy, żeby i to położenie było stabilne, a więc żeby było

$$(4) \quad F(1, 0, {}^*P^1) = {}^*P^1.$$

Jest dla nas obojętne, czy przy rozkazach $\alpha = 1$ i $\beta = 0$ i położeniu P^0 lampy będą się świeciły, czy też nie, ale po zmianie położenia układu na ${}^*P^1$ powinny się już świecić. Daje to warunek

$$(5) \quad \Phi(1, 0, {}^*P^1) = 1.$$

Kiedy lokomotywa minie przejazd i wjedzie na odcinek B , podczas gdy na odcinku A są jeszcze wagony, rozkazy brzmią: $\alpha = 1$, $\beta = 1$.

Zastają one układ w położeniu $*P^1$. Spełniając te rozkazy układ zmienia położenie z $*P^1$ na $*P^2$:

$$(6) \quad F(1, 1, *P^1) = *P^2.$$

Żądamy stabilności tego położenia:

$$(7) \quad F(1, 1, *P^2) = *P^2.$$

Podczas tej zmiany położenia układu lampy nie powinny zgasnąć i po tej zmianie powinny się nadal świecić. Daje to warunki

$$(8) \quad \Phi(1, 1, *P^1) = 1,$$

$$(9) \quad \Phi(1, 1, *P^2) = 1.$$

Kiedy ostatni wagon opuści już odcinek A , ale jest jeszcze na odcinku B , rozkazy brzmią: $\alpha = 0$, $\beta = 1$. Zastają one układ w położeniu $*P^2$. Spełniając te rozkazy układ zmienia położenie $*P^2$ na $*P^3$:

$$(10) \quad F(0, 1, *P^2) = *P^3.$$

Żądamy stabilności tego położenia:

$$(11) \quad F(0, 1, *P^3) = *P^3.$$

Jest dla nas obojętne, czy przy rozkazach $\alpha = 0$, $\beta = 1$ i położeniu $*P^2$ lampy będą się jeszcze świeciły, czy już nie, ale po zmianie położenia powinny już zgasnąć. Daje to warunek

$$(12) \quad \Phi(0, 1, *P^3) = 0.$$

Wreszcie gdy ostatni wagon opuści już odcinek B , rozkazy będą brzmiały: $\alpha = 0$, $\beta = 0$. Zastaną one układ w położeniu $*P^3$. Spełniając te rozkazy układ powinien wrócić do położenia spoczynku P^0 :

$$(13) \quad F(0, 0, *P^3) = P^0.$$

To, że przy rozkazach $\alpha = 0$ i $\beta = 0$ i położeniu P^0 lampy się nie świecą, wyraziliśmy już we wzorze (2). Dodajmy, że przy omawianej tu zmianie położenia lampy nie powinny się zaświecić. Daje to warunek

$$(14) \quad \Phi(0, 0, *P^3) = 0.$$

Opisaliśmy już działanie układu przy przejeździe pociągu od strony lewej do prawej. Gdy pociąg będzie przejeżdżał od strony prawej do lewej, rozkazy będą kolejno takie:

$$\alpha = 0, \beta = 1, \quad \alpha = 1, \beta = 1, \quad \alpha = 1, \beta = 0, \quad \alpha = 0, \beta = 0.$$

układu. Obecnie zajmujemy się pytaniem, ile różnych położeń jest niezbędnych do funkcjonowania układu. Być może, że niektóre z owych siedmiu położeń można zidentyfikować, a im mniej jest niezbędnych położeń, tym mniej trzeba przekaźników.

Przeprowadzimy to badanie opierając się na zasadzie, że jeśli wartości funkcji są różne, to argumenty muszą być różne.

Zacznijmy od funkcji Φ . Z równań (5) i (25) wnioskujemy, że musi być

$$(27) \quad *P^1 \neq **P^3.$$

Podobnie z (12) i (22) otrzymujemy

$$(28) \quad *P^3 \neq **P^1.$$

Nierówności (27) i (28) nazywamy *nierównościami podstawowymi*.

A teraz zajmijmy się funkcją F . Jej wartościami są położenia wprowadzone w § 3. Ponieważ, jak przypuszczamy, niektóre z tych położeń będzie można zidentyfikować, możemy tu za pomocą zasady różności argumentów przy różnych wartościach funkcji wywnioskować tylko pewne implikacje.

Z równań (3) i (19) wnioskujemy, że jeśli $*P^1 \neq **P^3$, to $P^0 \neq **P^2$. Napiszemy to tak:

$$(29) \quad (*P^1 \neq **P^3) \rightarrow (P^0 \neq **P^2).$$

Podobnie z równań (3) i (20) wnioskujemy, że

$$(30) \quad (*P^1 \neq **P^3) \rightarrow (P^0 \neq **P^3).$$

Równania (4) i (19) dają

$$(31) \quad (*P^1 \neq **P^3) \rightarrow (*P^1 \neq **P^2).$$

Równania (4) i (20) dają

$$(*P^1 \neq **P^3) \rightarrow (*P^1 \neq **P^3),$$

ale to jest implikacja tautologiczna. Takich implikacji nie będziemy dalej pisywali.

Równania (6) i (17), (6) i (18) oraz (7) i (17) dają

$$(32) \quad (*P^2 \neq **P^2) \rightarrow (*P^1 \neq **P^1),$$

$$(33) \quad (*P^2 \neq **P^2) \rightarrow (*P^1 \neq **P^2),$$

$$(34) \quad (*P^2 \neq **P^2) \rightarrow (*P^2 \neq **P^1).$$

Równania (10) i (15), (10) i (16) oraz (11) i (15) dają

$$(35) \quad (*P^3 \neq **P^1) \rightarrow (*P^2 \neq *P^0),$$

$$(36) \quad (*P^3 \neq **P^1) \rightarrow (*P^2 \neq **P^1),$$

$$(37) \quad (*P^3 \neq **P^1) \rightarrow (*P^3 \neq P^0).$$

Implikacje (29)-(37) nazywamy *implikacjami podstawowymi*.

Teraz z (27) i (29) wnosimy, że

$$(38) \quad P^0 \neq **P^2.$$

Podobnie z (27) i (30) oraz z (27) i (31) otrzymujemy nierówności

$$(39) \quad P^0 \neq **P^3,$$

$$(40) \quad P^1 \neq **P^2.$$

Wreszcie nierówność (28) i implikacje (35), (36) i (37) dają nierówności

$$(41) \quad *P^2 \neq P^0,$$

$$(42) \quad *P^2 \neq **P^1,$$

$$(43) \quad *P^3 \neq P^0.$$

Nierówności (38)-(43) nazywamy *nierównościami wyprowadzonymi*.

Implikacje (29)-(31) i (35)-(37) wykorzystaliśmy już przy wyprowadzaniu nierówności (38)-(43). Pozostaje nam teraz wyznaczyć najmniejszą liczbę położeń, dla których byłyby spełnione nierówności (27), (28) i (38)-(43) oraz implikacje (32)-(34). Łatwo zauważyć, że wystarczy przyjąć

$$(44) \quad P^0 = *P^1 = **P^1 \neq *P^2 = *P^3 = **P^2 = **P^3,$$

żeby te nierówności i implikacje były spełnione.

Widzimy więc, że w naszym przypadku wystarczą dwa różne położenia układu, a zatem wystarczy tylko jeden przekaźnik X . Możliwe są dwa rozwiązania. W pierwszym rozwiązaniu pozycji $x = 0$ przekaźnika przyporządkowujemy położenia $P^0 = *P^1 = **P^1$, a pozycji $x = 1$ położenia $*P^2 = *P^3 = **P^2 = **P^3$. W drugim rozwiązaniu bierzemy przyporządkowanie odwrotne. Oba przyporządkowania prowadzą do układów izomorficznych (zob. [8]).

A teraz mała dygresja. Zadanie wyznaczenia niezbędnej liczby położeń układu sprowadziliśmy tutaj do takiego zadania: Dany jest układ aksjomatów rachunku pozycyjnego z identycznością, z n zmiennymi rzeczywistymi i bez zmiennych pozornych, z pewną ilością aksjomatów postaci

$$x_p \neq x_q, \quad (x_i \neq x_j) \rightarrow (x_h \neq x_k)$$

dla pewnych wskaźników i, j, h, k, p, q ; należy zbudować model tego układu aksjomatów o najmniejszej ilości indywiduów. Zadanie to, rozwiązane poprzednio dla aksjomatów (27)-(37), można zawsze rozwiązać praktycznie przez skończoną liczbę prób (zob. [7]). Pożyteczne byłoby jednak mieć metodę systematycznego przeprowadzania takich prób.

Najmniejsza ilość indywiduów występująca w sformułowaniu zadania odpowiada najmniejszej ilości przekażników.

§ 5. Ustalenie funkcji pracy przekażnika i funkcji pracy lamp. Ponieważ w myśl § 4 wystarczy nam jeden przekażnik, więc układ równań (IV) zawiera tylko jedno równanie i możemy zamiast (V) napisać

$$(45) \quad x_{N+1} = f(a_N, \beta_N, x_N),$$

a zamiast (VI)

$$(46) \quad w_N = \varphi(a_N, \beta_N, x_N).$$

Opierając się na równościach § 3 i redukcji-zrobionej w § 4, możemy teraz wyznaczyć wartości funkcji f i φ .

Przyjmijmy pierwsze rozwiązanie, w którym pozycji $x = 0$ przekażnika odpowiadają położenia $P^0 = {}^*P^1 = {}^{**}P^1$. Równania (1), (3) i (4), (6) i (17), (7) i (18), (10) i (11), (13) i (21), (15) i (16), (19) i (20) dają dla funkcji f równości

$$(47) \quad f(0, 0, 0) = 0,$$

$$(48) \quad f(1, 0, 0) = 0,$$

$$(49) \quad f(1, 1, 0) = 1,$$

$$(50) \quad f(1, 1, 1) = 1,$$

$$(51) \quad f(0, 1, 1) = 1,$$

$$(52) \quad f(0, 0, 1) = 0,$$

$$(53) \quad f(0, 1, 0) = 0,$$

$$(54) \quad f(1, 0, 1) = 1.$$

Podobnie równania (2), (5), (8) i (23), (9) i (24), (12), (14) i (26), (22), (25) dają dla funkcji φ równości

$$(55) \quad \begin{aligned} \varphi(0, 0, 0) &= 0, & \varphi(0, 1, 1) &= 0, \\ \varphi(1, 0, 0) &= 1, & \varphi(0, 0, 1) &= 0, \\ \varphi(1, 1, 0) &= 1, & \varphi(0, 1, 0) &= 1, \\ \varphi(1, 1, 1) &= 1, & \varphi(1, 0, 1) &= 0. \end{aligned}$$

Przyjmijmy teraz drugie rozwiązanie, w którym pozycji $x = 0$ przekaźnika odpowiadają położenia $*P^2 = *P^3 = **P^2 = **P^3$. Zamiast równości (47)-(54) otrzymamy równości

$$(56) \quad \begin{aligned} f(0, 0, 1) &= 1, & f(0, 1, 0) &= 0, \\ f(1, 0, 1) &= 1, & f(0, 0, 0) &= 1, \\ f(1, 1, 1) &= 0, & f(0, 1, 1) &= 1, \\ f(1, 1, 0) &= 0, & f(1, 0, 0) &= 0. \end{aligned}$$

Równości (55) trzeba zaś będzie zastąpić przez następujące:

$$(57) \quad \begin{aligned} \varphi(0, 0, 1) &= 0, & \varphi(0, 1, 0) &= 0, \\ \varphi(1, 0, 1) &= 1, & \varphi(0, 0, 0) &= 0, \\ \varphi(1, 1, 1) &= 1, & \varphi(0, 1, 1) &= 1, \\ \varphi(1, 1, 0) &= 1, & \varphi(1, 0, 0) &= 0. \end{aligned}$$

Zauważmy jeszcze, że równania (47)-(54) określają funkcję pracy przekaźnika w układzie z jednym przekaźnikiem i dwoma rozkazami, który działa w myśl następujących warunków:

A. Jeśli rozkazy brzmią $\alpha = 0$ i $\beta = 0$, a urządzenie stykowe przekaźnika nie jest przyciągnięte, to pozostaje ono nadal nieprzyciągnięte.

B. Jeśli pojawia się rozkaz $\alpha = 1$ przy $\beta = 0$ lub rozkaz $\beta = 1$ przy $\alpha = 0$ i urządzenie stykowe nie jest przyciągnięte, to pozostaje ono nadal nieprzyciągnięte.

C. Jeśli pojawią się rozkazy $\alpha = 1$ i $\beta = 1$ w dowolnym porządku, to urządzenie stykowe zostanie przyciągnięte; pozostanie ono przyciągnięte, gdy potem jeden z rozkazów stanie się równy 0.

D. Jeśli oba rozkazy, mające pierwotne wartości 1, przyjmą w dowolnym porządku wartości 0, to urządzenie stykowe wróci do pozycji nieprzyciągniętej.

Zadanie zaprojektowania układu spełniającego warunki typu A, B, C, D nazywa się *syntezą układu o zadanych warunkach pracy przekaźników*. Zadanie takie można rozwiązać metodą opisaną w następnym paragrafie (zob. [9]-[13]).

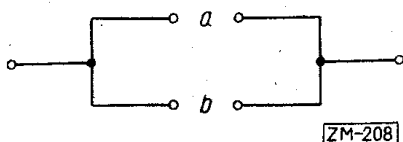
§ 6. Synteza układu zapalającego lampy sygnałowe. Aby rozwiązać zadanie syntezy układu zapalającego lampy sygnałowe, musimy zaprojektować dwa układy styków i połączeń: jeden, który by w zależności od rozkazów zmieniał pozycję urządzenia stykowego w przekaźniku X zgodnie z funkcją f , oraz związany z nim drugi układ, który by w zależności od rozkazów i pozycji urządzenia stykowego w przekaźniku

zapalał i gasił lampy zgodnie z funkcją φ . Zanim to zadanie rozwiążemy, musimy przypomnieć ideę zastosowania algebry Boole'a do badania układów przekaźnikowo-stykowych, rozwiniętą przez szkołę radziecką (zob. [1]-[4]).

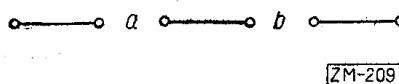
Przyporządkujemy każdemu stykowi A zmienną a , która przybiera wartość 0, gdy styk A jest otwarty, a wartość 1, gdy styk A jest zamknięty. Jeśli dwa styki A i B są połączone równoległe (rys. 4), to otrzymanemu układowi przyporządkowujemy funkcję $a+b$ określoną za pomocą tabelki

(VII)	+	0 1
	0	0 1
	1	1 1

Funkcja $a+b$ przybiera wartość 0 tylko wtedy, gdy $a=0$ i $b=0$, czyli wtedy, gdy oba styki A i B są otwarte; funkcja ta przedstawia więc



Rys. 4



Rys. 5

przewodność układu powstałego przez równoległe połączenie styków A i B .

W ten sam sposób układowi powstałemu przez szeregowe połączenie styków A i B (rys. 5) przyporządkowujemy funkcję $a \cdot b$, określoną za pomocą tabelki

(VIII)		0 1
	0	0 0
	1	0 1

Funkcja $a \cdot b$ przybiera wartość 1 tylko wtedy, gdy $a=1$ i $b=1$.

Zbiór L_2 , złożony z elementów 0 i 1, w którym są określone działania (VII) i (VIII) oraz (I), jest algebrą Boole'a. Można więc wyrazić strukturę układu przekaźnikowo-stykowego, w którym wszystkie połączenia są równoległe lub szeregowe⁽²⁾ (układ II), za pomocą wzoru strukturalnego w algebrze Boole'a L_2 .

⁽²⁾ Istnieją układy nie będące układami typu II (tzw. układy typu H). Przy badaniu takich układów używa się macierzy zbudowanych z elementów algebry Boole'a. Zajmowali się tym A. G. Łunc [14]-[16], M. L. Ozelin [17] i G. N. Powarow [18]-[19].

Metodę tą można zastosować nie tylko do styków w przekaźnikach, ale i do styków przyporządkowanych rozkazom.

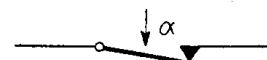
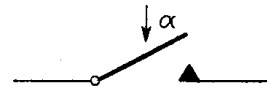
Rozkazy przekazuje się za pomocą przycisków. Są dwa rodzaje przycisków, zwierające i rozwierające. W przyciskach zwierających styk się zamyka, gdy przycisk zostanie naciśnięty (rys. 6). W przyciskach rozwierających przez naciśnięcie styk się otwiera (rys. 7).

Pierwsze scharakteryzowane są przez równość

$$(IX) \quad a = a,$$

drugie przez równość

$$(X) \quad a = \bar{a}.$$



ZM-210

Rys. 6 i 7

Dalej, każdą funkcję, której wartości i argumenty są elementami algebry Boole'a L_2 można przedstawić za pomocą wzoru strukturalnego w tej algebrze (zob. [20], [21], [22]). Tak np. każda funkcja trzech zmiennych jest postaci

$$\begin{aligned} f(\alpha, \beta, x) = & \alpha\beta x f(1, 1, 1) + \alpha\beta\bar{x} f(1, 1, 0) + \\ & + \alpha\bar{\beta}x f(1, 0, 1) + \alpha\bar{\beta}\bar{x} f(1, 0, 0) + \\ & + \bar{\alpha}\beta x f(0, 1, 1) + \bar{\alpha}\beta\bar{x} f(0, 1, 0) + \\ & + \bar{\alpha}\bar{\beta}x f(0, 0, 1) + \bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{x} f(0, 0, 0). \end{aligned}$$

Przyjmując pierwsze rozwiązanie z § 4 otrzymamy z równości (47)-(54) równość

$$f(\alpha, \beta, x) = \alpha\bar{\beta}\bar{x} + \alpha\beta x + \bar{\alpha}\beta x + \alpha\bar{\beta}x.$$

Po prostych przekształceniach otrzymujemy stąd

$$f(\alpha, \beta, x) = \alpha\beta + (\alpha + \beta)x.$$

Ale funkcja f jest funkcją pracy przekaźnika X , możemy więc napisać

$$(58) \quad \xi = \alpha\beta + (\alpha + \beta)x.$$

Podobnie na mocy równości (55) będziemy mieli

$$\varphi(\alpha, \beta, x) = \alpha\bar{\beta}\bar{x} + \alpha\bar{\beta}x + \alpha\beta x + \bar{\alpha}\beta\bar{x} = \alpha\beta + (\alpha + \beta)\bar{x},$$

ponieważ zaś funkcja φ jest funkcją pracy lamp, otrzymamy stąd

$$(59) \quad w = \alpha\beta + (\alpha + \beta)\bar{x}.$$

Jeśli przyciski rozkazowe są zwierające, to na mocy (IX) z wzorów (58) i (59) otrzymujemy

$$(60) \quad \xi = ab + (a + b)x, \quad w = ab + (a + b)\bar{x}.$$

Prowadzi to do układu przedstawionego na rysunku 8, na którym literą X oznaczono miejsce, gdzie ma być włączona cewka elektromagnesu przekąźnika X .

Gdyby przyciski rozkazowe były rozwierające, to wobec (X) otrzymalibyśmy z (58) i (59)

$$(61) \quad \xi = \bar{a}\bar{b} + (\bar{a} + \bar{b})x, \quad w = \bar{a}\bar{b} + (\bar{a} + \bar{b})\bar{x}.$$

Prowadzi to do układu przedstawionego na rysunku 9. Oba te układy są identyczne. Dla przykładu, gdyby $\alpha = 0$ i $\beta = 0$, to pozycje styków w obu układach byłyby takie, jak na rysunku 10.

Przyjmując drugie rozwiązanie z § 4, otrzymamy z równości (56) i (57)

$$\xi = \bar{a}\bar{\beta}x + a\bar{\beta}x + \bar{a}\bar{\beta}\bar{x} + \bar{a}\beta x, \quad w = a\bar{\beta}x + a\beta x + a\bar{\beta}\bar{x} + \bar{a}\beta x,$$

a więc

$$(62) \quad \xi = \bar{a}\bar{\beta} + (\bar{a} + \bar{\beta})x, \quad w = a\beta + (a + \beta)x.$$

Dla przycisków rozkazowych zwierających otrzymujemy stąd

$$\xi = \bar{a}\bar{b} + (\bar{a} + \bar{b})x, \quad w = ab + (a + b)x.$$

Prowadzi to do układu przedstawionego na rysunku 11.

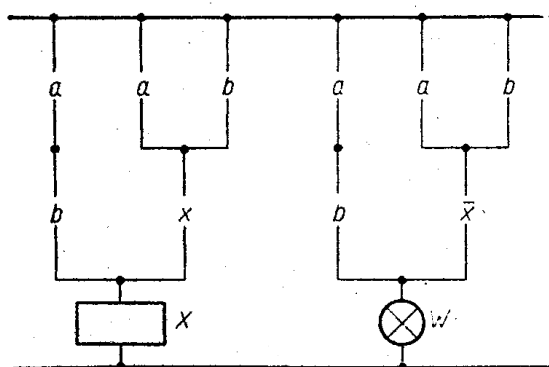
Dla przycisków rozkazowych rozwierających otrzymujemy

$$\xi = ab + (a + b)x, \quad w = \bar{a}\bar{b} + (\bar{a} + \bar{b})x.$$

Prowadzi to do układu przedstawionego na rysunku 12. Widzimy, że również te dwa układy są identyczne.

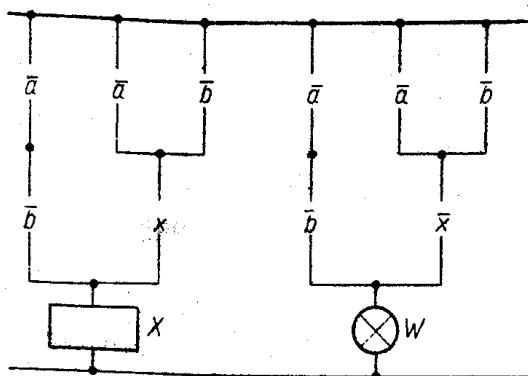
Można by jeszcze rozpatrzyć przypadek, gdy jeden przycisk rozkazowy jest zwierający, a drugi rozwierający. O wyborze jednego z rozwiązań decydują względy techniczne.

§ 7. Układy przekąźnikowe z przekąźnikami o stykach rzeczywistych. Opis styków podany w § 2 nie odpowiada rzeczywistości, ponieważ (jak wspominaliśmy w § 2) przy zmianie pozycji urządzenia stykowego w położeniu pośrednim otwarte są wszystkie styki, tak jak na rysunku 13b. Otóż w takim położeniu pośrednim urządzenia stykowego pewne obwody mogą zostać przerwane, w szczególności w cewce może przestać płynąć prąd i urządzenie stykowe po pozycji przedstawionej na rysunku 13a nie osiągnie pozycji przedstawionej na rysunku 13c (zob. [23]). Pokazuje to, że naszą teorię trzeba ulepszyć.



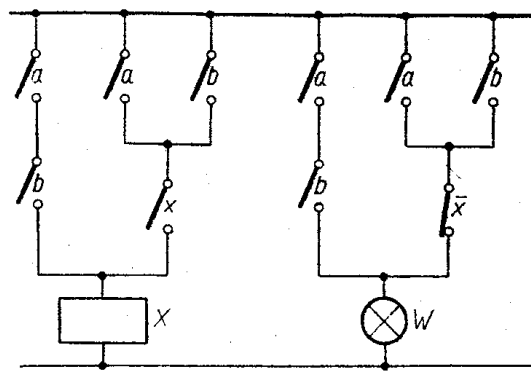
ZM-211

Rys. 8



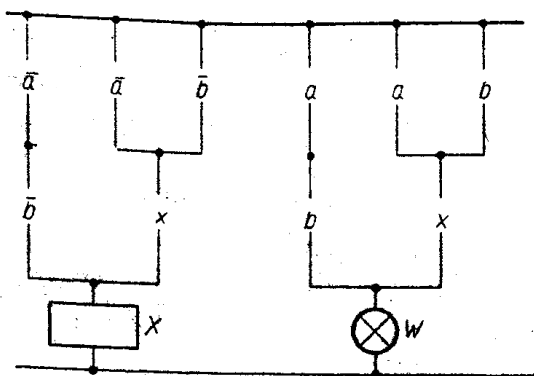
ZM-212

Rys. 9



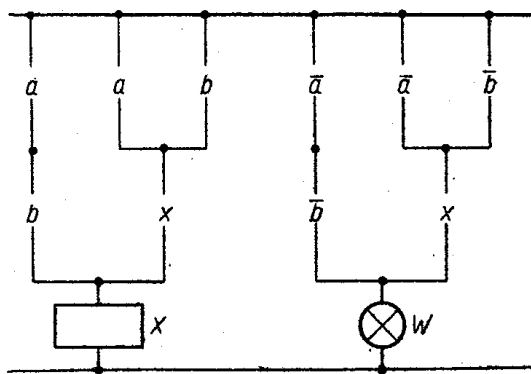
ZM-213

Rys. 10



ZM-214

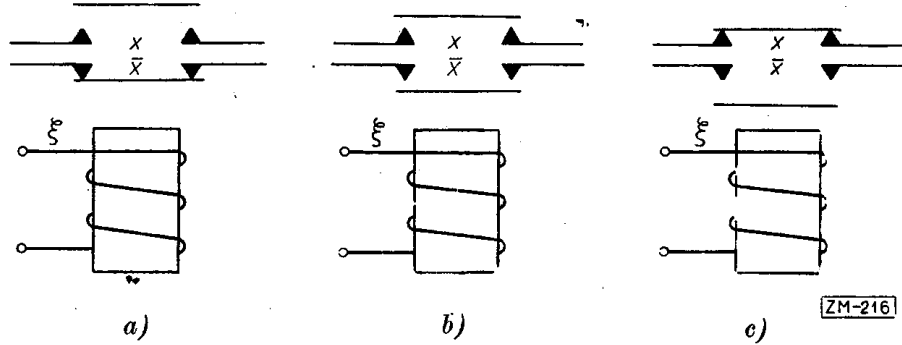
Rys. 11



ZM-215

Rys. 12

Zrobimy to w sposób następujący. Urządzenie stykowe w przekaźniku może mieć trzy pozycje: pozycję spoczynku (rys. 13a), pośrednią (rys. 13b) i przyciągniętą (rys. 13c). Przyporządkujemy stykom przekaźnika trzy zmienne x^+ , x^0 i x^- . Gdy urządzenie stykowe nie jest przyciągnięte, wtedy $x^+ = 0$, $x^0 = 0$ i $x^- = 1$. Gdy urządzenie stykowe



Rys. 13

jest w pozycji pośredniej, wtedy $x^+ = 0$, $x^0 = 1$, $x^- = 0$. Gdy urządzenie stykowe jest przyciągnięte, wtedy $x^+ = 1$, $x^0 = 0$, $x^- = 0$. Widać, że

$$(XI) \quad x^+ + x^0 + x^- = 1, \quad x^+ x^0 = x^+ x^- = x^0 x^- = 0.$$

Działanie przekaźnika opiszemy jak następuje: Jeśli w przedziale N czasu przez cewkę płynie prąd, czyli jeśli $\xi_N = 1$, to elektromagnes przyciąga urządzenie stykowe i przesuwa je z pozycji spoczynku w pozycję pośrednią lub też z pozycji pośredniej w pozycję przyciągniętą, jeśli zaś w przedziale N urządzenie było już w pozycji przyciągniętej, to nadal w niej pozostaje. Jeśli w przedziale N czasu przez cewkę elektromagnesu prąd nie płynie, czyli jeśli $\xi_N = 0$, to elektromagnes urządzenia stykowego nie przyciąga i wraca ono z pozycji przyciągniętej do pozycji pośredniej lub z pozycji pośredniej do pozycji spoczynku, jeśli zaś w przedziale N urządzenie stykowe było już w pozycji spoczynku, to nadal w niej pozostaje. Jest zatem

$$(XII) \quad x_{N+1}^+ = (x_N^+ + x_N^0) \xi_N, \quad x_{N+1}^0 = x_N^+ \xi_N + x_N^- \xi_N, \quad x_{N+1}^- = (x_N^0 + x_N^-) \xi_N.$$

Są to tzw. *równania charakterystyczne przekaźnika o stykach rzeczywistych*. Takimi równaniami zastąpimy równania charakterystyczne (III) przekaźników o stykach idealnych.

W przekaźnikach o stykach idealnych pozycje styków opisywaliśmy jedną zmienną x . Teraz będziemy je opisywali dwiema zmiennymi. Mianowicie stykom zamknięcia przyporządkujemy zmienną x^+ , a stykom otwarcia zmienną x^- . Wobec tego w funkcjach pracy argumenty x, \dots, z trzeba będzie zastąpić parami $x^+, x^-, \dots, z^+, z^-$. Na przykład funkcje pracy (60) przybiorą postać

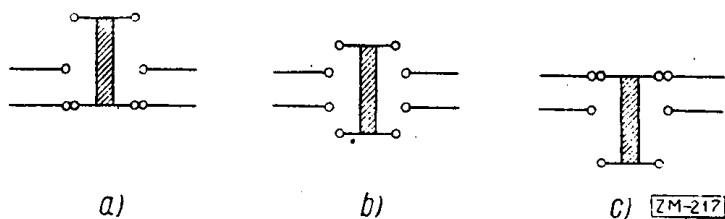
$$(63) \quad \xi = ab + (a+b)x^+, \quad w = ab + (a+b)x^-.$$

Mając równania charakterystyczne postaci (XII) dla wszystkich przekaźników oraz równania pracy

$$\xi = f(\alpha, \beta, x^+, x^-, \dots, z^+, z^-), \dots, \zeta = g(\alpha, \beta, x^+, x^-, \dots, z^+, z^-),$$

możemy ułożyć równania rekurencyjne analogiczne do równania (V) dla przekaźników oraz równania analogiczne do równania (VI) dla elementów wykonawczych.

Należy zauważyć, że także położenia pośrednie styków w przyciskach rozkazowych grają ważną rolę w pracy układu. Jeżeli na przykład



Rys. 14

naciśniemy przycisk taki, jak na rysunku 14a, to on, przechodząc z pozycji przedstawionej na rysunku 14a do pozycji przedstawionej na rysunku 14c, znajdzie się po drodze w pozycji pośredniej, przedstawionej na rysunku 14b, w której wszystkie styki są otwarte, to zaś może spowodować niepożądane przerwanie niektórych obwodów (zob. [23]).

Nasuwa się myśl, żeby zastąpić równania (IX) równaniami opisującymi lepiej działanie przycisków rozkazowych. Zauważmy jednak, że czas pośredni (tj. czas, w którym urządzenie stykowe znajduje się w pozycji pośredniej) jest znacznie dłuższy dla kontaktów rozkazowych niż dla przekaźników. Dlatego wolimy przeprowadzić oddzielnie dyskusję działania układu kontaktów rozkazowych w czasie pośrednim.

§ 8. Dokładniejsza dyskusja działania zaprojektowanych układów.

Rozważmy układ przedstawiony na rysunku 8 i przypuśćmy, że przekaźnik ma styki rzeczywiste. Równaniami rekurencyjnymi dla przekaźnika są wtedy:

$$x_{N+1}^+ = (x_N^+ + x_N^0) \xi_N, \quad x_{N+1}^0 = x_N^+ \bar{\xi}_N + x_N^- \xi_N, \quad x_{N+1}^- = (x_N^0 + x_N^-) \bar{\xi}_N.$$

Funkcjami pracy przekaźnika i lamp są:

$$\xi_N = a_N b_N + (a_N + b_N) x_N^+, \quad w_N = a_N b_N + (a_N + b_N) x_N^-.$$

Chcemy tu zanalizować działanie tego układu z uwzględnieniem czasów pośrednich dla przycisków rozkazowych. Dlatego będziemy odróżniali wartości zmiennych a i \bar{a} , b i \bar{b} dopuszczając ich jednocześnie zerowanie się.

Wyjdźmy z położenia spoczynku i nieobecności pociągu. Jest wtedy $x_N^+ = x_N^0 = a_N = b_N = 0$ i $x_N^- = \bar{a}_N = \bar{b}_N = 1$. Z równań pracy

otrzymujemy $\xi_N = 0$ i $w_N = 0$. Równania rekurencyjne przekąznika dają $x_{N+1}^+ = x_{N+1}^0 = 0$ i $x_{N+1}^- = 1$. A więc położenie spoczynku jest stabilne.

Rozpatrzmy teraz działanie układu przy przejeździe pociągu od strony lewej do prawej. Kolejne rozkazy będą wówczas brzmiały:

$$a = 1, \beta = 0, \quad a = 1, \beta = 1, \quad a = 0, \beta = 1, \quad a = 0, \beta = 0.$$

Uwzględniając pozycje pośrednie przycisków rozkazowych będziemy mieli taką kolejność pozycji styków w przyciskach rozkazowych:

$$(64) \quad \begin{array}{cccc} a = 0, & \bar{a} = 0, & b = 0, & \bar{b} = 1, \\ a = 1, & \bar{a} = 0, & b = 0, & \bar{b} = 1, \\ a = 1, & \bar{a} = 0, & b = 0, & \bar{b} = 0, \\ a = 1, & \bar{a} = 0, & b = 1, & \bar{b} = 0, \\ a = 0, & \bar{a} = 0, & b = 1, & \bar{b} = 0, \\ a = 0, & \bar{a} = 1, & b = 1, & \bar{b} = 0, \\ a = 0, & \bar{a} = 1, & b = 0, & \bar{b} = 0, \\ a = 0, & \bar{a} = 1, & b = 0, & \bar{b} = 1. \end{array}$$

Kolejne położenia układu i wynikające stąd świecenie się lamp podajemy w tablicy 1. Gwiazdkami w przedostatniej kolumnie oznaczono położenia stabilne.

TABLICA 1

	a	\bar{a}	b	\bar{b}	x^+	x^0	x^-	ξ		w
Położenie spoczynku	0	1	0	1	0	0	1	0	*	0
Wjazd pociągu na odcinek A	0	0	0	1	0	0	1	0	*	0
	1	0	0	1	0	0	1	0	*	1
Wjazd pociągu na odcinek B	1	0	0	0	0	0	1	0	*	1
	1	0	1	0	0	0	1	1		1
	1	0	1	0	0	1	0	1		1
	1	0	1	0	1	0	0	1	*	1
Pociąg jest na B, lecz już nie na A	0	0	1	0	1	0	0	1	*	0
	0	1	1	0	1	0	0	1	*	0
Wyjazd pociągu z odcinka B	0	1	0	0	1	0	0	0		0
	0	1	0	0	0	1	0	0		0
	0	1	0	0	0	0	1	0	*	0
	0	1	0	1	0	0	1	0	*	0

Widzimy, że układ wykonuje program z § 1.

Rozpatrzmy teraz układ przedstawiony na rysunku 11. Równaniami rekurencyjnymi dla przekaźnika są wtedy

$$x_{N+1}^+ = (x_N^+ + x_N^0) \xi_N, \quad x_{N+1}^0 = x_N^+ \bar{\xi}_N + x_N^- \xi_N, \quad x_{N+1}^- = (x_N^- + x_N^0) \bar{\xi}_N.$$

Funkcjami pracy przekaźnika i lamp są

$$\xi_N = \bar{a}_N \bar{b}_N + (\bar{a}_N + \bar{b}_N) x_N^+, \quad w_N = a_N b_N + (a + b) x_N^+.$$

Rozpatrzmy teraz działanie tego układu przy przejeździe pociągu od strony lewej do prawej, to znaczy dla ciągu (64) położeń styków rozkazowych. Kolejne położenia układu i wynikające stąd świecenie się lamp podajemy w tabelicy 2, w której, podobnie jak poprzednio, położenia stabilne oznaczono gwiazdkami w przedostatniej kolumnie.

TABLICA 2

	a	\bar{a}	b	\bar{b}	x^+	x^0	x^-	ξ	*	w
Położenie spoczynku	0	1	0	1	1	0	0	1	*	0
Wjazd pociągu na odcinek A	0	0	0	1	1	0	0	1	*	0
	1	0	0	1	1	0	0	1	*	1
Wjazd pociągu na odcinek B	1	0	0	0	1	0	0	0		1
	1	0	0	0	0	1	0	0		0
	1	0	0	0	0	0	1	0	*	0
	1	0	1	0	0	0	1	0	*	1
Pociąg jest na B , lecz już nie na A	0	0	1	0	0	0	1	0	*	0
	0	1	1	0	0	0	1	0	*	0
Wyjazd pociągu z odcinka B	0	1	0	0	0	0	1	0	*	0
	0	1	0	1	0	0	1	1		0
	0	1	0	1	0	1	0	1		0
	0	1	0	1	1	0	0	1	*	0

Widać, że nie tylko te dwa układy nie są identyczne, ale także że drugi z nich (rys. 11) nie wypełnia wymaganego programu: w czasie pośrednim przy wjeździe lokomotywy na odcinek B lampy gasną. Czas ten jest bardzo krótki. Względę praktyczne decydują, czy można się zgodzić na to miganie światła, czy też nie.

§ 9. Przekazniki trójpozycyjne. Możliwe jest użycie innych przekaźników niż opisane w § 2. Mogą to być na przykład przekaźniki trójpozycyjne (zob. [24]). W dalszym ciągu dla prostoty będziemy mówili

o przekaźnikach trójpozycyjnych ze stykami idealnymi. Położenie urządzenia stykowego jest opisane za pomocą zmiennej x . W przekaźniku takim (zob. rys. 15) są dwa elektromagnesy. Przekaźnik działa, z grubsza mówiąc, w ten sposób, że urządzenie stykowe dopóty nie zmienia pozycji, dopóki przez cewkę odpowiedniego elektromagnesu nie popłynie prąd. Niech ξ^1 i ξ^2 będą zmiennymi opisującymi przepływ prądu w cewkach elektromagnesów. Aby nastąpiła zmiana pozycji urządzenia stykowego, potrzeba więc, żeby $\xi^1 = 1$ lub $\xi^2 = 1$. Prąd nie może płynąć przez obie cewki równocześnie, mamy więc związek

$$(XIII) \quad \xi^1 \xi^2 = 0.$$

Jeśli w przedziale N czasu urządzenie stykowe jest w pozycji $x_N = 1$ i przez drugą cewkę nie płynie prąd, czyli jeśli $\xi_N^2 = 0$, to urządzenie stykowe nie zmienia pozycji i mamy $x_{N+1} = 1$, niezależnie od tego, czy $\xi_N^1 = 0$, czy $\xi_N^1 = 1$; jeśli zaś wtedy $\xi_N^2 = 1$, to $x_{N+1} = 0$. Podobnie jeśli w przedziale N czasu urządzenie stykowe jest w pozycji $x_N = 0$ i $\xi_N^1 = 0$, to $x_{N+1} = 0$; jeśli zaś $x_N = 0$ i $\xi_N^1 = 1$, to $x_{N+1} = 1$. To daje relację

$$x_{N+1} = x_N \xi_N^1 \bar{\xi}_N^2 + x_N \bar{\xi}_N^1 \xi_N^2 + \bar{x}_N \xi_N^1 \bar{\xi}_N^2.$$

Dodając do prawej strony wyraz $\bar{x}_N \xi_N^1 \xi_N^2$, który jest równy 0 na mocy (XIII), otrzymujemy po prostych przekształceniach związek

$$(XIV) \quad x_{N+1} = x_N \bar{\xi}_N^2 + \bar{x}_N \xi_N^1.$$

Jest to równanie charakterystyczne przekaźników trójpozycyjnych. Funkcje pracy przekaźników wynikają ze struktury układu.

Korzystając z równań charakterystycznych i funkcji pracy, możemy przeprowadzić analizę układu o przekaźnikach trójpozycyjnych.

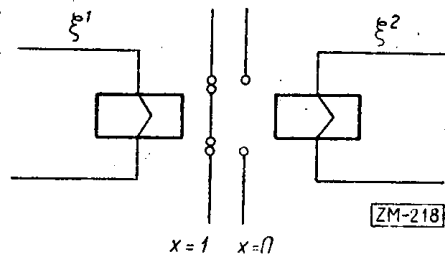
§ 10. Synteza układu o przekaźnikach trójpozycyjnych. Spróbujmy przeprowadzić syntezę układu o jednym przekaźniku trójpozycyjnym, który spełniałby warunki A, B, C i D z paragrafu 5. Należy więc znaleźć takie funkcje f i g , żeby równania

$$(65) \quad \xi^1 = f(a, \beta, x), \quad \xi^2 = g(a, \beta, x)$$

oraz równanie charakterystyczne (XIV) spełniały program zawarty w tych warunkach.

Warunek A jest spełniony, jeśli dla $a_N = \beta_N = x_N = 0$ funkcje ξ_N^1 i ξ_N^2 są takie, że $x_{N+1} = 0$. Równanie (XIV) daje $\xi_N^1 = 0$, podczas gdy ξ_N^2 może być równe 0 lub 1. Mamy stąd

$$(66) \quad f(0, 0, 0) = 0.$$



Rys. 15

Warunek B wymaga dwóch rzeczy: żeby zarówno przy $a_N = 1$, $\beta_N = x_N = 0$, jak i przy $\beta_N = 1$, $a_N = x_N = 0$ było $x_{N+1} = 0$. Wobec (XIV) daje to w obu przypadkach $\xi_N^1 = 0$, a więc

$$(67) \quad f(1, 0, 0) = 0,$$

$$(68) \quad f(0, 1, 0) = 0.$$

Rozważmy warunek C. Wymaga on przede wszystkim, żeby przy $a_N = \beta_N = 1$ i $x_N = 0$ było $x_{N+1} = 1$. Wobec (XIV) otrzymujemy stąd $\xi_N^1 = 1$, czyli

$$(69) \quad f(1, 1, 0) = 1.$$

Stąd wobec (XIII) otrzymujemy

$$(70) \quad g(1, 1, 0) = 0.$$

Warunek stabilności wymaga, żeby przy $a_N = \beta_N = x_N = 1$ było $x_{N+1} = 1$. Wobec (XIV) musi być wtedy $\xi_N^2 = 1$, czyli $\xi_N^1 = 0$, a więc

$$(71) \quad g(1, 1, 1) = 0.$$

Z kolei warunek C wymaga, żeby urządzenie stykowe pozostało w pozycji $x = 1$, gdy jeden z rozkazów stanie się zerem. Znaczący to, że ma być $x_{N+1} = 1$ zarówno wtedy, gdy $a_N = x_N = 1$ i $\beta_N = 0$, jak i wtedy, gdy $\beta_N = x_N = 1$ i $a_N = 0$. Stąd wobec (XIV) musi być w obu przypadkach $\xi_N^2 = 1$. Stąd

$$(72) \quad g(1, 0, 1) = 0,$$

$$(73) \quad g(0, 1, 1) = 0.$$

Warunek stabilności daje te same związki.

Wreszcie, warunek D wymaga, żeby urządzenie stykowe wróciło do pozycji $x = 0$, gdy oba rozkazy staną się zerami. Znaczący to, że ma być $x_{N+1} = 0$, gdy $a_N = \beta_N = 0$ i $x_N = 1$. Wobec (XIV) musi być wtedy $\xi_N^2 = 0$, czyli $\xi_N^1 = 1$. Stąd

$$(74) \quad g(0, 0, 1) = 1,$$

a wobec (XIII) także

$$(75) \quad f(0, 0, 1) = 0.$$

Równania (66)-(69) i (75) pokazują, że

$$f(a, \beta, x) = a\beta\bar{x} + \lambda_1 a\beta x + \lambda_2 a\beta\bar{x} + \lambda_3 a\beta x,$$

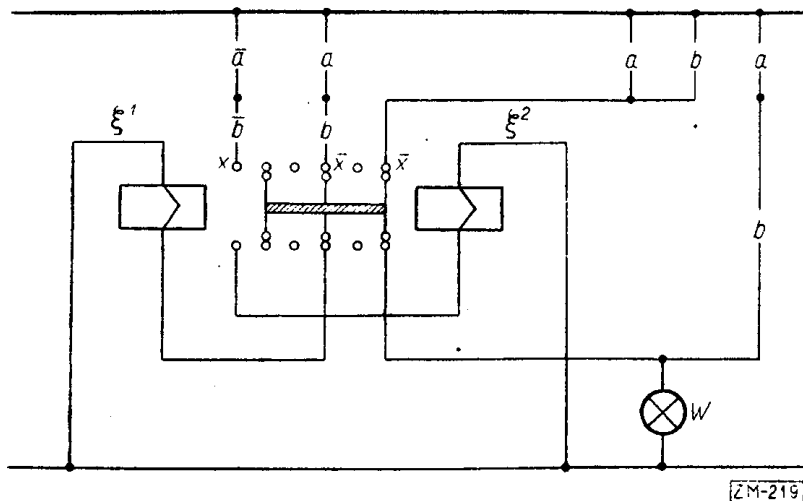
a równania (70)-(74), że

$$g(a, \beta, x) = a\beta x + \mu_1 a\beta\bar{x} + \mu_2 a\beta\bar{x} + \mu_3 a\beta\bar{x},$$

gdzie $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu_1, \mu_2, \mu_3$ są dowolnymi stałymi równymi 0 lub 1. Przyjmując $\lambda_1 = \dots = \mu_3 = 0$ i uwzględniając (IX) otrzymujemy stąd

$$\xi^1 = ab\bar{x}, \quad \xi^2 = \bar{a}bx.$$

Prowadzi to do układu przedstawionego na rysunku 16.



Rys. 16

Mówiliśmy tu o przekaźnikach ze stykami idealnymi. Można także badać rolę pozycji pośrednich (zob. [25]).

§ 11. Uwagi końcowe. Badano również przekaźniki spolaryzowane, w których urządzenie stykowe jest przyciągane lub odpychane w zależności od kierunku prądu przepływającego w cewce przekaźnika (zob. [26]-[29]) oraz przekaźniki o działaniu opóźnionym (zob. [30]-[33]).

Metoda stosowana w niniejszej pracy jest metodą algebry Boole'a. W badaniu układów z elementami prostowniczymi pojawia się automorfizm zbioru L_2^2 (zob. [34]-[35]).

Można stosować również inne metody, a mianowicie metodę pól Galois (zob. [8], [25], [29], [34]-[36]) i metodę logik wielowartościowych (zob. [37], por. także [38]).

Prace cytowane (*)

[1] M. A. Gawriłow, *Teorija rielejno-kontaktnych schiem*, Moskwa-Leningrad 1950.

[2] — *Relaischalstechnik für Starkstrom- und Schwachstromanlagen*, Berlin 1953.

[3] — *Teorie reléových kontaktových schemat*, Praha 1953.

(*) Prace rosyjskie cytujemy w transkrypcji, zgodnie ze spisem sporządzonym przez autora, gdyż część ich jest w Polsce niedostępna, co uniemożliwia przywrócenie pisowni oryginalnej.

Dla wygody Czytelników dołączamy tłumaczenie na język polski tytułów rumuńskich (*Redakcja*).

- [4] G. N. Powarow, *Spisok otieczestwiennoj litieratury po teorii rielejno-kontaktnych schiem za 1950-1954*, Awtomatika i tielemiechanika 16 (1955), str. 411.
- [5] Gr. C. Moisil, *Contribuții la teoria algebrică a mecanismelor automate (Przyczynek do algebraicznej teorii mechanizmów automatycznych)*, Academia R. P. R., Buletin științific, secția matematica fizica 7 (1955), str. 183.
- [6] Gh. Ioanin, *Asupra sintezei schemelor cu condiții de lucru date pentru elementele executive (O sintezie schematów z danymi warunkami pracy dla elementów wykonawczych)*, Comunicările Academiei R. P. R. 5 (1955), str. 985.
- [7] Gr. C. Moisil et Gh. Ioanin, *La synthèse des schémas à contacts et relais avec des conditions de travail données pour les éléments exécutifs*, Academia R. P. R., Revue de mathématique (w druku).
- [8] — *Teoria algebrică a funcționării în mai mulți timpi a schemelor cu contacte de rele cu două elemente intermediare (Algebraiczna teoria działania wielotaktowych schematów kontaktowo-przekaźnikowych o dwóch elementach pośrednich)*, Academia R. P. R., Filiala Cluj, Studii și cercetări științifice V. 3-4 (1954), str. 7.
- [9] Gr. C. Moisil, *Teoria algebrică a funcționării schemelor cu contacte de rele în mai mulți timpi (Algebraiczna teoria działania wielotaktowych schematów przekaźnikowych)*, Studii și cercetări matematiche. București, VI. 1-3 (1955), str. 7.
- [10] W. I. Szestakow, *Algebraičeskiĭ metod analiza awtonomnykh sistem dvuchpozicijnykh rele, I*, Awtomatika i telemiechanika XV. 2 (1954), str. 107.
- [11] — *Algebraičeskiĭ metod sintieza awtonomnykh sistem dvuchpozicijnykh rele, II*, Awtomatika i telemiechanika XV. 4 (1954), str. 310.
- [12] — *O priobrazovanii monocikliczeskoj posledovatelnosti w vozbratnu*, Doklady Akademii Nauk SSSR 98 (1954), str. 541.
- [13] — *Algebraičeskiĭ metod sintieza mnogotaktnykh relejnykh sistem*, Doklady Akademii Nauk SSSR 99.6 (1954), str. 987.
- [14] A. G. Luntz, *Priloženii matricznoj bulewoj algebry k analizu i sintiezu relejno-kontaktnykh schiem*, Doklady Akademii Nauk SSSR 70.3 (1950), str. 42.
- [15] — *Sintiez i analiz relejno-kontaktnykh schiem s pomoszczju charakteristiceskich funkcij*, Doklady Akademii Nauk SSSR 74.2 (1950), str. 201.
- [16] — *Algebraičeskiĭ metod analiza i sintieza kontaktnykh schiem*, Izwiestija Akademii Nauk, seria matematiczeskaja 16.5 (1952), str. 405.
- [17] M. L. Czetlin, *Primienienije matricznogo isczislenija k sintiezu relejno-kontaktnykh schiem*, Doklady Akademii Nauk SSSR 86.3 (1952), str. 525.
- [18] G. N. Powarow, *O sintiezie kontaktnykh mnogopoliusnikow*, Doklady Akademii Nauk SSSR 94.6 (1954), str. 1075; 96.6 (1956), str. 1084.
- [19] — *Matricznyje metody analiza rielejno-kontaktnykh schiem po usłowijam niesrabatywanija*, Awtomatika i tielemiechanika 15.4 (1954), str. 332.
- [20] W. Sierpiński, *Algèbre des ensembles*, Monografie Matematyczne XXIII, Warszawa 1951.
- [21] A. Mostowski, *Logika matematyczna*, Monografie Matematyczne XVIII, Warszawa 1948.
- [22] H. Greniewski, *Elementy logiki matematycznej*, Warszawa 1955.
- [23] Gr. C. Moisil, Gh. Ioanin, *Asupra funcționării schemelor cu butoni reali (O działaniu schematów z przyciskami rzeczywistymi)*, Academia R. P. R., Buletin științific seria matematica-fizica, t. VII, nr 1, Ianuarie-Martie 1955, str. 33.
- [24] Gr. C. Moisil, *Ecuațiile caracteristice ale unui releu (Równania charakterystyczne przekaźnika)*, Academia R. P. R. Cluj, Studii și cercetări științifice, VI. 3-4 (1955).
- [25] — *Intrebuințarea imaginarelor lui Galois în teoria mecanismelor automate, VIII. Relee basculante reale (Zastosowanie ciał skończonych Galois w teorii mechani-*

zmów automatycznych, VIII. Przekazniki dwuznaczeniowe rzeczywiste), Comunicările Academiei R. P. R. 1956 (w druku).

[26] — *Intrebuințarea imaginarelor lui Galois în teoria mecanismelor automate. III. Scheme cu relee polarizate (Zastosowanie ciał skończonych Galois w teorii mechanizmów automatycznych, III. Schematy o przekaznikach spolaryzowanych)*. Comunicările Academiei R. P. R. 5 (1955), str. 959.

[27] — *Sur la théorie algébrique des mécanismes automatiques. Synthèse des schémas à relais polarisés*. Communication présentée au Congrès de Dresde en novembre 1955.

[28] — *Sur la synthèse des schémas à relais polarisés*, Izvestiya na matematičeski Institut de Sofia (w druku).

[29] — *Intrebuințarea imaginarelor lui Galois în teoria mecanismelor automate IV. O teorie trivalentă a releelor polarizate, VII. Relee polarizate reale (Zastosowanie ciał skończonych Galois w teorii mechanizmów automatycznych IV. Teoria trójwartościowa przekazników spolaryzowanych VII. Przekazniki spolaryzowane rzeczywiste)* (w druku).

[30] Gh. Ioanin, *Metoda schemelor echivalente în studiul releelor temporizate (Metoda schematów równoważnych w badaniu przekazników z opóźnieniem)*, Comunicările Academiei R. P. R. 5.6 (1955), str. 921.

[31] Gr. C. Moisil, *Observații asupra notei „Metoda schemelor echivalente în studiul releelor temporizate” (Uwagi do noty „Metoda schematów równoważnych w badaniu przekazników z opóźnieniem)*, Comunicările Academiei R. P. R. 5.6 (1955), str. 933.

[32] M. Nedelcu, *Analiza unor scheme cu relee temporizate (Analiza pewnych schematów przekaznikowych z opóźnieniem)*, Academia R. P. R. Buletin științific. secția matematica-fizica 7.1 (1955), str. 19.

[33] — *Considérations sur certains schémas à relais temporisés et à relais d'intensité*, Academia R. P. R., Revue de mathématiques (w druku).

[34] Gr. C. Moisil, *Intrebuințarea imaginarelor lui Galois în teoria mecanismelor automate. I. Asupra schemelor cu elemente ventil (Zastosowanie ciał skończonych Galois w teorii mechanizmów automatycznych. Cz. I. O schematach z prostownikami)*. Comunicările Academiei R. P. R. 4. 11-12 (1954), str. 581.

[35] — *Algebra schemelor cu elemente ventil (Algebra schematów z prostownikami)*, Revista Universității C. I. Parhon și a Politehnicii din București 4-5 (1954), str. 9.

[36] D. Vaida, *Intrebuințarea imaginarelor lui Galois în teoria mecanismelor automate, VI, Clasificarea evoluțiilor schemelor cu două elemente intermediare (Zastosowanie ciał skończonych Galois w teorii mechanizmów automatycznych. Cz. VI. Klasyfikacja rozwoju schematów o dwóch elementach pośrednich)*, Comunicările Academiei R. P. R. 6 (1956), (w druku).

[37] M. Greniewski, Gr. C. Moisil, *Intrebuințarea logicelor trivalente în teoria mecanismelor automate. I. Realizarea prin circuite a funcțiilor fundamentale. II. Ecuațiile caracteristice ale unui relee polarizat (Zastosowanie logik trójwartościowych w teorii mechanizmów automatycznych. I. Realizacja za pomocą obwodów funkcji podstawowych. Równania charakterystyczne przekazników spolaryzowanych)*, Comunicările Academiei R. P. R. 6 (1956), (w druku).

[38] H. Rohleder, *Der dreiwertige Aussagenkalkül der theoretischen Logik und seine Anwendung zur Beschreibung von Schaltungen, die aus Elementen mit zwei Zuständen bestehen*, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik 34. 3-4 (1954).

ГР. Ц. МОНСИЛЬ (Бухарест)

ОЧЕРК ПО АЛГЕБРЕ АВТОМАТИЧЕСКИХ
РЕЛЕЙНО-КОНТАКТНЫХ СИСТЕМ

РЕЗЮМЕ

В настоящей работе автор показывает на примере результаты исследований проведенных в Бухаресте. Примером является синтез релейно-контактного механизма, сигнализирующего приближение поезда.

Анализируя такой механизм, автор вводит в § 2 для каждого реле два переменные. Переменная ξ принимает значение 1, когда ток проходит через обмотку реле, и значение 0, когда не проходит. Переменная x принимает значение 1, когда замыкающие контакты замкнуты, и значение 0, когда они разомкнуты. Переменная \bar{x} соответствует размыкающим контактам и зависит от x согласно (I).

Для каждого реле переменное ξ является функцией переменных x, \dots, z , соответствующих контактам реле, и переменных a, β , соответствующих командам: $a = 1$, когда на отрезке A пути есть вагоны, $a = 0$ в противном случае; подобным образом определено β . Таким образом получается система уравнений (II); f, \dots, g — функции работы реле. Индекс N относится к N -му промежутку времени.

Поскольку действие тока на контакты обнаруживается после некоторого времени, верны характеристические уравнения идеальных реле.

После исключения переменных ξ, \dots, ζ , соответствующих токам, получаем систему рекурсивных уравнений (IV). Введением переменного $P = (x, \dots, z)$ эта система переводится в (V).

Теперь ставится в соответствие с лампочкой переменное w , которое принимает значение 1, когда лампочка горит, и значение 0, когда не горит; w является функцией переменных a, β , соответствующих командам, и переменных x, \dots, z , соответствующих контактам реле.

В § 3 формализуются дальнейшие условия действия.

Контактам реле ставится в соответствие функция P^0 , когда поезд находится далеко ($a = \beta = 0$); функция P^0 устойчива, как видно из уравнения (1). Лампочка тогда не горит — уравнение (2).

Паровоз въезжающий на отрезок A с левой стороны ($a = 1, \beta = 0$), находит контакты в положении P^0 . Теперь принимают они положение $*P^1$; имеет место уравнение (3); положение $*P^1$ устойчиво — уравнение (4).

Описывая далее действие устройства получаем систему уравнений (5)-(14). Когда паровоз приезжает с правой стороны, получаем систему уравнений (15)-(26).

В § 4 задача синтеза устройства, удовлетворяющего данным условиям работы, наложенным на исполнительные элементы, сводится к задаче синтеза по условиям, наложенным на реле.

Потом находится наименьшее число реле по следующему методу. Сначала находим *основные неравенства*. Например из (5) и (25) следует (27), из (12) и (22) следует (28). Теперь ищем основные импликации, например (3) и (19) дают (29). Таким образом приходим к (29)-(37).

Основные неравенства вместе с основными импликациями дают *выведенные неравенства* (38)-(43). Например (27) и (29) дают (38).

Оказывается, что неравенства (27), (28), (38)-(43) могут быть удовлетворены посредством (44), следовательно при помощи одного реле с двумя поло-

жениями. Имеем здесь два решения в зависимости от того, каково P^0 : $x = 0$ или $x = 1$.

В § 5 исследован вопрос синтеза по условиям, наложенным на реле. Неизвестная функция рекурсивного уравнения (45) должна удовлетворять условиям (47)-(54), а функция работы лампочки должна удовлетворять условию (55).

В § 6 автор напоминает основы метода Шестакова и Гаврилова, которые применяют булеву алгебру к схеме Π с параллельными или последовательными соединениями. Действие „+”, определённое через (VII), соответствует параллельному соединению, действие „·”, определённое через (VIII), соответствует последовательному соединению. Команда передается при помощи замыкающего или размыкающего ключа, (IX) или (X).

В § 6 автор разлагает известным образом булеву функцию и приходит к определению функций f и φ (уравнения (59) и (60)). Если командные ключи замыкающие, то функции f и φ даны формулой (60), если размыкающие, то функции эти даны формулой (61). Так приходим к схемам представленным на рисунках 8 и 9.

В §§ 7 и 8 автор исследует случай реле, в которых нужно учитывать промежуточное время (рис. 13).

В §§ 9-10 исследуются трехпозиционных реле. Соответствующая схема дана на рисунке 16.

В § 11 упоминаются другие проблемы исследуемые в бухарестском центре.

GR. C. MOISIL (Bucuresti)

*OUTLINE OF THE ALGEBRA OF AUTOMATIC
RELAY-CONTACT SYSTEMS*

SUMMARY

In the present paper the author shows on an example the results of investigations carried out in Bucarest. The example is the synthesis of a *relay-contact mechanism* which signalizes the approach of a train.

Analysing such a mechanism the author introduces in § 2 two bi-valued variables for each relay: the variable $\bar{\xi}$ assumes the value 1 if the current flows through the coil of the relay and the value 0 if the current does not flow. The variable x assumes the value 1 if the closing contacts are closed, and 0 if they are open; the variable \bar{x} is associated with the opening contacts and depends on x in the manner defined by (I).

For each relay the corresponding variable $\bar{\xi}$ is a function of the variables x, \dots, z associated with the contacts of the relay and of the variables α, β associated with the orders: $\alpha = 1$ if there are carriages on the segment A (fig. 1) and $\alpha = 0$ in the contrary case; a similar definition is valid for β . In this way we obtain the system of equations (II); f, \dots, g are the functions of work of the relay. The index N refers to the N -th time interval.

Since the action of the current upon the contacts is felt after a certain time, the characteristic equations of ideal relays are valid.

Eliminating the variables ξ, \dots, ζ associated with the currents we obtain a system of recurrence equations (IV). Introducing the variable $P = (x, \dots, z)$ we convert this system into (V).

Now we shall associate with a bulb a variable w which assumes the value 1 when the bulb is shining and 0 when it is extinguished; w is a function of the variables α, β

associated with the orders and of the variables x, \dots, z associated with the contacts of the relay.

In § 3 the operation conditions are formalized.

A function P^0 is assigned to the contacts of the relay when the train is far ($\alpha = \beta = 0$); the function P^0 is stable as shown by equation (1). The bulb is then extinguished — equation (2).

The engine coming upon the segment A from the left ($\alpha = 1, \beta = 0$) finds the contacts in the position P^0 . Now they take up the position $*P^1$ and thus equation (3) holds; position $*P^1$ is stable — equation (4).

Continuing to describe the action of the installation we obtain the system of equations (5)-(14). Now if the train comes up from the right we obtain the system of equations (15)-(26).

In § 4 the problem of synthesis satisfying the required work conditions imposed upon the operating elements is reduced to the problem of synthesis according to the conditions imposed upon the relays.

Then the least number of relays is determined by the following method. To begin with, the *basic inequalities* are determined; *e. g.*, (5) and (25) imply (27); (12) and (22) imply (28).

The *basic implications* are sought next: *e. g.*, (3) and (19) give (29). In this way we obtain (29)-(37).

The basic inequalities and the basic implications jointly give the *deduced inequalities* (38)-(43). *E. g.*, (27) and (29) give (38).

It turns out that it is possible to satisfy inequalities (27), (28), (38)-(43) by means of (44), *i. e.*, by means of one relay with two positions. We have here two solutions according to whether the position P^0 is $x = 0$ or $x = 1$.

In § 5 the problem of synthesis according to the conditions imposed upon the relays is investigated. The unknown function f of the recurrence equation (45) should satisfy conditions (47)-(54) and the work function of the bulb should satisfy conditions (55). In § 6 the author recalls the principle of the method of Shestakov and Gavrilov, who apply Boolean algebras to the schema II with connections in series or in parallel. The operation „+” defined by (VII) corresponds to the parallel connection, the operation „.” defined by (VIII) corresponds to the connection in series. The order is given by means of a closing switch (IX) or an opening switch (X).

In § 6 the author develops in a known manner the Boolean function and obtains the definition of functions f (equations (59) and (60)) and φ . If the order switches are closing ones, then f and φ are given by (60); if the switches are opening ones, then f and φ are given by (61). In this way the schemes in figures 8 and 9 are obtained.

In §§ 7 and 8 the author investigates the case of relays in which the intermediate time (fig. 13) must be considered.

In §§ 9 and 10 three-position switches are investigated. The corresponding scheme is shown in fig. 16.

In § 11 the author mentions other problems investigated in Bucarest.