

B. LYSIK (Wrocław)

*DIE LÖSUNG EINER RANDAUFGABE
DES DEHNUNGSSPANNUNGSZUSTANDES DER KONOIDSCHALE*

Einleitung. In Abhandlungen, welche die statischen Berechnungen der Konoidschale zum Gegenstand haben (siehe [2], [3], [6], [8], [9]), gibt man partikuläre Lösungen der Differentialgleichungen, denen der momentloser Spannungszustand der Konoidschale genügt. Die Lösungen beschreiben den Spannungszustand der Konoidschale, die entweder entlang des über der Seite I_1J_1 (Abb. 1) liegenden Schalenrandes auf

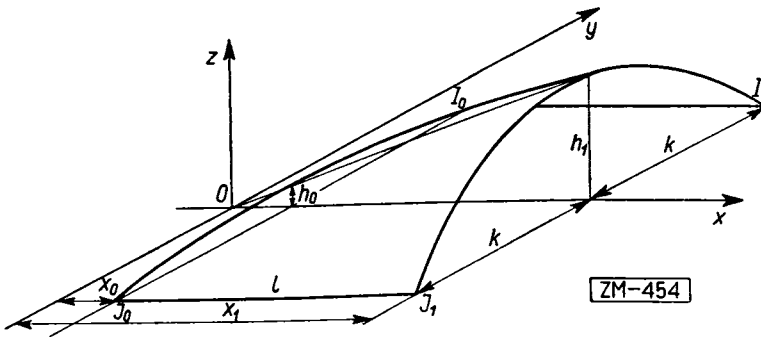


Abb. 1

einer Bindscheibe gelagert ist, oder die den Schalenrand spannungsfrei hat. In der Arbeit [4] diskutierte man die Randbedingungen, die für den momentlosen Spannungszustand der über dem Rechteck $I_0I_1J_0J_1$ (Abb. 1) gespannten Konoidschale vorgesetzt werden können. Dabei wurde erwiesen, daß zwei Randaufgaben für den momentlosen Spannungszustand der Schale gestellt werden können und man gab die Lösungen der Randaufgaben bei gegebenen äußeren Belastungen. In der ersten Randaufgabe hängt der Spannungszustand der Schale von den Spannungen entlang dem über I_1J_1 liegenden Schalenrand ab, in der zweiten — von den Spannungen längst des über I_0J_0 liegenden Schalenrandes und von Spannungen entlang der Erzeugenden I_0I_1 und J_0J_1 (Abb. 1). Die Spannungen entlang der Ränder bestimmte man durch die Annahme, daß die Schale an den Rändern durch Rippen versteift ist. In diesen Arbeiten wurde die Konoidschale als eine einseitig-unendliche betrachtet.

Hier wird die Lösung des momentlosen Spannungszustandes der über dem Rechteck $I_0I_1J_0J_1$ gespannten Konoidschale gegeben, die längst der über I_0J_0 und I_1J_1 liegenden Ränder auf Bindscheiben gelagert ist. Es wird hier also ein endlicher Abschnitt der Konoidschale betrachtet.

§ 1. Geometrische Grundlagen. Abb. 1 zeigt eine Konoidfläche im rechtwinkligen Koordinatensystem $Oxyz$. Hier sind auch die Bezeichnungen angeführt, deren wir uns weiterhin bedienen werden. Wir untersuchen eine Konoidfläche, die durch eine parallel zur Oxz Ebene, längs der y -Achse und der Kurve

$$(1.1) \quad x = x_1, \quad z = f(y)$$

gleitende Gerade erzeugt wird. Hier ist $f(y)$ eine gegebene konvexe und gerade Funktion. Die Gleichung der Konoidfläche ist folgende:

$$(1.2) \quad z = xf(y)/x_1.$$

Wir betrachten den Teil der Fläche, der über dem Rechteck $I_0I_1J_0J_1$ ausgebreitet ist. Die Größen x_0 , x_1 , h_0 , h_1 , k , l (Abb. 1) sind gegeben. Die ersten zwei, nämlich x_0 , x_1 , können wir durch die Länge l und die Höhen h_0 , h_1 der Konoidfläche folgenderweise ausdrücken:

$$(1.3) \quad x_0 = h_0l/(h_1 - h_0), \quad x_1 = h_1l/(h_1 - h_0).$$

Statt der Veränderlichen x und y werden wir in weiteren Betrachtungen die Veränderlichen ξ , η gebrauchen, die folgendermassen bestimmt sind:

$$(1.4) \quad \xi = \frac{x}{x_1}, \quad \eta = \frac{f'(y)}{f'(k)}; \quad \xi_0 = \frac{x_0}{x_1}.$$

Da die Funktion $f(y)$ als konvex angesetzt wurde, so stellt $f(y)$ eine monotonische Funktion dar. Mithin können wir die Veränderliche y durch η ausdrücken. Die parametrischen Gleichungen der über dem Rechteck $I_0I_1J_0J_1$ ausgebreiteten Konoidfläche kann man dann nach (1.2), (1.4) folgendermassen schreiben:

$$(1.5) \quad x = x_1\xi, \quad y = y(\eta), \quad z = \xi f[y(\eta)]; \quad \xi_0 \leq \xi \leq 1, \quad -1 \leq \eta \leq 1.$$

Weiterhin werden die Koeffizienten der metrischen Form E , G und ihre Diskriminante W auftreten. Sie lauten

$$(1.6) \quad E = x_1^2 + f^2[y(\eta)], \quad G = y'^2(\eta)[1 + (\kappa\xi\eta)^2], \\ W = y'^2(\eta)\{x_1^2 + (x_1\kappa\xi\eta)^2 + f^2[y(\eta)]\}; \quad \kappa = f'(k).$$

§ 2. Gleichgewichtsgleichungen der Konoidschale. Wir werden die allgemeinen Gleichgewichtsgleichungen der Spannungen in der Schale

anwenden, die man z. B. in [5] findet. Wir bezeichnen die technischen Komponenten des Spannungstensors mit S, T_1, T_2 (Abb. 2) und die Komponenten der äußeren Belastungen der Schale im Koordinatensystem $Oxyz$ mit den Buchstaben X^*, Y^*, Z^* . In weiteren Erwägungen werden anstatt X^*, Y^*, Z^* , die Größen

$$(2.1) \quad X = \sqrt{W} X^*, \quad Y = \sqrt{W} Y^*, \\ Z = \sqrt{W} \left[Z^* - \frac{1}{x_1} f(y) X^* - \kappa \eta \xi Y^* \right]$$

vorkommen.

Laut der allgemeinen Gleichgewichtsgleichungen erhält man nach Berechnungen die folgenden Gleichgewichtsgleichungen des Spannungszustandes der Konoidschale:

$$(2.2) \quad x_1 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\sqrt{\frac{G}{E}} T_1 \right) + x_1 \frac{\partial S}{\partial \eta} + X = 0, \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(y' \sqrt{\frac{E}{G}} T_2 \right) + y' \frac{\partial S}{\partial \xi} + Y = 0, \\ \xi y' \sqrt{\frac{E}{G}} T_2 + 2\eta y' S + \frac{1}{\kappa} Z = 0.$$

In weiteren wollen wir dieses System in Bezug auf T_1, T_2 und S unter Berücksichtigung der Randbedingungen lösen. Zu diesem Zwecke berechnen wir aus der dritten Gleichung T_2 und setzen diese in die zweite Gleichung. Dann erhält man das Gleichungssystem

$$(2.3) \quad x_1 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\sqrt{\frac{G}{E}} T_1 \right) + x_1 \frac{\partial S}{\partial \eta} + X = 0, \\ \xi \frac{\partial}{\partial \xi} (y' S) - 2\eta \frac{\partial}{\partial \eta} (y' S) - 2y' S + \xi Y - \frac{1}{\kappa} Z'_\eta = 0, \\ \xi y' \sqrt{\frac{E}{G}} T_2 + 2\eta y' S + \frac{1}{\kappa} Z = 0.$$

Es sei jetzt bemerkt, daß die Unbekannte S die beiden Unbekannten T_1, T_2 bestimmt. Nämlich, aus der ersten und dritten Gleichung folgt

$$(2.4) \quad T_1 = -\frac{1}{x_1} \sqrt{\frac{E}{G}} \left[\int_{\xi_0}^{\xi} \left(x_1 \frac{\partial S}{\partial \eta} + X \right) d\xi + \tau_0(\eta) \right], \\ T_2 = -\frac{1}{\xi} \sqrt{\frac{G}{E}} \left(2\eta S + \frac{1}{\kappa y'} Z \right),$$

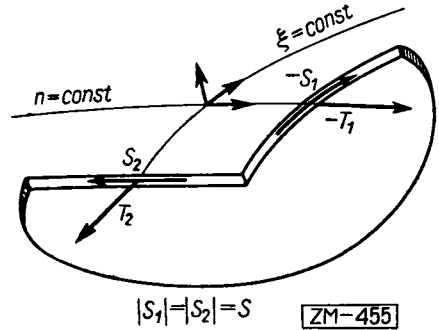


Abb. 2

wobei τ_0 eine willkürliche Funktion der Veränderlichen η bedeutet. Darum werden wir uns zuerst mit der zweiten Gleichung (2.3) befassen.

§ 3. Zwei Cauchy-Probleme. In der zweiten Gleichung (2.3) führen wir anstatt S , eine neue Unbekannte

$$(3.1) \quad \sigma(\xi, \eta) = y'(\eta)S(\xi, \eta)$$

ein. Dann erhalten wir die folgende Differentialgleichung erster Ordnung mit partiellen Ableitungen:

$$(3.2) \quad \xi \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} - 2\eta \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} - 2\sigma + \xi y - \frac{1}{\kappa} Z'_\eta = 0.$$

Diese Gleichung bestimmt den Spannungszustand in der Schale. Wenn man nämlich die Funktion $\sigma(\xi, \eta)$ im Rechteck $I_0 I_1 J_0 J_1$ (Abb. 3) bestimmt, so erhält man S , T_1 , T_2 , wie schon erwähnt, aus (3.1) und (2.4). Untersuchen wir nun näher die Gleichung (3.2).

Die Charakteristiken der Gleichung (3.2) sind Integralkurven der Differentialgleichungen

$$(3.3) \quad \frac{d\xi}{\xi} = \frac{d\eta}{-2\eta} = \frac{d\sigma}{2\sigma + \frac{1}{\kappa} Z'_\eta - \xi Y}.$$

Aus der ersten dieser Gleichungen erhalten wir unmittelbar $\xi^2 \eta = \text{const}$, d. h. eine einparametrische Kurvenschar, die eine Projektion der Charakteristiken (3.3) auf die $\xi O \eta$ Ebene darstellt (Abb. 3). Wir wollen nun den Verlauf dieser Charakteristiken analysieren, da dies von entscheidender Bedeutung für die weiteren Betrachtungen ist.

Die Charakteristiken, die die Seiten $I_0 I_1$ und $J_0 J_1$ des Rechtecks $I_0 I_1 J_0 J_1$ durchschneiden, füllen nicht das ganze Rechteck aus. Wenn man darum für die Funktion σ Randbedingungen nur auf den Seiten $I_0 I_1$ und $J_0 J_1$ vorsetzen würde, könnte man nicht aus der Gleichung (3.2) die Funktion σ im ganzen Rechteck bestimmen. Damit also die Gleichung (3.2) eine eindeutige Lösung im ganzen betrachteten Rechteck hat, können wir für die Funktion σ Randbedingungen

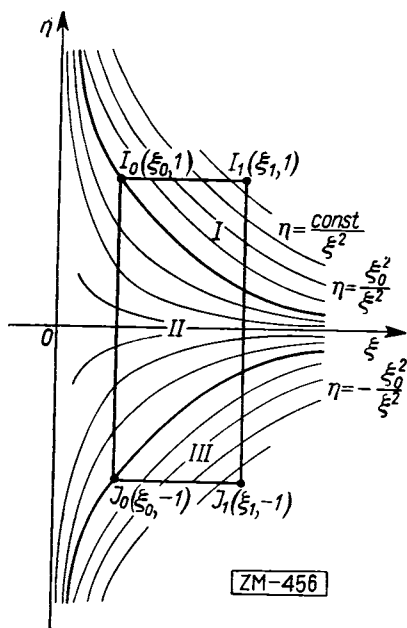


Abb. 3

1° entweder auf einer Seite I_1J_1 ,

2° oder auf drei Seiten I_0J_0, I_0I_1, I_0J_1

voraussetzen, denn dann bedecken die aus den Seiten ausgehenden Charakteristiken das ganze Rechteck $I_0I_1J_0J_1$.

Es ist nun möglich, für die Gleichung (3.2) zwei Cauchy-Probleme zu stellen, je nach dem, welchen von den beiden aufgeführten Fällen wir annehmen. Für unsere Betrachtung, d. h. zur Berechnung einer längs der Kämpfer auf Bindscheiben gelagerten Konoidschale, ist es notwendig den ersten Fall zu betrachten.

§ 4. Die Randaufgabe. Die Randaufgabe ist folgende: es ist eine Funktion zu finden, die der Gleichung (3.2) im Rechteck $I_0I_1J_0J_1$ genügt, wenn sie auf der Seite I_1J_1 gegeben ist (Abb. 3). Genauer gesagt, es sei eine Funktion $\sigma_1(\eta)$ gegeben, die für $-1 \leq \eta \leq 1$ erklärt ist und es ist die Lösung $\sigma(\xi, \eta)$ der Gleichung (3.2) zu finden, welche die Bedingung

$$(4.1) \quad \sigma(1, \eta) = \sigma_1(\eta) \quad \text{für} \quad -1 \leq \eta \leq 1$$

erfüllt.

Diese Aufgabe löst man nach wohlbekanntter Art (siehe z. B. [7], S. 330) mittels der Methode der Charakteristiken. Nach der Ausführung entsprechender Rechnungen, die wir hier fortlassen, erhalten wir:

$$(4.2) \quad \sigma(\xi, \eta) = \xi^2 \left[\sigma_1(\xi^2\eta) + \int_1^\xi P \left(\lambda, \frac{\xi^2\eta}{\lambda^2} \right) d\lambda \right],$$

$$P(\lambda, \mu) = \frac{1}{\lambda^3} \left[\frac{1}{\kappa} \cdot \frac{\partial Z(\lambda, \mu)}{\partial \mu} - \lambda Y(\lambda, \mu) \right].$$

§ 5. Der Spannungszustand in der Schale. Die Lösung der Gleichgewichtsgleichungen führt, wie schon in § 3 erwähnt wurde, zur Lösung der Gleichung (3.2) mit der Unbekannten $\sigma(\xi, \eta)$. Für diese Gleichung stellten und lösten wir die Randaufgabe (4.1). Der Spannungszustand in der Konoidschale hängt ab, wie aus (4.2), (3.1), (2.4) ersichtlich ist, von der Funktion $\tau_0(\eta)$ die auf der Seite I_0J_0 gegeben ist und der Funktion $\sigma_1(\eta)$, gegeben auf der Seite I_1J_1 . Setzen wir (4.2) in (3.1) und dann in (2.4), so erhalten wir nach leichten Berechnungen das Ergebnis:

$$(5.1) \quad S = \frac{\xi^2}{y'(\eta)} \left[\sigma_1(\xi^2\eta) + \int_1^\xi P \left(\lambda, \frac{\xi^2\eta}{\lambda^2} \right) d\lambda \right],$$

$$T_1 = -\frac{1}{x_1} \sqrt{\frac{E}{G}} \left[\int_{\xi_0}^\xi \left(x_1 \frac{\partial S}{\partial \eta} + X \right) d\xi + \tau_0(\eta) \right],$$

$$T_2 = -\frac{1}{\xi} \sqrt{\frac{G}{E}} \left(2\eta S + \frac{1}{\kappa y'} Z \right).$$

Unsere Aufgabe wird gelöst, wenn wir noch die Funktionen $\sigma_1(\eta)$ und $\tau_0(\eta)$ bestimmen. Wir erhalten sie aus der Art der Befestigung unserer Schale. Da die Schale längs der über den Seiten I_0J_0 , I_1J_1 liegenden Kämpfer auf Bindescheiben gelagert ist, so muß

$$(5.2) \quad T_1(\xi_0, \eta) \equiv 0, \quad T_1(1, \eta) \equiv 0$$

gelten.

Aus der ersten dieser Bedingungen und aus den Gleichungen (5.1) erhält man sofort

$$(5.3) \quad \tau_0(\eta) \equiv 0,$$

womit die Funktion τ_0 schon bestimmt ist. Die Bestimmung der Funktion σ_1 ist etwas schwieriger. Wir erhalten nämlich aus der zweiten Bedingung (5.2) und aus (5.1) die folgende Integralgleichung mit der Unbekannten σ_1 :

$$(5.4) \quad \int_{\xi_0}^1 \xi^2 \sigma_1(\xi^2 \eta) d\xi \\ = - \int_{\xi_0}^1 \left[\xi^2 \int_1^{\xi} P\left(\lambda, \frac{\xi^2 \eta}{\lambda^2}\right) d\lambda \right] d\xi - \frac{y'}{x_1} \int_{\xi_0}^1 \left[\int_{\xi_0}^1 X(\xi, \eta) d\xi \right] d\eta - cy'; \quad c = \text{const.}$$

Wir werden diese Gleichung lösen. Setzt man in die linke Seite der Gleichung (5.4) $\xi^2 \eta = t$ ein, so erhält man

$$(5.5) \quad \int_{\xi_0^2 \eta}^{\eta} \sqrt{t} \sigma_1(t) dt = H(\eta)$$

wo

$$H(\eta) = -2\sqrt{\eta^3} \left\{ \int_{\xi_0}^1 \left[\xi^2 \int_1^{\xi} P\left(\lambda, \frac{\xi^2 \eta}{\lambda^2}\right) d\lambda \right] d\xi + \frac{y'}{x_1} \int_{\xi_0}^1 \left[\int_{\xi_0}^1 X(\xi, \eta) d\xi \right] d\eta + cy' \right\};$$

$c = \text{const.}$

Diese Integralgleichung können wir in eine Funktionalgleichung überführen. Zu diesem Zwecke führen wir eine neue Unbekannte

$$(5.6) \quad \sqrt{t} \sigma_1(t) = U'(t)$$

ein, nachdem die Gleichung (5.5) die folgende Gestalt

$$(5.7) \quad U(\eta) - U(\xi_0^2 \eta) = H(\eta)$$

annimmt.

Befassen wir uns nun mit der Lösung der Gleichung (5.7). Diese Gleichung muß für alle $|\eta| \leq 1$ erfüllt werden, also insbesondere für alle

Zahlen $\xi_0^{2i}\eta$ ($i = 0, 1, 2, \dots$). Wenn man diese Zahlen der Reihe nach in die Gleichung (5.7) setzt, so erhält man:

$$\begin{aligned} U(\eta) - U(\xi_0^2\eta) &= H(\eta), \\ U(\xi_0^2\eta) - U(\xi_0^4\eta) &= H(\xi_0^2\eta), \\ &\dots\dots\dots \\ U(\xi_0^{2n}\eta) - U(\xi_0^{2n+2}\eta) &= H(\xi_0^{2n}\eta). \end{aligned}$$

Addieren wir diese Gleichungen beiderseits, so haben wir

$$U(\eta) = \sum_{i=0}^n H(\xi_0^{2i}\eta) + U(\xi_0^{2n+2}\eta).$$

Jetzt setzen wir an, daß $U(\eta)$ eine stetige Funktion sein soll. Dann haben wir $\lim_{n \rightarrow \infty} U(\xi_0^{2n+2}\eta) = U(0)$. Für $n \rightarrow \infty$ erhalten wir die Lösung der Funktionalgleichung (5.7)

$$(5.8) \quad U(\eta) = \sum_{i=0}^{\infty} H(\xi_0^{2i}\eta) + U(0).$$

Wenn nur diese Reihe konvergiert, so stellt sie in der Tat die Lösung unserer Aufgabe dar.

Die gesuchte Funktion $\sigma_1(\eta)$ erhalten wir, indem wir $U(\eta)$ aus (5.8) in die Formel (5.6) setzen.

Der Spannungszustand in der Konoidschale, die auf Bindscheiben der über den Seiten I_0J_0, I_1J_1 des Rechtecks $I_0I_1J_0J_1$ liegenden Kämpfer gelagert ist, erhält man durch Einsetzen $\sigma_1(\eta)$ aus (5.6) und τ_0 aus (5.3) in die Formel (5.1).

§ 6. Beispiele. Wir untersuchen hier zwei Fälle von Belastungen der Konoidschale, nämlich die Belastung durch die Schneelast und durch den konstanten Druck. In den Beispielen beschränken wir uns auf die Konoidfläche, deren Leitlinie eine Parabel $x = x_1, z = h_1(1 - y^2/k^2)$ ist (siehe (1.1)). Die im § 1 eingeführten Veränderlichen ξ, η sind folgendermassen bestimmt: $\xi = x/x_1, \eta = y/k, y' = k$. Die Koeffizienten der metrischen Form E, G und die Diskriminante W sind folgende:

$$\begin{aligned} E &= x_1^2 \left[1 + \left(\frac{h_1}{x_1} \right)^2 (1 - \eta^2)^2 \right], & G &= k^2 [1 + (\varkappa \xi \eta)^2], \\ W &= (kx_1)^2 \left[1 + (\varkappa \xi \eta)^2 + \left(\frac{h_1}{x_1} \right)^2 (1 - \eta^2)^2 \right]; & \varkappa &= - \frac{2h_1}{x_1}. \end{aligned}$$

Wie wir am Anfang erwähnten, betrachten wir zwei Belastungsarten der Konoidschale, nämlich:

1° Schneelast

$$(6.1) \quad X = 0, \quad Y = 0, \quad Z = -Z_0; \quad Z_0 = \text{const};$$

2° Konstanter Druck

$$(6.2) \quad \begin{aligned} X &= pkh_1(1-\eta^2), & Y &= pkx_1\kappa\eta\xi, \\ Z &= -pkx_1 \left[1 + (\kappa\eta\xi)^2 + \left(\frac{h_1}{x_1} \right)^2 (1-\eta^2)^2 \right], & p &= \text{const}. \end{aligned}$$

Wegen der Symmetrie der Konoidsfläche, der äusseren Belastung und der Symmetrie der Randbedingungen bezüglich der Oxz Ebene, beschränken wir uns bei der Berechnung der Spannungen nur auf einer Hälfte der Schale, d. h. für $0 \leq \eta \leq 1$.

1° Der Spannungszustand bei der Schneebelastung.

Die Funktion σ_1 berechnen wir aus (5.6) und (5.8). Die in (5.5) auftretende Funktion $H(\eta)$ ist im Falle der Belastung (6.1) mit der folgenden Formel gegeben: $H = -ck\sqrt{\eta^3}$, wo c eine Konstante ist. Mit Hilfe der Formel (5.8) berechnen wir $U(\eta)$, nämlich:

$$U = -ck \sum_{i=0}^{\infty} (\xi^3)^i \sqrt{\eta^3} + U(0) = -\frac{ck\sqrt{\eta^3}}{1-\xi_0^3} + U(0).$$

Aus (5.6) erhalten wir: $\sigma_1 = U'(\eta)/\sqrt{\eta} = -3ck/2(1-\xi_0^3)$. Wegen der Symmetrie der äusseren Belastungen und der Symmetrie der Randbedingungen bezüglich der Oxz Ebene ist $S(\xi, 0) = 0$, d. h. es soll $\sigma_1(0) = 0$ sein. Diese Bedingung wird erfüllt, wenn wir $c = 0$ setzen. Schließlich haben wir $\sigma_1 = 0$. Setzen wir in (5.1) die äusseren Belastungen (6.1), $\tau_0 = 0$ und $\sigma_1 = 0$, so erhält man den Spannungszustand:

$$S = 0, \quad T_1 = 0, \quad T_2 = -\frac{kZ_0\sqrt{1+(\kappa\xi\eta)^2}}{2h_1x_1\xi\sqrt{1+(h_1/x_1)^2(1-\eta^2)^2}}.$$

2° Der Spannungszustand bei der konstanten Druckbelastung.

Die Funktion $H(\eta)$ können wir im Falle der Belastung (6.2) folgend schreiben:

$$H = \frac{px_1h_1}{90} (18a_0\sqrt{\eta^5} + 5b_0\sqrt{\eta^9} + c\sqrt{\eta^3}),$$

wo

$$a_0 = 4 - 10\xi_0^3 + 6\xi_0^5 - \alpha^2(14 - 15\xi_0 + \xi_0^5), \quad b_0 = \alpha^2(20 - 21\xi_0 + \xi_0^3);$$

$$\alpha = k/x_1, \quad c = \text{const}.$$

Mit Hilfe der Formel (5.8) berechnen wir $U(\eta)$, nämlich:

$$U = \frac{px_1 h_1}{90} \sum_{i=0}^{\infty} [18a_0(\xi_0^5)^i \sqrt{\eta^5} + 5b_0(\xi_0^9)^i \sqrt{\eta^9} + c(\xi_0^3)^i \sqrt{\eta^3}]$$

$$= \frac{px_1 h_1}{90} \left(\frac{18a_0}{1-\xi_0^5} \sqrt{\eta^5} + \frac{5b_0}{1-\xi_0^9} \sqrt{\eta^9} + \frac{c}{1-\xi_0^3} \sqrt{\eta^3} \right).$$

Die Funktion $\sigma_1(\eta)$ erhalten wir aus (5.6):

$$\sigma_1 = \frac{px_1 h_1}{4} \left(\frac{2a_0}{1-\xi_0^5} \eta + \frac{b_0}{1-\xi_0^9} \eta^3 \right).$$

(Wie im Falle 1° setzen wir $c = 0$).

Den Spannungszustand der betrachteten Konoidschale erhalten wir, wenn wir jetzt $\sigma_1, \tau_0 = 0$ und Belastung (6.2) in (5.1) setzen:

$$\frac{2aS}{ph_1} = \left[\alpha^2 - 6\xi^2 + (2\xi^2 - 3\alpha^2) \xi \right]_{\xi_0}^1 \frac{5\xi^4}{1-\xi_0^5} \eta +$$

$$+ \left[-\alpha^2 + \frac{21\alpha^2(1-\xi_0)\xi^8}{1-\xi_0^9} \right] \frac{\eta^3}{2},$$

$$\frac{\alpha}{ph_1} \sqrt{\frac{G}{E}} T_1 = \left(\xi^2 - \frac{3\alpha^2}{2} \right) \xi \Big|_{\xi_0}^{\xi} - \left(\xi^2 - \frac{3\alpha^2}{2} \right) \xi \Big|_{\xi_0}^1 \frac{\xi^5 - \xi_0^5}{1-\xi_0^5} +$$

$$+ \left[(\xi - \xi_0) - (1 - \xi_0) \frac{\xi^9 - \xi_0^9}{1-\xi_0^9} \right] \frac{7\alpha^2 \eta^2}{4},$$

$$- \frac{\alpha}{ph_1} \sqrt{\frac{G}{E}} T_2 = \frac{\alpha^2}{2\xi} + \left[-4 + (2\xi^2 - 3\alpha^2) \xi \right]_{\xi_0}^1 \frac{5\xi^2}{1-\xi_0^5} \xi \eta^2 +$$

$$+ \frac{21\alpha^2(1-\xi_0)\xi^7 \eta^4}{2(1-\xi_0^9)}.$$

Literaturverzeichnis

- [1] M. Fauconnier, *Essais de rupture d'une voûte mince conoïde en béton armé*, Génie civil 1 (1933), S. 533.
- [2] K. Hruban, *O nekterych novych druhich tenkych kleneb*, Technicky Obzor 12, 13 (1942).
- [3] Z. Leśniak, *Obliczanie i projektowanie cienkościennych sklepień wickrowatych*, Inżynieria i Budownictwo 11 (1952).
- [4] B. Lysik, *On the statical computation of conoidal shells*, Zastosow. Mat. 4 (1959), S. 213-242.
- [5] H. Neuber, *Allgemeine Schalentheorie*, ZMM 29 (1949), S. 97.
- [6] D. Rüdiger, *Dehnungsspannungen und Verschiebungen der Konoidschalen*, Öst. Ing.-Arch. 9 (1955), S. 38.

[7] E. Kamke, *Differentialgleichungen reeller Funktionen*, Leipzig 1956.

[8] M. Soare, *Die Membrantheorie der Konoidschalen*, *Der Bauingenieur* 33 (7) (1958), S. 256-265.

[9] W. Flügge, *Statik und Dynamik der Schalen*, 1957, S. 127-131.

Eingegangen am 22. 3. 1963

B. LYSIK (Wrocław)

**ROZWIĄZANIE ZAGADNIENIA BRZEGOWEGO STANU NAPRĘŻEŃ
W POWŁOCE KONOIDALNEJ**

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono rozwiązanie bezmomentowego stanu naprężeń w powłoce konoidalnej wspartej na dwóch tarczach. W poprzednich pracach Autora traktowano powłokę konoidalną jako jednostronnie nieograniczoną. Obecnie rozpatruje się skończony element powłoki.

Б. ЛЫСИК (Вроцлав)

**РЕШЕНИЕ ГРАНИЧНОГО ВОПРОСА СОСТОЯНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ
В КОНОИДНОЙ ОБОЛОЧКЕ**

РЕЗЮМЕ

В настоящей работе представлено решение вопроса состояния напряжений в коноидной оболочке, расположенной на двух дисках, при условии отсутствия моментов. В предыдущих работах автор принимал коноидную оболочку за односторонне неограниченную. Теперь рассматривается конечный элемент оболочки.

B. LYSIK (Wrocław)

**SOLUTION OF THE BOUNDARY PROBLEM OF STRESS DISTRIBUTION
IN A CONOIDAL SHELL**

SUMMARY

The author presents a solution of a momentless stress distribution in a conoidal shell supported on two discs. In his preceding papers a conoidal shell was regarded as unbounded on one side. At present he considers a finite element of the shell.