

J. ODERFELD (Warszawa)

*O AUTOMATYZACJI OBLICZEŃ  
W STATYSTYCZNEJ KONTROLI JAKOŚCI*

Jedną z zalet statystycznej kontroli jakości (SKJ) jest znaczne obniżenie kosztów w porównaniu z kontrolą stuprocentową. Jeśli wprowadzanie SKJ do fabryk idzie opornie, to między innymi przez obawę personelu fabrycznego przed obliczeniami, niezbędnymi przy niektórych metodach SKJ. Wprawdzie celowo rozwinięte metody matematyczne sprowadziły obliczenia w czasie kontroli do najprostszej arytmetyki, jednakże dalsza redukcja wydaje się możliwa przy użyciu przyrządów, które w niektórych przypadkach mogą być bardzo proste. W niniejszej notatce omawiamy dla przykładu dwa takie urządzenia. Nie jest nam wiadome, żeby były dotąd zaproponowane i opisane.

**1. Bieżąca kontrola średnicy wałków**

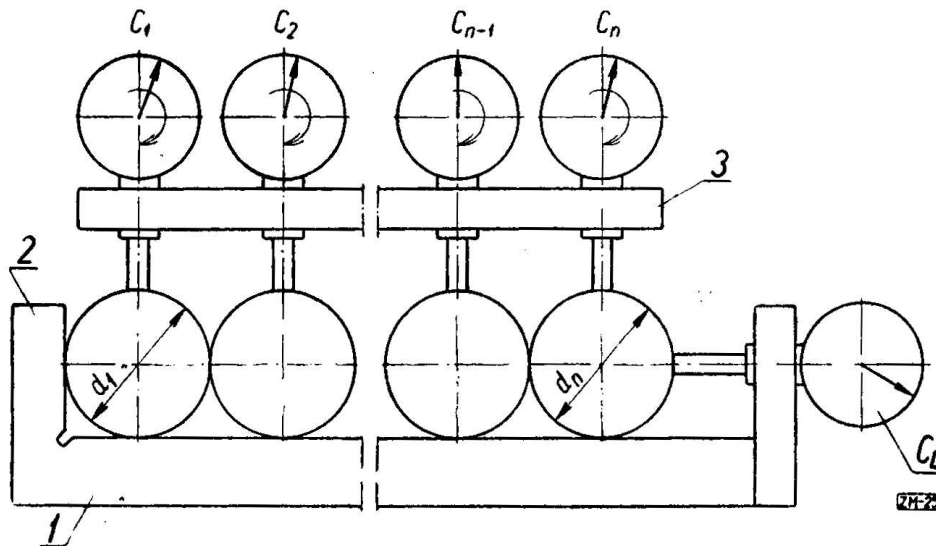
Wielkością kontrolowaną jest średnica wałka wykonywanego na przykład przez toczenie lub szlifowanie. Jak wiadomo, jedną z najprostszych form kontroli bieżącej jest wtedy „karta średniej i rozstępu”. Pobiera się z produkcji bieżącej próbkę o licznosci  $n$ , mierzy się średnicę każdego wałka, oblicza średnią  $\bar{X}$  z próbki i rozstęp  $R$ , czyli różnicę między największym a najmniejszym wynikiem pomiaru. Wielkości  $\bar{X}$  i  $R$  zaznacza się punktami na wykresie zaopatrzonym w linie kontrolne dla  $\bar{X}$  i dla  $R$ . Produkcję uważamy za uregulowaną, jeśli żaden z punktów nie wykracza poza linie kontrolne.

Przeciw tej metodzie można wysunąć dwa zastrzeżenia. Po pierwsze obliczanie  $\bar{X}$  wymaga pewnych rachunków, np. wykonania działań w rodzaju  $\bar{X} = 0,2 (39,96 + 39,99 + 39,97 + 39,97 + 39,96)$ . Po drugie obliczenie rozstępu bywa obarczone jednokierunkowym błędem (zawsze zmniejszającym wynik), jeśli przeoczymy

największą lub najmniejszą z liczb zmierzonych. O omyłkę taką tym łatwiej, im  $n$  jest większe. Dlatego praktycy zalecają stosowanie karty „ $\bar{X} - R$ ” tylko dla próbek o liczności nie większej od 8 (wyjątkowo 10), najczęściej zaś 4 lub 5. Drugim powodem tego ograniczenia jest chęć zaoszczędzenia na czasie pomiaru. W rezultacie świadomie ograniczamy moc testu zależną od liczności próbki.

Podobne uwagi stosują się do wielu innych kart kontrolnych opartych na teorii próbki uporządkowanej, a więc rejestrujących na przykład największy lub najmniejszy wynik lub największe lub najmniejsze odchylenie od średniej w próbce.

W świetle tych rozważań celowe wydaje się urządzenie, które opisujemy poniżej. Czyni ono zbędnymi wszelkie obliczenia i nie ogranicza liczności próbki.



Rys. 1

Urządzenie (rysunek 1) składa się z kątownika o ramionach 1 i 2, do którego jest umocowany czujnik zegarkowy  $C_L$ , i poprzeczki 3 z czujnikami od  $C_1$  do  $C_n$ . Wszystkie wałki próbne układamy na ramieniu 1 i dosuwamy do oporowego ramienia 2. Czujnik  $C_L$ , ustawiony podług wzorca na zero, pokaże od razu sumę wszystkich średnic  $L = \sum_1^n d_i = n\bar{X}$ . Pomiar ten jest obarczony pewnym — znikomo małym zresztą — błędem systematycznym, który omówimy osobno.

Czujniki od  $C_1$  do  $C_n$  są tak ustawione, że gdy nie stykają się z wałkami, to

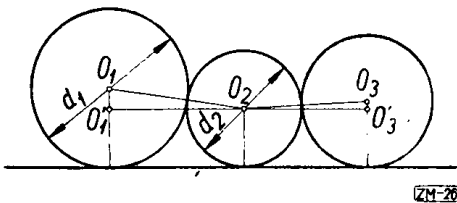
1° wszystkie końcówki czujników są na jednej wysokości nad kątownikiem 1,

2° wszystkie wskazówki są pionowe i stoją na zerach.

Poprzeczka czujników może się poruszać równoległe w górę i w dół, ściślej mówiąc, wzdłuż linii prostopadłej do dłuższego ramienia kątownika 1. Gdy poprzeczkę opuścimy aż do zetknięcia się czujników z wałkami, to najpierw zacznie się poruszać wskazówka tego czujnika (oznaczymy go  $C_{\max}$ ), który jest nad najgrubszym wałkiem; ostatnia poruszy się wskazówka tego czujnika (oznaczymy go  $C_{\min}$ ), która jest ponad najcieńszym wałkiem. Unosząc teraz lekko poprzeczkę 3 ku górze, sprowadzamy do zera wskazanie czujnika  $C_{\min}$  i odczytujemy wskazanie czujnika  $C_{\max}$ , równe różnicy  $R$ . Wielkość  $R$  nadaje się od razu do rejestracji na karcie kontrolnej.

Jeśli zgodzimy się zamiast  $\bar{X}$  zarejestrować  $L$  (przy zastosowaniu odpowiednich linii kontrolnych), to przy użyciu opisanego urządzenia otrzymamy wszystkie wielkości do rejestracji bez jakichkolwiek obliczeń.

Pozostaje do omówienia sprawa błędu systematycznego, o której wspomnieliśmy. Źródłem tego błędu jest geometria styku wałków.



Rys. 2

Sytuację pokazano na rysunku 2, oczywiście przejaskrawiając sytuację. Mianowicie w opisanym urządzeniu każda para wałków wnosi do sumy  $L$  aport w postaci  $O'_1O_2$  zamiast  $O_1O_2$ .

Różnica  $\Delta l = O_1O_2 - O'_1O_2$  jest błędem jednokierunkowym.

Z rysunku 2 znajdujemy natychmiast, że

$$(1) \quad \begin{aligned} \Delta l &= \frac{1}{2} \left( d_1 + d_2 - \sqrt{(d_1 + d_2)^2 - (d_1 - d_2)^2} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left( d_1 + d_2 - 2\sqrt{d_1 d_2} \right) = \frac{1}{2} \left( \sqrt{d_1} - \sqrt{d_2} \right)^2. \end{aligned}$$

Jeśli  $\Delta d$  oznacza największe praktyczne odchylenie średnicy od średniej  $d_0$  w populacji generalnej wałków, to

$$\Delta l_{\max} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{d_0 + \Delta d} - \sqrt{d_0 - \Delta d} \right)^2.$$

Rozwijając pierwiastki na szeregi otrzymujemy w przybliżeniu

$$(2) \quad \Delta l_{\max} = \frac{\Delta d^2}{2d_0}.$$

Gdyby  $n$  wałków ułożyło się w możliwie najniekorzystniejszy sposób, to znaczy tak, że na przemian leżałyby wałki o średnicy  $d_0 + \Delta d$  z wałkami o średnicy  $d_0 - \Delta d$ , to otrzymalibyśmy dla błędu wskazań czujnika  $C_L$

$$(3) \quad \Delta L_{\max} = \frac{n-1}{2} \cdot \frac{\Delta d^2}{d_0},$$

czemu odpowiada największy praktyczny błąd pomiaru średniej  $\bar{x}$

$$(4) \quad \Delta \bar{x}_{\max} = \frac{n-1}{2n} \cdot \frac{\Delta d^2}{d_0}.$$

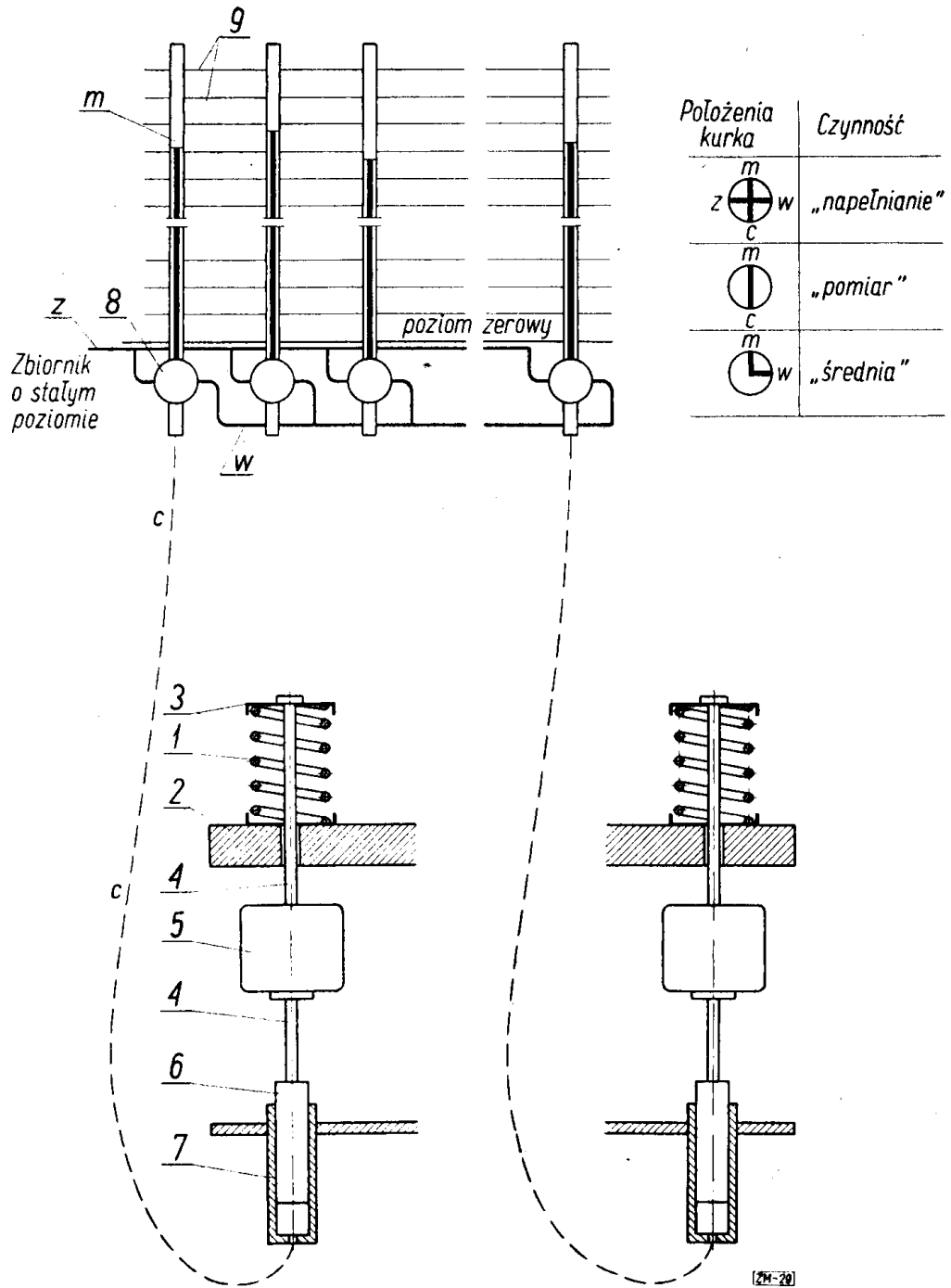
Jest to wielkość bardzo mała. Na przykład przy toczeniu na automacie możemy się spodziewać  $\Delta d = 0,1$  mm przy  $d_0 = 5$  mm, z czego przy  $n = 10$  wynika  $\Delta \bar{x}_{\max} = 0,001$  mm. Znikoma wielkość tego wyniku usprawiedliwia prymitywną metodę obliczenia błędu z pominięciem poprawnych sposobów probabilistycznych.

Na zakończenie zauważymy, że opisane urządzenie nadaje się tylko do wałków krótkich. Przy długich należałoby zanalizować błędy spowodowane przez stożkowatość wałków i krzywiznę ich osi.

## 2. Bieżąca kontrola podatności sprężyny

Pomysł opisany w poprzednim rozdziale można łatwo przenieść do dziedzin innych niż pomiar średnic. Jako przykład podamy zastosowanie go do bieżącej kontroli sprężyn wytwarzanych masowo. Wielkością mierzoną jest podatność  $K$  sprężyny, to znaczy stosunek jej ugięcia do siły. Długości sprężyn w stanie wolnym są praktycznie jednakowe. Schemat urządzenia pokazano na rysunku 3.

Pobieramy próbkę złożoną z  $n$  sprężyn. Każdą z nich umieszczamy (w miejscu 1) między płytą 2 a talerzykiem 3. Do talerzyka jest przymocowane ciężko 4, które można obciążać ciężarem 5 (jednakowym dla wszystkich sprężyn) i które u dołu łączy się z tłocz-



Rys. 3

kiem 6 cylinderka manometrycznego 7. Od cylinderka prowadzi przewód  $c$  przez kurek sterujący 8 do rurki manometrycznej  $m$ . Wszystkie kurki 8 są połączone z przewodem  $z$ , który prowadzi do zbiornika o stałym poziomie i z przewodem wyrównawczym  $w$ . Wszystkie kurki 8 są tak sprzężone, że jednocześnie ustawia się je w jednym z trzech położenia, oznaczonych w tabliczce na rysunku 3 słowami: „napełnianie”, „pomiar” lub „średnia”.

Zasada działania jest następująca:

Ciężary 5 są zdjęte. Ustawiamy kurki 8 w położeniu „napełnianie”, doprowadzając w ten sposób płyn ze zbiornika do przewodów  $c$  i cylinderków 7, do przewodu wyrównawczego  $w$  i do rurek manometrycznych, gdzie płyn stanie na poziomie zero. Poziom ten jest tak dobrany, że ciśnienie hydrostatyczne w każdym cylinderku niemal równoważy ciężar talerzyka 3, ciężna 4 i tłoczka 6, czyli że talerzyk 3 spoczywa lekko, lecz bez luzu, na sprężynie 1. Teraz przestawiamy kurki 8 w położenie „pomiar”. Rurki manometryczne  $m$  są połączone nadal z przewodami  $c$ , przewody  $z$  i  $w$  są odcięte. Obciążamy ciężną 4 ciężarami 5, powodując opuszczenie tłoczków i wyciśnięcie płynu do rurek manometrycznych, przez co poziom płynu w rurkach podniesie się, i to niemal dokładnie proporcjonalnie do podatności sprężyn. Na skali 9 umieszczonej za rurkami możemy bezpośrednio odczytać:

- (a) największą podatność,
- (b) najmniejszą podatność,
- (c) rozstęp podatności.

Przekręcamy kurki 8 w położenie „średnia”, łącząc rurki manometryczne z przewodem wyrównawczym  $w$ , wobec czego poziomy we wszystkich rurkach wyrównują się, wskazując

- (d) średnią arytmetyczną podatności sprawdzanych sprężyn.

W ten sposób otrzymaliśmy wielkości statystyczne z próbki, które pozwalają na bezpośrednią rejestrację na karcie kontrolnej „średniej i rozstępu”, „średniej i największej wartości”, „średniej i najmniejszej wartości”, „średniej i największego odchylenia od średniej”. Oczywiście wybieramy tylko jedną z czterech kart.

Pozostaje do wykazania, że podniesienie się poziomu w rurce jest niemal proporcjonalne do podatności sprężyny. Oznaczmy przez  $G$  ciężar 5, przez  $K$  podatność sprężyny, przez  $f$  ugięcie sprężyny pod ciężarem  $G$ , przez  $H$  podniesienie się poziomu cieczy w rur-

ce manometrycznej, przez  $A$  przekrój tłoczka, przez  $a$  przekrój rurki manometrycznej, przez  $\gamma$  ciężar właściwy płynu.

Z warunku równowagi wynika

$$(5) \quad G - \frac{f}{K} - HA\gamma = 0.$$

Z warunku ciągłości wynika

$$(6) \quad fA = Ha.$$

Z (5) i (6) wynika

$$(7) \quad H = G \frac{A}{a} K \frac{1}{1 + \frac{A^2}{a} K \gamma}.$$

Przez odpowiedni dobór wielkości możemy uczynić wyrażenie  $(A^2/a)K\gamma$  małym wobec jedynki. Na przykład przy  $A=2 \text{ cm}^2$ ,  $a=0,1 \text{ cm}^2$ ,  $K=0,1 \text{ cm/kg}$ ,  $\gamma=0,001 \text{ kg/cm}^3$ , jest  $(A^2/a)K\gamma$  równe 0,004. Mamy więc w przybliżeniu

$$(7') \quad H = \text{const} \cdot K,$$

co stanowi zapowiadany dowód.

W wykonaniu praktycznym należało by zwrócić uwagę również i na inne źródła błędów. W szczególności ważne jest zachowanie dostatecznie wąskich tolerancyj przekrojów  $A$  i  $a$ .

#### Zakończenie

Opisy i szkice podane w niniejszym artykule są tylko ilustracją pomysłów, nie zaś konstrukcyjnymi rozwiązaniami. Dlatego pominięto w nich szczegóły dotyczące takich spraw jak sztywność, wytrzymałość i technologia zaproponowanych urządzeń, szybkość zakładania i zdejmowania przedmiotów mierzonych, zakres pomiaru itd. Również dlatego zanalizowano tylko te błędy, które są specyficznie związane z koncepcją urządzeń jako pomocniczych do statystycznej kontroli jakości. W obu opisanych przykładach starano się o konsekwentne przeprowadzenie czterech zasad:

Zasada pierwsza. Urządzenie powinno zawierać wiele identycznych elementów mierniczych, tak żeby można było mierzyć jednocześnie wiele przedmiotów.

W ten sposób można szybko i tanio sprawdzić wszystkie przedmioty, stanowiące dużą nawet próbkę. Wpływa to korzystnie na precyzję kontroli wyrzywkowej. Zauważymy, że tendencja ta jest dzisiaj powszechna również przy kontroli stuprocentowej.

W naszych przykładach zrealizowano zasadę pierwszą, montując równoległe czujniki lub cylinderki manometryczne.

Zasada druga. Wskaźniki należy tak ułożyć, żeby na pierwszy rzut oka można było odczytać najmniejszy i największy wynik pomiaru. W ten sposób zabezpieczamy się przed jednokierunkowym błędem systematycznym, który powstaje, gdy przeoczymy ekstremalny wynik przy ocenie rozrzutu.

W naszych przykładach zrealizowano zasadę drugą, umieszczając czujniki obok siebie i dbając o pionowe ustawienie ich położenia zerowych, oraz grupując przy sobie rurki manometryczne na tle wspólnej skali.

Zasada trzecia. Do wyeliminowania obliczeń należy wykorzystać addytywne właściwości mierzonych wielkości.

W naszych przykładach zrealizowano zasadę trzecią, mierząc sumę średnic wałków i stosując przy sprawdzaniu sprężyn automatyczne wyrównanie poziomów cieczy w rurkach manometrycznych.

Zasada czwarta. Do „obróbki statystycznej” wielkości pomiarowych należy użyć niewiele i najprostszycy elementów.

W naszych przykładach zrealizowano zasadę czwartą, ograniczając te elementy w jednym przypadku do czujnika bocznego, w drugim do specjalnych kurków i do przewodu wyrównawczego. Łatwo zauważyć, że wszystkie inne elementy są i tak potrzebne do samego pomiaru.

Należy przypuszczać, że rozwinięcie tych zasad może się okazać celowe w różnych dziedzinach. Szczególnie wiele można się spodziewać po miernictwie elektrycznym, w którym takie operacje arytmetyczne jak dodawanie, odejmowanie i porównywanie można łatwo zrealizować za pomocą prostych układów elektrycznych.

*Od Autora.* Już w czasie drukowania niniejszego artykułu zapoznałem się z książką B. Bajburowa, *Pribori i awtomaty dla statističeskogo analiza i kontrola produkciji w maszynostrojenii*, Moskwa 1952. Książka ta zawiera opis przyrządów za, które autor otrzymał Nagrodę Stalinowską. Przyrządy Bajburowa pozwoliły w praktyce na zautomatyzowanie w wysokim stopniu statystycznej kontroli jakości.



Mimo to zdecydowałem się na niewycofywanie artykułu z druku, gdyż przyrzędy zaproponowane przeze mnie są odmienne w konstrukcji.

Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk

*(Praca wpłynęła dnia 14. 1. 1953).*

Я. ОДЕРФЕЛЬД (Варшава)

*ОБ АВТОМАТИЗАЦИИ ВЫЧИСЛЕНИЙ В СТАТИСТИЧЕСКОМ  
КОНТРОЛЕ КАЧЕСТВА*

РЕЗЮМЕ

Статистический контроль качества продукции в ходе ее производства ведется обычно при помощи контрольных диаграмм, на которые наносится статистические выборочные величины, например средняя и размах варирования. Связанные с этим вычисления крайне просты; целесообразным однако кажется при помощи приборов, которые кроме индивидуальных измерений могут дать сразу величины подлежащие регистрации.

В статье приведены два примера таких приборов и установлено несколько принципов, облегчающих их сооружение.

J. ODERFELD (Warszawa)

*ON THE AUTOMATIZATION OF CALCULATIONS IN STATISTICAL  
QUALITY CONTROL*

SUMMARY

Statistical quality control during production is usually conducted by means of control charts on which the statistical quantities obtained from a sample, e. g. the average and the range, are registered. The necessary calculations are very simple. It should seem profitable, however, to eliminate them entirely in workshop conditions by using devices which, besides individual measurements, would give directly the quantities to be registered.

The paper gives two examples of such devices and a few principles which may be helpful in their construction.