PRZEGLĄD LITERATURY. BIBLIOGRAFIA.

A. W. Witkowski. Tablice matematyczno-fizyczne ułożył...., Profesor Uniwersytetu Jagiellońskiego. Nakład Redakcyi „Wiadomości matematycznych". Warszawa 1904, 8-o, str. 2 nl, 158 [1].

W przedmowie Autor usprawiedliwia swój wybór stopnia, jako jednostki kątowej, i jego podziału na dziesiąte i setne części, zamiast minut i sekund, które zupełnie zarzuca. Musimy tu zaraz zauważyć, że ów stopień nie jest właściwą jednostką, ani teoretyczną ani praktyczną. Teoretycznie kąt jest liczbą oderwaną, stosunkiem długości łuku zawartego między jego ramionami, zakreślonego z wierzchołka, do promienia, zupełnie jak wstawa, dostawa, styczna. Praktycznie jednostką, z którą porównywamy każdy kąt, jest kąt prosty; jeżeli np. mówimy że kąt ma 45^0, to wyobrażamy sobie ten kąt jako połowę prostego, a nie jako zestawienie 45-u kątów ostrych jednego stopnia. Stopień jest więc niczem innem jak jednostką zwyczajną tego samego znaczenia jak stopa lub piędź.

Naturalną tedy jednostką porównawczą dla kątów jest kąt prosty; jeżeli więc chcemy podziałów dziesiętnych, wskazanem jest podzielenie kąta prostego na 10, 100, ... części. Tak uczynili uczeni, którzy stworzyli z jednej sztuki system metryczny; obok metra, litra, grama. postanowili grade jako setną część kąta prostego. System ten

[1]) Zaraz po wyjściu z druku „Tablic matematyczno-fizycznych", wysłaliśmy w dniu 18 marca r.b. egzemplarz tej książki ś. p. Wł. Folkierskiemu Po tygodniu, już Redaktor „Wiadomości" otrzymał obszerny list, w którym nieodżałowany uczony i współpracownik naszego pisma zawarł swe spostrzeżenia o „Tablicach" prof. Witkowskiego, oraz szereg interesujących uwag o układaniu tablic matematycznych w ogólności. List ten drukujemy prawie w całości jako ostatnią pracę przedśmiertną Wł. Folkierskiego. *S. D.*

(odnośna ustawa Konwentu z 18 germinala roku III-go) został odrazu zastosowany we Francyi; pomiędzy niektórymi uczonymi, którzy w swych dziełach i pomiarach stosowali podział dziesiętny kąta prostego, wyróżniamy Legendre'a, Delambre'a, Laplace'a Jednakże system ten mierzenia kątów natrafił na ważną trudność: jest on niewymierny w całkowitych z miarą czasu na godziny, minuty i sekundy. Astronomowie i inżynierowie wzdragali się przed zamianą czasu na kąty lub odwrotnie, ze spółczynikiem dziesiętnym i do tego peryodycznym. Komisya metra (tak ją nazywano) nie odważyła się ze swej strony na zaprowadzenie podziału dziesiętnego doby, tembardziej, że nawet podział racyonalny roku na 12 miesięcy równych po 30 dni i po 3 dekady z 5 dniami dopełniającemi nie został przyjęty. Mimo te wszystkie niedogodności, podział dziesiętny kąta prostego został przed kilkunastu laty znów wprowadzony jako obowiązkowy do wszystkich operacyj topograficznych we Francyi, Belgii, Włoszech i t. d. Instrumenty miernicze mają odpowiednie podziałki, a tablice logarytmowe dziesiętne są rozpowszechnione. Jednakże marynarka i obserwatorya astronomiczne zatrzymały dla wyżej podanych powodów układ sześćdziesiątkowy.

W Niemczech układ podziału kąta prostego na 100 „gradusów" musi mieć niemało zwolenników, skoro tablice logarytmowe tego układu zostały wydane przez kilku autorów, jako Gravelius i Jordan; ten ostatni jest w Niemczech pierwszorzędną powagą w rzeczach miernictwa. Co się tyczy Bremikera, ten wydał w połowie ubiegłego stulecia tablice 7-o cyfrowe logarytmów, w których kąty są oznaczone w stopniach, minutach i sekundach układu sześćdziesiątkowego, — jestem w posiadaniu wydania tych tablic z lat pięćdziesiątych. Odtąd wyszło 78 wydań tych tablic (do roku 1900), ale te wydania są odbitkami stereotypowemi pierwszego wydania i różnią się tylko kartą tytułową. Ogromne powodzenie tablice te zawdzięczają głównie bardzo wyraźnym cyfrom nieokrągłym i nierówno wystającym, które nie nużą wzroku i są łatwiejsze do uchwycenia. Co do 5-o cyfrowych logarytmów Bremikera z podziałem kąta prostego na 90° i każdego stopnia na dziesiętne, te były sporządzone w owym czasie, kiedy Niemcy, zamiast systemu metrycznego szukali innych miar dziesiętnych, jak np. podziału stopy na 10 cali, a cala na 10 linij. Gdy zrozumiano, że w tych kwestyach chodzić powinno o ujednostajnienie międzynarodowe wszelkich miar i podziałek, próby te zostały zaniechane, a z niemi i podziałka stopni dawnych na dziesiętne. Od lat trzydziestu, 5-o cyfrowych tablic Bremikera z taką podziałką nie można spotkać na żadnym stoliku rachunkowym, ani w żadnem biurze technicznem; przestały one figurować w bieżących katalogach księgarskich. Najwięcej rozpowszechnionemi w praktyce tablicami logarytmów w Niemczech są tablice Kühlmanna 6-o cyfrowe, z podziałem kąta sześćdziesiątkowym, odznaczające się wygodnym układem i zredukowanym formatem.

Ponieważ tak Analiza jak i Fizyka teoretyczna prowadzą tylko do wyrażeń kątów w liczbach oderwanych, może być teoretycznie obojętnem, czy okrąg koła jest podzielony na 360, na 400, czy na jakąkolwiekbądź inną liczbę części równych. Ale w praktyce rzecz się ma inaczej: stopnie, minuty i sekundy wynikają z obserwacyj i pomiarów, które przeprowadzamy za pomocą pewnych instrumentów i zestawiamy w tablice. Otóż, aby jedni mogli korzystać z obserwacyj drugich, trzeba, aby te instrumenty i te tablice były odniesione do jednej i tej samej jednostki; inaczej, powstałby chaos, któremu żadne tablice zamiany jednych jednostek na drugie nie zaradziłyby. Instrumenty wykonaneby być mogły wprawdzie na zamówienie wedle jakiejkolwiek dowolnej podziałki, ale byłyby wtedy znacznie kosztowniejsze i w dodatku mniej dokładne, bo konstruktorzy mają swoje wypróbowane szablony, od których z trudnością odstępują. Zanim więc jaka umowa międzynarodowa określi powszechną jednostkę podziału kątów w podobny sposób jak jednostki C. G. S , wypada trzymać się tych, które są dziś najwięcej rozpowszechnione; są niemi, jak to widzieliśmy, dawny układ sześćdziesiątkowy i układ proponowany przez Komisyę metra podziału kąta prostego na 100 gradusów.

Mimo całej wadliwości dawnego układu, sądzimy, że prowizorycznie można mu oddać pierwszeństwo w zastosowaniu praktycznem, jako najwięcej rozpowszechnionemu. Ogromna większość instrumentów, wyrabianych w Anglii, Szwajcaryi, Niemczech i nawet we Francyi ma podziałkę na minuty i sekundy; wielkie obserwatorya jak Greenwich, Paryż, Berlin i inne ogłaszają rok rocznie efemerydy i inne tablice w minutach i sekundach układu sześćdziesiątkowego; mapy geograficzne mają oznaczone długości i szerokości w minutach i sekundach; przemiana tak olbrzymiego materyału na nową jednostkę opóźni prawdopodobnie na długie lata tę reformę, Co do wniosku, że zamiana minut i sekund na dziesiętne stopnia, następnie liczenie logarytmami z temi ostatniemi i powrót do dawnej jednostki miałyby ułatwiać rachunki, mniemanie to polega na złudzeniu; przez taką zamianę traci się na czasie i pracy, jak się o tem można spodziewać na pierwszym lepszym przykładzie wzoru trygonometrycznego, rozwiązanego jednym i drugim sposobem.

Nie należy zapominać, że logarytmy—mówimy tu o pospolitych—służą j e d y n i e do ułatwienia rachunków, oszczędzenia czasu i pracy i zmniejszenia prawdopodobieństwa błędów. Wszystko, co je oddala od tego celu, jak odnoszenie się do innych tablic, dodatkowe obliczenia i zbyteczne przerzucanie kartek z myleniem stron winny być unikane lub sprowadzone do minimum. Są to wszystko na pozór drobnostki, których ważność tylko ci ocenić mogą, co mieli do obliczania nie jeden lub dwa logarytmy, ale ich setki naraz.

Liczby wielorakie w mierzeniu kątów, a nawet ułamki dziesiętne w odpowiedniej kolumnie, mogą być usunięte nawet w układzie sześćdziesiątkowym przez przyjęcie s e k u n d y za jednostkę kąta, zupełnie tak samo jak w układzie C. G. S. przyjęto nie godzinę i jego dziesiętne, ale sekundę za jednostkę czasu. Obok kolumny, zawierającej stopnie, minuty i sekundy kąta można ustawić kolumnę, zawierającą ich wyrażenie w samych sekundach. W tablich 7-o cyfrowych odstępy mogłyby wynosić 10″, w 5-cyfrowych 20″, coby pozwoliło uniknąć obliczania części proporcyonalnych, zawsze zmudnego. Dla tablic, mających służyć do ścisłych obliczeń analitycznych, pożądana byłaby kolumna, w której kąty byłyby wyrażone w liczbach oderwanych lub ich logarytmach, podobnie jak wstawy i styczne: nie ma powodu, żeby takie wyrażenia, dobre dla jednych, nie były stosowne i dla tamtych. Byłoby to bardzo naukowe i oryginalne: zagraniczne wydania nie posiadają takiej kolumny. Istnieją w nich wprawdzie tablice zamiany takie, jakie widzimy na str. 69 omawianych tu „Tablic“, ale są podane osobno, a tu ze względów wyżej podanych właśnie idzie o to, żeby były obok. Dla tego trzebaby, rozumie się, przywrócić układ taki tablic, żeby wstawy, dostawy, styczne i dotyczne były na jednej stronie obok kątów, z kątami od 0^0 do 45^0 na lewo, a od 45^0 do 90^0 na prawo, co nie zabiera więcej miejsca a jest praktyczniejsze, bo często przy obliczaniach potrzebujemy naraz wstawy i dostawy, stycznej i dotycznej tego samego kąta. Znajdujemy ich logarytmy jeden obok drugiego, nie przewracając kartek. Tak, jeżeli mamy odległość l punktu od początku i nachylenie φ tej odległości do osi odciętych, a szukamy spółrzędnych punktu, mamy $x = l \cos \varphi$, $y = l \sin \varphi$ i znaleść możemy odrazu $\sin \varphi$ i $\cos \varphi$, jedno obok drugiego.

Odnoszenie funkcyj trygometrycznych do 10^{10} (zamiast do promienia 1, jak być powinno) i pisanie ich logarytmów: 9,... 8,.... jest archaizmem, wycofanym z obiegu już od lat kilkudziesięciu i wyrugowanym z postępowych podręczników szkolnych. Jeżeli takie cechy pojawiają się jeszcze w nowszych wydaniach tablic logarytmów, to tylko wtedy, gdy te są stereotypową odbitką wydań z pierwszej połowy zeszłego stulecia. Zresztą uwaga ta nie ma wielkiego znaczenia, bo każdy wie, że tam gdzie napisano 9, 8,...., trzeba czytać $\bar{1}$, $\bar{2}$,....

Zaraz na pierwszej kartce „Tablic" znajdujemy logarytmy czterocyfrowe, które witamy z zupełnem uznaniem, zwłaszcza dlatego, że dla wszystkich liczb do 1109 znajdują się na jednej i tej samej kartce. Tak samo dla wstaw i stycznych (dostaw i dotycznych) w odstępie $0{\cdot}1^0$ (czyli $6'$). Jest to pomysł bardzo praktyczny, którego przykłady spotykamy tylko w amerykańskich wydaniach. Taka tablica zastępuje z korzyścią i większą dokładnością używany przez techników p r z e s u w a c z (règle à calcul) i jest zupełnie wystarczająca do obliczeń, wymagających tylko 3-ch lub 4-ch cyfr przybliżenia.

Równie pożądaną jest tablica stycznych goniometrycznych na str. 66; służy ona do kreślenia kątów zamiast mało dokładnego transportatora; może nawet służyć na terenie w braku instrumentów kątowych. Wymiary książki nie pozwoliły umieścić tablic wstaw i dostaw n a t u r a l n y c h, które byłyby bardzo pożyteczne w braku logarytmów G a u s s a do sum i różnic. Anglicy i amerykanie używają tych tablic częściej niż logarytmów. Wielokrotności liczby π, kwadraty i sześciany liczb do 1000 są dziś nierozłącznemi dodatkami tablic rachunkowych, ale czy nie byłoby oszczędniej co do miejsca i dogodniej dla liczącego, żeby je złączyć w jednę tablicę?

Prawdziwie nowym i cennym nabytkiem dla elementarnych praktycznych tablic jest umieszczenie w nich logarytmów całek eliptycznych, które znajdują wciąż nowe zastosowania. Zauważymy wszakże, że całka:

$$E(\varphi) = \int_0^{\varphi} d\varphi \sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi} \,,$$

którą Legendre nazwał 2-go rodzaju, jako wyrażającą długość łuku elipsy, została w nowszej teoryi zastąpiona przez całkę:

$$Z(\varphi) = \int_0^\varphi \frac{\sin^2\varphi\, d\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\theta\sin^2\varphi}},$$

która teraz stanowi właściwą całkę 2-go rodzaju zamiast postaci Legendre'a. Ta ostatnia całka figuruje teraz najczęściej w zastosowaniach obok całki $F(\varphi)$, 1-go rodzaju, i zdałoby się w przyszłem wydaniu podać jej tablicę, podobnie jak tamtej. Mamy zresztą dla jej obliczenia wzór:

$$Z(\varphi) = \frac{1}{\sin^2\theta}\,[F(\varphi) - E(\varphi)],$$

Całki Bessela, całki Gaussa, funkcye kuliste znalazły także odpowiednie swym praktycznym zastosowaniom miejsce po raz pierwszy, zdaje się w tem, do tak szczupłych rozmiarów zredukowanem, wydaniu.

Lecz prawdziwą, nieoszacowaną wartość tej książki stanowią zestawienia z działu Fizyki i Kosmografii. Rzadkośmy spotykali w tak ograniczonem streszczeniu (60 stron) tyle ważnych i tak dobranych danych i tablic. Ciała stałe, ciecze, gazy, sprężystość i wytrzymałość, ciepło, akustyka, światło, elektryczność i magnetyzm: wszystko, co znaczy, wszystko, co się da zmierzyć, zostało wzięte pod uwagę w tem streszczeniu odpowiednio do najnowszych pojęć i wyników. Tablice astronomiczne, o ile znaczą w codziennem zastosowaniu, nie zostały pominięte, nawet kalendarzyk wieczysty zboczeń słońca i równania czasu, tak ważny przy wyznaczaniu południka dla oryentowania planów i szerokości geograficznej miejsca.

Wobec tak bogatego materyału, dobranego w tak szczupłych co do miejsca rozmiarach, wydawałoby się wygórowanem żądaniem wymagać jeszcze czegoś więcej. A jednak musimy żałować, że niektóre dane meteorologiczne nie zostały pomieszczone; obserwacye tego rodzaju nie są obecnie ograniczone do specyalnych dostrzegalni, ale dokonywają się wszędzie. Tablice np. wilgotności powietrza z porównania termometrów suchego i zwilżonego, tablice promieniowania słońca i przepuszczalności atmosfery i t.d. byłyby tu bardzo na swojem miejscu. Małe tabliczki zamiany skali barometru angielskiego przydałyby się, bo aneroidy wyrabiane w Anglii odznaczają się starannością wyrobu i dokładnością wskazówek. Podobnie zamiana podziałek termometrów Farenheita, Réaumure'a, Celsiusa mogłaby być ułożona w tablicę, aby przy używaniu danych angielskich, mieć ją ciągle na oku i uniknąć każdorazowego liczenia. Nie zawadziłyby nawet zwykłe tablice od 1 do 10 zamiany miar i wag angielskich, rosyjskich i dawnych polskich na metryczne; takie tablice są bardzo dogodne i czas oszczędzają.

Musimy wyrazić się z uznaniem o staranności, z jaką „Tablice" zostały wydane. Druk jasny, nie nużący oka, cyfry wyraźne, wydatnie odróżniające się jedna od drugiej i dochodzące do 2 mm. wysokości (oznaczonego przez specyalistów minimum dla zdrowego wzroku).

Radzibyśmy, żeby te „Tablice matematyczno-fizyczne" znalazły się na każdym stoliku inżyniera, budowniczego, geometry, we wszystkich biurach rachunkowych, w każdym gabinecie przyrodnika, i aby dla swej jasności w użyciu, a głównie dla wartości naukowej swych zestawień z ostatnich wyników wiedzy zastąpiły z korzyścią zagraniczne wydania tego rodzaju.

Zakopane d. 25 marca 1904.

Wł. Folkierski.

Wincenty Majewski. Geometrya praktyczna, podręcznik dla rzemieślników, opracował..... inżynier-technolog. Warszawa 1903, 8-o, str. 301.

Autor przeznacza swój podręcznik dla „szerszego ogółu naszych rzemieślników." Mimo to zakłada znajomość gruntowną Arytmetyki, umiejętność posiłkowania się literami na oznaczanie liczb, podnoszenia liczb do kwadratu i sześcianu, wyciągania pierwiastków kwadratowego i sześciennego, a nawet rozumienie wartości przybliżonej liczb niewymiernych (liczba π, szeregi nieskończone na str. 113, 124). Stawianie takich wymagań „szerszemu ogółowi rzemieślników" uważamy za nie odpowiadające istotnemu stanowi rzeczy. Pojmujemy, że nawet w tak uproszczonym wykładzie Geometryi, w którym pominięto wszelki pierwiastek rozumowy, zachowano zaś jedynie pierwiastek opisowy, zastosowanie się do poziomu tych, dla kogo podręcznik jest przeznaczony, było zadaniem bardzo trudnem, wymagającem, oprócz gruntownej znajomości potrzeb i warunków umysłowych rzemieślnika, jeszcze znacznego zasobu sprytu pedagogicznego. Autor podaje wprawdzie w końcu książki tablice, zawierające między innemi, kwadraty i sześciany, pierwiastki kwadratowe i sześcienne liczb od 1 do 1000, lecz w tekście nigdzie niemi się nie posiłkuje, posługując się natomiast działaniami algebraicznemi; sądzimy wszakże, że tablice takie powinnyby mieć znaczenie podstawowe przy obliczaniu wzorów i należałoby nauczyć czytelnika używania tych tablic.

Jak na „Geometryę praktyczną" przystoi, uwzględniono tylko te twierdzenia, które mogą mieć bezpośrednie zastosowanie w praktyce. Wysłowienie jest krótkie, zawsze ścisłe i jasne; niekiedy zresztą zwięzłość jest posunięta zbyt daleko kosztem jasności: zwięzłość bowiem cenną jest bezwątpienia dla czytelnika umysłowo wyćwiczonego, czytelnikowi zaś takiemu, jak rzemieślnik, należy to i owo przedstawić popularnie, nie dążąc do zbytniej zwięzłości; tak np. wymagałyby, zdaniem naszem, szerszego wyjaśnienia pojęcia o stałości stosunku okręgu do średnicy (str. 33), o zastosowaniu figur podobnych przy kreśleniu planów (str. 60) i inne.

Zastosowania praktyczne wykreśleń geometrycznych znalazły w książce szerokie uwzględnienie; autor rozważa przy każdej sposobności zastosowania tych wykreśleń w murarstwie, ciesiołce, blacharstwie i t. p.; zatrzymuje się nad sposobem używania i sprawdzania przyborów do kreślenia, wzmiankuje nawet o normalnem trzymaniu ołówka przy kreśleniu; to wszystko w zupełności zasługuje na uznanie. Autor słusznie wcielił do swego wykładu szereg krzywych, nie obejmowanych w szkolnym kursie Geometryi elementarnej, ale ważnych w praktyce, jako to: elipsa, parabola, cykloidy i t. p.; oczywiście, krzywe te są traktowane graficznie. W Stereometryi autor zatrzymuje uwagę czytelnika nad konstrukcyą modeli brył z blachy; oprócz brył, zwykle rozważanych w kursie szkolnym Geometryi, rozpatruje klin, obelisk, pierścień kołowy, elipsoidę i paraboloidę obrotową i inne.

W końcu książki podane jest zestawienie wzorów z krótkiem przypomnieniem znaczenia liter, wchodzących w skład wzorów. Na str. 269—275 znajdujemy tablice ciężarów gatunkowych rozmaitych ciał; przy pomocy tych tablic i na zasadzie art. 215—217 uczący się potrafi obliczyć ciężar bryły, której objętość jest wiadoma. Znajdujemy następnie tablice porównawcze miar nowopolskich, rosyjskich i metrycznych, oraz wspomniane wyżej tablice, dające dla n od 1 do 1000 wartości n^2, n^3, $\sqrt{n}$, $\sqrt[3]{n}$, πn, $\frac{1}{4}\pi n^2$.

Usterki, które dostrzegliśmy, niewiele wprawdzie wpływają na wartość książki, niemniej w wydaniach następnych powinny być usunięte.

Kilkakrotnie, i to zgoła niepotrzebnie, autor stara się rzucić most przyczynowy między dwoma twierdzeniami, między któremi b e z p o ś r e d n i e g o związku przyczynowego dojrzeć nie można; mówimy „niepotrzebnie“, bo wszak element rozumowy został z góry zasadniczo (i zupełnie słusznie) usunięty. Czytamy np. na str. 13: „z tego wynika.....“ (z równości kątów wierzchołkiem przeciwległych — suma kątów, utworzonych przez proste, wychodzące z jednego punktu), na str. 14: „stąd wynika.....“ (z równości kątów naprzemianległych i odpowiednich przy dwóch prostych równoległych, przeciętych prostą poprzeczną—równoległość dwóch prostopadłych do jednej prostej), na str. 19: „z powyższego (z definicyi stopnia, minuty i sekundy) widzimy, że stopień kąta jest wielkością stałą, niezależną od wielkości promienia koła“ i t. p. Wnioskowania zacytowane nie są bezpośrednio widoczne.

Na str. 58 rys. 90 należałoby wykreślić AB równolegle do CD.

Przy kreśleniu trójkąta na zasadzie dwóch boków i kąta danych (str. 62) wypada wykreślić kąt równy danemu, które to zadanie nie było we właściwem miejscu rozwiązane.

Należałoby zaznaczyć, że wykreślenia wielokątów foremnych, podane na str. 74 i 75, są przybliżone.

O sklepieniach eliptycznych należałoby wspomnieć nie przy elipsie, ale przy elipsoidzie.

Zadanie na rys. 43 może być wykreślone prościej przez poprowadzenie przez punkt A prostej równoległej do BC.

Przez punkt dany można wykreślić równoległą do prostej danej łatwiej, niż na rys. 48, a mianowicie według sposobu, podanego w „Geometryi elementarnej“ B a d o w s k i e g o.

Niedogodnem jest odsyłanie do artykułów późniejszych: w art. 51 do art. 54, w art. 62 do art. 63.

Strona językowa książki wymaga skrupulatnej rewizyi. Dla przykładu wskażemy następujące błędy:

autor stale o d k ł a d a pewną długość, a nie o d c i n a;

str. 19: „jeżeli w kole, którego okrąg podzieliliśmy na 360 części równych, wyobrazimy sobie, że.....
iloczyn *z* czego przez co, kwadrat *z* boku (stale), zamiast: iloczyn czego przez co, kwadrat boku;

str. 25: „rozpatrzmy trzy koła *A*, *B* i *C*, w których średnice są różne i koła te są wzajemnie styczne;

str. 39 (trzykrotnie): „prostokątna“ zamiast przeciwprostokątna“; błąd ten zresztą należy zapewne położyć na karb korekty zaniedbanej.

str. 50: „prostokąty..... p r z e d s t a w i a j ą s o b ą...“

str. 93 i inne: „przeciwprostokątni“ zam. „przeciwprostokątnej“ (2 przyp.)

str. 126: „cykloidą nazywamy linię krzywą, leżącą na płaszczyznie, jaką wykreśla punkt...“; zdanie poboczne określać ma wyraz „krzywą“ a nie „płaszczyznę“. Błąd ten powtarza się przy epicykloidzie (str. 128) i przy hypocykloidzie (str. 130);

str. 134: „więcej od dwóch kół“ zamiast: „niż dwa koła“.

str. 155: „potrzebowaliśmy“ zamiast „musielibyśmy“;

str. 165: do wykreślenia trapezu p o t r z e b u j e m y wyznaczyć jego wysokość;

str. 194: „jeżelibyśmy chcieli...“ „natenczas postępujemy tak“ i t. d.

Podkreślić należy cenę przystępną książki i znakomitą szatę zewnętrzną (papier i druk). *M. Feldblum.*

NAJNOWSZE PODRĘCZNIKI POLSKIE DO NAUKI FIZYKI.

Stanisław Bouffałł. Z a s a d y M e c h a n i k i j a k o w s t ę p d o n a u k i F i z y k i. Str. 168. 16-ka. Wydawnictwo M. Arcta w Warszawie. 1903.

Tenże. Krótki rys Fizyki. Część I (o ruchu, o siłach, o energii), str. 78. Część II (o cieczy, o sprężystości, o głosie), str. 78. 16-ka. Wydawnictwo M. Arcta w Warszawie. 1904.

Stanisław Kramsztyk. Wiadomości początkowe z Fizyki. Książeczka pierwsza. Wydanie trzecie. 8-ka mniejsza. Str. 103. E. Wende i S-ka. Warszawa 1903.

A. Szymański. Prawa Przyrody. Fizyka. Część I, str. 196. Część II, str. 197+X. 1902. Warszawa. Nakładem „Ziarna“.

Dr. E. Warburg. Zasady Fizyki. Z szóstego wydania niemieckiego przełożył Stanisław Bouffałł. Z 405 rys. w tekście. 8-ka, str. 514. Warszawa. 1903. Nakładem grona miłośników Fizyki. Księgarnia Naukowa.

1. Książka p. St. Bouffała „Zasady Mechaniki, jako wstęp do nauki Fizyki“ przeznaczona jest dla samouków i ma dać czytelnikowi wyobrażenie o Mechanice, jako o pewnej organicznej całości. „Pisząc dla wszystkich—powiada autor w przedmowie—nie mogłem w stosowaniu ryńsztunku matematycznego wykroczyć poza obręb Arytmetyki i kilku najprostszych pojęć geometrycznych“.

Dziełko dzieli się na trzy główne rozdziały: pierwszy rozważa prędkość i przyśpieszenie, drugi siły, trzeci pracę i energię. Wszystkie te działy wyłożone są jasno i zrozumiale z wielkim darem pedagogicznym. Układ całości jest konsekwentny i naukowo przeprowadzony, o ile to było możliwe ze względu na zakres i poziom wykładu. Poniżej, wraz z krótkiem przeglądem kolejnych rozdziałów, zaznaczymy tylko parę niedokładności lub dezyderatów, których uwzględnienie byłoby, zdaniem naszem, pożądane w razie następnego wydania książki.

W części pierwszej, omawiającej pojęcia kinematyki, należy zauważyć, że składanie przyspieszeń nie może być wzięte jako proste uogólnienie ze składania prędkości; dalej niezupełnie dostatecznem wydaje się stanowisko, jakie zajął autor względem ruchu obrotowego. O tak zw. ruchu śrubowym, i jego stosunku do ruchu postępowego i obrotowego niema wcale mowy w „Zasadach Mechaniki“.

W jasno wyłożonej części II (o siłach) brak jest znowuż — zgodnie z stanowiskiem kinematycznem autora — szerszego uwzględnienia pary sił i połączonych z tem twierdzeń. Także i składanie sił podlega wogóle bardziej złożonym prawidłom i tylko w przypadkach szczególnych zachodzi tak, jak to przedstawia autor,

Co do określeń, używanych w rozdziale trzecim, to należy unikać podobnych zdań, jak „praca równa się iloczynowi z siły przez drogę“, że „praca jest to iloczyn z drogi przez pokonywany opór“ lub że przez „prędkość ciała w pewnej określonej chwili rozumiemy drogę“ i t. p. Można natomiast powiedzieć, że wartość liczebna pracy jest proporcyonalna do iloczynu wartości liczebnych siły i drogi lub też równa się temu iloczynu przy odpowiednim wyborze jednostek. Krócej możnaby wyrazić, że praca mierzy się iloczynem siły przez drogę i t. d.

Autor starał się w odpowiednich miejscach dać pojęcie o jednostkach zasadniczych i pochodnych, oraz, co z uznaniem podkreślić należy, o wymiarach wchodzących w grę wielkości. Układ C.G.S. znalazł w dziełku należyte miejsce. Jedynie zdanie autora (str. 139), jakoby wymiary wszelkich jednostek fizycznych dały się wyrazić w funkcyi tylko trzech zasadniczych, może być kwestyonowane. Zresztą trudno czynić z tego tytułu specyalny zarzut, gdyż mniemanie to jest bardzo rozpowszechnione i powtarza je ogromna większość podręczników.

2. Część I „Krótkiego rysu Fizyki“ tegoż autora jest po części powtórzeniem „Zasad Mechaniki“. Nie powtarzając więc uwag poprzednich, zauważymy tylko, że w rozdziale o pracy i energii autor, po wyjaśnieniu zasadniczych pojęć, podaje wiadomości o przenoszeniu i przekształcaniu się energii i przechodzi stąd do „zasady zachowania energii“; formułując tę zasadę — wraz z ogromną większością piszących — dla całkowitej ilości energii we wszechświecie. Zdaje się jednak, że podobne rozszerzanie zasady winno być unikane; o wszechświecie, jako o całości, nic nie wiemy, nie powinniśmy przeto tak dalece uogólniać zasad, ważnych dla odosobnionych układów materjalnych.

Część II poświęcona jest cieczom, sprężystości i nauce o głosie. Rozdział o cieczach traktuje w rzeczywistości o płynach wogóle, gdyż znajdujemy tu dane także o powietrzu i gazach; odnośne zjawiska wytłómaczone są dobrze i zajmująco; nie znajdujemy tu tylko szczegółowego objaśnienia prawa Archimedesa, a także zastosowań barometru.

Ostatni rozdział, traktujący o głosie, zawiera przedewszystkiem krótki rozbiór ruchów drgających i falowych, dalej zaś wyjaśnienie zasadniczych cech dźwięku: siły, wysokości i barwy, W końcu podane są zjawiska echa i interferencyi fal głosowych; o ważnych zjawiskach rezonansu nie znajdujemy nic w tym dziale.

„Rys Fizyki" w opracowaniu p. S. Bouffała wyróżnia się nader treściwym a mimo to prostym i samym wykładem, umiejętnem traktowaniem przedmiotu, pozbawionem szablonu i rutyny.

3. „Wiadomości początkowe z Fizyki" St. Kramsztyka wyszły niedawno w trzeciem wydaniu (pierwsze wydano w r. 1887). Dziełko to jest bezsprzecznie najlepszym u nas wykładem początkowym zasad Fizyki; w opracowaniu każdej nieledwie strony książeczki znać rękę fizyka, panującego nad przedmiotem, świadomego celów i metod, oraz w niemniejszym stopniu rękę wybitnego pedagoga, który umie w sposób najwłaściwszy z nastręczającego się zewsząd materyału obserwacyjnego wybierać żądane zjawiska, by na nich uczyć i rozwijać swych młodych czytelników. Ten charakter dziełka jest też zaznaczony w przedmiocie, gdzie powiedziano, że wykład początków Fizyki nietylko ma na widoku tłómaczenie zjawisk przyrody, ale stanowi zarazem szkołę myślenia, na podstawie faktycznej opartego.

Rozwijając szczególniej te działy Fizyki, które się najłatwiej dają wyzyskać w celach pedagogicznych, nie opuszcza jednak autor żadnej z główniejszych grup zjawisk fizycznych, by, jak powiada, „dziecko nabrać stąd mogło jasnego pojęcia o najważniejszych objawach przyrody".

W części pierwszej dziełka znajdujemy trzy główne rozdziały, poświęcone ciążeniu, cieczom i powietrzu. Wykład o ciążeniu wiąże się z wyjaśnieniem maszyn prostych i wag, a także wahadeł; pojęcie o pracy mechanicznej również znalazło tu stosowne miejsce. Rozdział o cieczach omawia ciśnienie na naczynia oraz odnośne zasady dla ciał zanurzonych w wodzie i pływających. Wyróżnia się tu nader zrozumiałe i interesujące wyłożenie prawa Archimedesa.

Wykład o gazach zajmuje się ciśnieniem powietrza, zasadą barometru, pompą powietrzną i wreszcie balonami. Szanowny autor tu, jak zresztą i wszędzie, kładzie nacisk szczególny na dokładne wytłómaczenie działania narzędzi, które, stanowiąc zastosowanie odnośnych praw Fizyki, często rzucają się nam w oczy w życiu praktycznem. Szkoda tylko, że przy tłómaczeniu zjawisk i w wielu przykładach zbyt mało uwzględniane i zaznaczane są miary i wagi metryczne.

Na tem kończy się część I; książeczka druga zawierać ma, podobnie jak w wydaniach poprzednich, wiadomości o cieple, dźwięku, świetle i elektryczności.

4. Z kolei przechodzimy do składającej się z dwu książeczek Fizyki, opracowanej przez p. A. Szymańskiego i noszącej bardzo ogólny tytuł „Prawa przyrody". W części I znajdujemy wykład „Fizyki ogólnej", do której autor odnosi wiadomości o ruchu ciał, o siłach i maszynach prostych, o ciężkości i wreszcie o pracy i energji. Wiadomości tu zawarte wyłożone są bez użycia wzorów, a natomiast z szerokiem uwzględnieniem metody graficznej. Wyjaśnienia są w tej części zrozumiałe i stosunkowo dość wyczerpujące; znajdujemy również tu krótki opis wraz z rysunkami tych przyrządów, które się do danych działów odnoszą.

W „Fizyce szczegółowej" mamy przedewszystkiem podane własności ciał stałych, cieczy i gazów. W wykładzie o własnościach cieczy prócz zwykłych rozważań o ciśnieniu i wynikających stąd wnioskach, znajdujemy także kilka wyjaśnień z dziedziny włoskowatości; w nauce zaś własnościach gazów stanowczo zbyt mało miejsca poświęcono ciśnieniu powietrza, konstrukcji barometru i jego główniejszym zastosowaniom.

Część II Fizyki" p. L. Szymańskiego zawiera wiadomości o głosie, o świetle, cieple, a wreszcie o elektryczności i galwanizmie(?) i jest o wiele słabsza od części pierwszej, zarówno pod względem pedagogicznym, jak też pod względem naukowości wykładu. Stosuje się to zwłaszcza do działów, traktujących o promieniowaniu i o zjawiskach elektrycznych; podział tych ostatnich na elektryczność i galwanizm razi rutyną i nie odpowiada dzisiejszym poglądom.

Co do działu o głosie, to zrozumienie odnośnych zjawisk byłoby wielce ułatwione, gdyby autor przytoczył był w Mechanice lub też w początku wykładu o dźwięku obszerniejsze wiadomości o ruchu falowym i drgającym, o składaniu tych ruchów, o analizie harmonicznej, o interferencji, odbiciu i załamaniu się fal. Wiadomości te dają się w większości przypadków wyprowadzić przy pomocy metody graficznej w sposób zrozumiały i dostępny i nie powinny być, zdaniem naszem, w żadnym razie pomijane nawet w początkowym wykładzie Fizyki. Opierając się zaś na przedstawionych już wynikach teorji fal, można następnie łatwo i bez większych zboczeń od omawianego tematu wyjaśnić wiele faktów i zjawisk, zwłaszcza w akustyce i nauce o promieniowaniu.

W nauce o cieple parę stron poświęcono „ciepłu promienistemu" t. j., jak powiada autor (str. 147, II) takiemu, „które może przejść z jednego ciała na drugie znacznie oddalone od pierwszego". Pomijamy fakt, że autor nie dość ściśle rozróżnia przewodzenia ciepła od promieniowania, już same wyrażenie „ciepło promieniste" lub też podział ciał (str. 150) na „przecieplające i nieprzecieplające" jest smutnym anachronizmem w fizykach XX-go stulecia,

Błędne to zapatrywanie pochodzi u autora, jak się zdaje, po części z niewiadomości dzisiejszych badań nad widmem i jego dzisiejszej rozciągłości. Dowodzi tego także opracowanie działu o świetle, w którym, oprócz przystępnie i dość szczegółowo traktowanej fotometryi i optyki geometrycznej wraz z przyrządami optycznemi i budową oka, nie znajdujemy prawie nic ponad to. Analiza widmowa i inne działy optyki zostały prawie całkowicie pominięte.

Końcowy wykład o „elektryczności i galwanizmie" w żadnym razie nie może być uznany za zadawalający, chociażby już z tego względu, że jest niezwykle pobieżny (obejmuje tylko str. 33 wobec 393 str. całości i jest mniejszy np. od Akustyki). Na stronach czternastu omówiona jest elektrostatyka, na ośmiu stronach załatwił się autor z prądem elektrycznym, poświęcając ostatnie kartki opisowi elektromagnesu, dzwonka elektrycznego i telefonu z mikrofonem. Prądy indukcyjne nazywa autor także „prądami nawiedzionemi" (str. 191.

„Fizykę" p. A. Szymańskiego kończy półstronicowa wiadomość o falach Hertza.

5. Nader pożądanym nabytkiem dla naszej literatury było przełożenie na język polski Fizyki prof. d-ra E. Warburga, dokonane przez St. Bouffałła. Pojawienie się tego kursu Fizyki odpowiada rzeczywistej potrzebie wobec braku w chwili obecnej pełniejszego opracowania Fizyki w języku polskim; dotychczasowe bowiem mają albo charakter początkowy, albo są przestarzałe, albo też (jak obra-

chowany na trzy tomy doskonały kurs prof. Witkowskiego) nie zostały jeszcze niestety ukończone.

Dr. Warburg przeznaczył dzieło swe dla słuchaczów Fizyki, jako książkę pomocniczą przy wykładach, a więc przedewszystkiem do użytku młodzieży uniwersyteckiej; jest to jednak kurs ogólny, przydatny zarówno dla słuchaczów matematyki, jako też przyrody i medycyny, nie zawiera przeto nic takiego, coby bądź treścią swą, bądź formą, wykraczało zbyt daleko poza zakres szkolny.

Autor podzielił wykład swój na ośm działów, rozpoczynając, jak zwykle, od zasadniczych pojęć mechanicznych i przechodząc do mechaniki ciał sztywnych, a następnie do mechaniki cieczy. Kładąc szczególny nacisk na stronę doświadczalną, autor nie zaniedbuje wszakże wzorów i krótkich rozważań teoretycznych, wprowadzając te ostatnie wszędzie tam, gdzie one ze względu na przejrzystość lub ścisłość wykładu są pożądane. Rachunek jest oczywiście wszędzie elementarny z niewielkim dodatkiem Trygonometryi.

W rozdziale o wahaniach wahadła znajdujemy słów parę o drganiach, same zaś ruchy falowe i ich własności, które należy właściwie rozpatrywać w Mechanice, wyłożone są w rozmaitych innych działach Fizyki w miarę zachodzącej potrzeby. Taki sposób, jakkolwiek powszechnie stosowany w podręcznikach, wywołuje z jednej strony konieczność częstych powtarzań, z drugiej strony wskutek swej pobieżności w każdym danym przypadku utrudnia zrozumienie całej teoryi.

Dział IV omawia w sposób zwięzły, lecz dość wyczerpujący zjawiska sprężystości, lepkości, napięcia powierzchniowego, dyfuzji i pochłaniania; dział zaś V, obejmujący prawie stron 40, poświęcony jest nauce o głosie:

Wykład następny o cieple zajmuje się przedewszystkiem termometryą, dalej rozszerzalnością, kalorymetryą, oraz w rozdziale 4-ym tego działu, dość niespodzianie, teoryą mechaniczną ciepła. Pomijając fakt, że sama nazwa „teorya mechaniczna ciepła“ nie jest zbyt szczęśliwa i stanowi zabytek przeszłości, zaznaczymy, że przejście do niej w środku wykładu potrzebne jest autorowi do objaśnienia faktów z dziedziny rozszerzania się i ciepła właściwego gazów. Zdaje się jednak, że uwydatnienie podstawowej roli energii i jej przekształceń, mimo wzmianek kilkakrotnych w różnych miejscach książki, nie zostało atoli systematycznie wszędzie przeprowadzone i to w takiej mierze, w jakiej to dla nadania idei przewodniej i związania całości byłyby pożądane.

Koniec nauki o cieple zawiera wiadomości o topieniu, o parze nasyconej i wrzeniu, o parze przegrzanej i gęstości pary, o maszynach termodynamicznych, o zasadzie Carnota i o przewodzeniu ciepła.

Dział VII obejmuje promieniowanie, a w szczególności światło. Po zwykłych wiadomościach wstępnych, wykłada autor zjawiska odbicia, łamania oraz rozszczepiania się światła wraz z zastosowaniem do obrazów i narzędzi optycznych. Dalej następują: fotometrya, rozdział o działaniach światła i o jego prędkości, oraz dość szczegółowy lecz przystępny wykład teoryi undulacyjnej światła wraz z zjawiskami interferencyi, uginania się, załamania się podwójnego i polaryzacyi. Końcowe rozdziały poświęcone są nowszym poszukiwaniom nad widmem.

Dział ostatni, najobszerniejszy, omawia zjawiska, zwykle klasyfikowane w dziale „elektryczności i magnetyzmu"; wykład jest tu, jak zresztą wszędzie, zupełnie zadawalający pod względem pedagogicznym. Początkowe rozdziały posiadają układ, mało różniący od stale stosownego w podręcznikach; w dalszych jednak i końcowych ustępach nie pominięto nowszych wyników i poszukiwań, które krótko, lecz bez większych opuszczeń i pominięć, znalazły stosowne miejsce.

Zupełnie pod względem naukowym ścisły i poprawny wykład zjawisk elektrycznych musi z natury rzeczy sprawiać w chwili obecnej nieprzezwyciężone prawie trudności i nadzwyczaj też powoli schodzić może z utartej drogi szablonu. Przyczyną tego jest bezwątpienia stan przejściowy naszych wiadomości i pojęć z tej dziedziny, oraz coraz nowsze poszukiwania o olbrzymiej doniosłości, które są zdolne zmienić przyjmowane dziś poglądy, a—co zatem idzie—cały nasz dotychczasowy system przedstawiania tej ważnej i licznej grupy zjawisk.

Przekład książki D-ra Warburga jest staranny i bez zarzutu. Jeśli, jak słusznie powiada p. Stan. Bouffał w przedmowie, nazwisko prof. Warburga daje rękojmię wartości naukowej jego dzieła, to także nazwisko tłómacza dawało rękojmię poprawności i utrzymania wszystkich zalet oryginału, co też dokonany przekład stwierdza najzupełniej.

Wł. Gorczyński.

Dr. Č. Strouhal. M e c h a n i k a (670 str., 342 ilustr.) v Praze 1901.

Tenże A k u s t i k a (462 str., 144 ilustr.) v Praze 1902.

Sądzę, że każdy, biorąc powyższe dzieła prof. S t r o u h a l a do ręki, dozna takich samych wrażeń jak ja: zdziwienia, uznania i zazdrości. Istotnie świadczą one o wzmagającym się u Czechów rozwoju literatury naukowej, o jakim my wyobrażenia nie mamy, i powinny nas zachęcić do baczniejszego śledzenia tego ruchu naukowego u pokrewnego narodu i do naśladowania go pod niejednym względem.

Rozliczne podręczniki Mechaniki—a poniekąd także Fizyki ogólnej, wydane w rozmaitych językach, możnaby podzielić, według ich budowy, na dwie kategorye. Są dzieła, które nasuwają porównanie z architekturą gotycką, albo raczej może z wieżą Eiffla. Zdaje się, jakby autorowi chodziło o wybudowanie jak najśmielszej konstrukcyi na jak najmniejszej liczbie punktów oparcia, t. j. podstaw doświadczalnych. Budowniczy musi być niezwykłym mistrzem, jeżeli ma mu się udać poprawne wybalansowanie struktury; dostępna ona będzie tylko dla wprawnych w gimnastyce matematyczno - logicznej; co prawda, wspinanie się z trudem po cienkich lecz pewnych wiązaniach niezwykłego dostarczy im zadowolenia. Kategorya ta mniej więcej odpowiada temu, co nazywają Fizyką teoretyczną.

Potrzebom szerszego koła pracowników i czytelników—nie wyłączając specyalistów — odpowiadają dzieła przeciwnego rodzaju, o rozmiarach, rozciągających się w szerokość, o masywnych fundamentach i grubych murach. Charakterystycznym typem tego rodzaju dzieł są podręczniki prof. S t r o u h a l a. Żadnej w nich sposobności autor nie omija do skontrolowania doświadczeniem swych wniosków i do wzmocnienia zaufania w pewność i trwałość całej budowy, żadnym nie pogardzi środkiem, który może posłużyć do objaśnienia wykładu.

Dla celów przystępności autor ograniczył się do używania Matematyki elementarnej w głównych wywodach, i tylko w rozdziałach, zawierających trudniejsze lub więcej szczegółowe wywody, odznaczonych mniejszym drukiem, posługuje się gdzieniegdzie Rachunkiem wyższym.

Niebezpieczeństwa, zagrażające dziełom tej kategoryi: szablonowość i jednostajność, zostały szczęśliwie ominięte przez autora za pomocą konsekwentnego zastosowania metody doświadczalnej, tak dalece konsekwentnego, że doznaje się niemal wrażenia, jak gdyby się było obecnym przy doświadczeniach w laboratoryum fizycznem.

Nie mało do tego, co prawda, przyczyniają się liczne i świetne ilustracye, jakich jeszcze w żadnym podręczniku nie napotkaliśmy, cynkografie wykonane według fotograficznych zdjęć (czasem nawet migawkowych podczas doświadczenia) aparatów Instytutu fizycznego prof. Strouhala w Pradze.

Ale także treść jest dostosowana do tej metody. Każdy przedmiot, który autor porusza, zostaje wypracowany aż do najdrobniejszego szczegółu. Znajdujemy tylko wywód wzorów odpowiednich i dyskusyę wszelkich przypadków i możliwych błędów i poprawek, ale też obliczenia liczbowe, tabliczki, wreszcie nawet często porównania z pomiarami, odnoszącemi się do rzeczywistych doświadczeń opisu przyrządów laboratoryjnych i wskazówki do obchodzenia się z nimi (porówn. np. rozdział o wagach str. 218—253, o gęstości str. 458—477, o ciśnieniu atmosferycznem str. 497—526 i 533—544). Tym sposobem objęty i obszernie wyłożony zostaje także materyał, stanowiący t. zw. Fizykę praktyczną, w rodzaju „Kohlrauscha".

To szczegółowe wykończenie metody doświadczalnej stanowi charakterystyczną cechę tych dzieł, dzięki której zalecają się one zwłaszcza dla samouków, którym—o ile to w ogóle jest możliwe — zastąpią, lub przynajmniej uzupełnią wykład eksperymentalny.

Jako dalsze zalety należy podnieść staranność w wybieraniu najnowszych i najdokładniejszych dat doświadczalnych, a przy tem zamieszczenie licznych dat i notatek historycznych; żadne imie własne nie jest pozostawione bez krótkiej biografii, żadne słowo obce bez podania etymologii.

Oprócz tych wspólnych znamion okazują obydwa dzieła jeszcze specyalne cechy oryginalności. Tak w „Mechanice" uwydatnia się wyraźnie predylekcya autora do poszukiwań astronomicznych i geofizycznych, co, jak sądzę, jej tylko na dobre wychodzi; nie tylko, że przedmiot staje się więcej zajmującym, ale Mechanice, zwłaszcza Dynamice, do dziś dnia tak dalece niezbędne są podstawy doświadczalne, zaczerpnięte z owych nauk, że bez nich stanowiłaby ona bardzo niepewną i kruchą budowę.

Ażeby dać wyobrażenie o rozkładzie materyału, wspomnę, że wstępne rozdziały, o przestrzeni, czasie, masie, bezwzględnym układzie miar zajmują 113 stron, właściwa mechanika punktu i ciał sztywnych 323 str., mechanika cieczy 59 str.. gazów 90 str., sprężystość ciał stałych, może w porównaniu z innemi częściami nieco upośledzona, znajduje się wraz z tarciem, włoskowatością, dyfuzyą, w ostatnim rozdziale o siłach molekularnych (71 str.).

Podręcznik Akustyki różni się od wielu innych dzieł tego rodzaju gruntownem opracowaniem wszystkich kwestyj, będących w związku z fizyologiczno-muzyczną stroną przedmiotu, w skutek czego może zająć szersze koła, interesujące się tym przedmiotem. W żadnym podręczniku Fizyki nie napotkałem tak szczegółowego porównania skal muzycznych i sposobu strojenia (według Pytagorasa, Delezenne'a, Aristoksenosa, jednostajnego temperowania) i tak jasnego przedstawienia różnic za pomocą tabliczek spółczynników logarytmowych i za pomocą diagramów.

Książka obejmuje: ruch drgający (116 str.), zasady teoryi muzyki (83 str.), rozchodzenie się głosu (53 str.), tony powstające przez drganie poprzeczne (82 str.), drganie podłużne (43 str.), interferencya, rezonancya i t. p. (51 str.), a dołączony jest oddział o fizyologii słuchu, opracowany przez Dr. Mareša (25 str.).

Jak w Mechanice, tak i tu niejeden szczegół (np. tony tarcia str. 272) stanowi własny przyczynek autora; chętnie widziałbym jednak może jeszcze wzmiankę o tonach skręcenia (Torsionstöne) prętów ze względu na oznaczenie spółczynnika Poissona. Jako przykład metody i szczegółowego wypracowania, posłuży oddział o poprzecznych drganiach prętów (23 str.).

Liczba reprodukcyj cynkograficznych fotografii jest tu nieco mniejsza niż w Mechanice, za to znajdujemy liczne diagramy ruchu drgającego i falowego, które pod względem staranności wykonania chyba nie mogą być przewyższone. Aż przyjemność patrzeć na rysunki jak na str. 23, 77, 91!

W ogóle trzeba podnieść, że zewnętrzna forma tych dzieł, wydanych przez Zjednoczenie matematyków czeskich, jest tak okazała, że porównać z niemi można pod tym względem chyba jedynie dzieła ngielskie. A trzeba przyznać, że to nie mało się przyczynia do zachęcenia czytelnika i do pozostawienia mu korzystnego wrażenia z całości.

Mimowoli nasuwa się myśl, że nasze dzieła naukowe—a w znacznej mierze w ogóle książki polskie—obok tamtych wyglądają jak kopciuszki: lichy szary papier, niewyraźny szary druk, prymitywne ilustracye—oto zewnętrzna szata książek polskich. A treść ich często bynajmniej nie zasługuje na takie upośledzenie. Czyż istotnie nie stać nas na to, czy nie przyczynia się do tego powszechny u nas brak poważania dla wiedzy i dla bibuły drukowanej?

Zaznaczyć muszę tu także, że w naszym języku nie posiadamy odpowiednich dzieł naukowych z Fizyki doświadczalnej o tak obszernym zakresie, a przystępnych dla naszego koła czytelników. Zresztą nie tylko uczącym się można dzieło prof. Strouhala polecić z powodu jasności, gruntowności i świeżości wykładu; także badacz z niejednego szczegółu skorzysta, a zwłaszcza z licznych danych i tabliczek liczbowych, jako też z notatek historycznych. Co do trudności językowych wspomnę, że, nie umiejąc po czesku, przecież w krótkim czasie doszedłem do takiej wprawy, że wszystko było mi zrozumiałe.

M. Smoluchowski.

E. Lemoine. Géométrographie ou art des constructions géométriques „Collection“ Scientia. Phys. mat. № 18 C. Naud. Paris 1902, 8-o, str. 87.

W pracy tej autor systematyzuje i zbiera dorobek cały na nowem polu teoryi konstrukcyi zadań geometrycznych, a także streszcza główne zasady Geometrografii. Trzeba nadmienić, że jeszcze przedtem w paru innych miejscach, np. w Archiv d. Math. und. Phys. (3) I 1901 str. 99—115, 323—341, w artykule pod tytułem: „Principes de la Géométrografie ou art des constructions géométriques“ autor uzasadnia nową naukę i wykłada używane w niej metody. Przyjrzyjmy się teraz, na czem polega ten nowy kierunek.

Każde zadanie konstrukcyjne, wykonalne z pomocą cyrkla i liniału, wymaga prowadzenia pewnej liczby prostych i kreślenia pewnej liczby kół. Pierwsze uproszczenie więc polegać powinno przedewszystkiem na zmniejszeniu tych liczb, przyczem według Mascheroni'ego kołom daje się przewagę, jako elementom konstrukcyjnym więcej dokładnym. Dalej, proste i koła nie zawsze są prowadzone w tych samych warunkach, a zmiana warunków musi wpływać na dokładność konstrukcyi. Tak np. poprowadzić prostą przez dany punkt i przez dwa dane punkty — konstrukcyjnie nie może być tem samem: w przypadku drugim omyłka z powodu niedokładnego przystawienia liniału do punktu musi być podwójna. Tak samo nakreślenie koła z dowolnego środka lub z danego środka są to też rzeczy, między sobą konstrukcyjnie się różniące. Podobna analiza działań elementarnych konstrukcyjnych doprowadziła w Geometrografii do pięciu podstawowych głównych działań, z których każde dla odróżnienia oznacza się pewnym symbolem. Działania te są następujące:

I. Przystawić brzeg liniału do danego punktu, oznacza się symbolem: R_1. Przystawienie liniału do dwóch danych punktów, oznacza się symbolem: $2R_1$.

2. Poprowadzić dowolną prostą — symbol: R_2.

3. Wstawić ostrze cyrkla w punkt dany—symbol: C_1 Wzięcie cyrklem odległości dwóch punktów danych. oznacza się symbolem: $2C_1$.

4. Wstawić ostrze cyrkla w dowolny punkt na linii (krzywej też) danej — symbol: C_2.

5. Nakreślić koło dowolne — symbol: C_3.

Tym sposobem każda konstrukcya da się przedstawić symbolicznie tak np.: $(l_1R_1+l_2R_2+m_1C_1+m_2C_2+m_3C_3)$, gdzie l_1, l_2, m_1, m_2, m_3 są liczby całkowite i dodatnie wskazujące, ile razy każde z powyższych działań elementarnych wchodzi w daną konstrukcyę. Uważając wszystkie pięć powyższych działań za równoważne, Lemoine nazywa sumę $l_1+l_2+m_1+m_2+m_3$ — spółczynnikiem uproszczenia lub wprost prostotą (simplicité), zwięzłością konstrukcyi, a sumę $l_1+m_1+m_2$ — dokładnością (éxactitude) konstrukcyi. Wyodrębnienie trzech spółczynników: l_1, m_1, m_2 w oddzielną grupę uzasadnia się tem, że nie wszystkie działania mają jednakową wartość techniczną w konstrukcyi, a tylko działania, przedstawione symbolami R_1, C_1 i C_2, mogą wpływać na dokładność techniczną. Zadaniem Geometrografii jest, o ile się da, zmniejszyć te spółczynniki, które dalej w skróceniu będziemy wprost oznaczali przez S (simplicité) i E (exactitude). Można będzie osądzić z poniżej przytoczonych przykładów, jak udało się Geometrografii cel ten osiągnąć. Naturalnie, że podobne zmniejszenie wymaga głębszej i szerszej znajomości przedmiotu, a nieraz wprost intuicyi. Przytem trzeba odróżniać dwie rzeczy: łatwość opisową konstrukcyi, a także oczywistość jej dowodu, od wskazanych powyżej spółczynników S i E. Te rzeczy często nie idą w parze, atoli nieraz spotkać można konstrukcyę zwięzłą i nader prostą w wysłowieniu i dowodzie.

Rozwiązanie zadania, w którem spółczynniki S i E mają najmniejszą znaną wartość, nazywa się w danym czasie konstrukcyą geometrograficzną zadania aż dotąd, póki się nie znajdzie inna prostsza. Tym sposobem żadne rozwiązanie nie może być poczytywane za doskonałe ostatecznie, lecz wciąż podlega nieustannej systematycznej analizie, co musimy uważać za wielką zaletę Geometrografii.

Podane wyżej symbole charakteryzują t. zw. Geometrografię kanoniczną, posługującą się narówni cyrklem i liniałem tak, jak geometrya grecka. Lecz wiadomo, że możemy przy konstrukcyach używać nietylko cyrkla i liniału razem, ale i oddzielnie, albo też posługiwać się innemi przyrządami, dla których Geometrografia daje też swoje symbole, oznaczając niemi elementarne działania charakterystyczne dla danego przyrządu. Dla ekierki charakterystycznem działaniem elementarnem będzie przesuwanie jej po danej prostej, gdy jedna z krawędzi przystaje do tej prostej. Działanie to oznacza się symbolem E. Przytem z drugiej strony protej przystawia się liniał, działanie to nie uważa się za odrębne. Reszta działań z ekierką oznacza się temiż symbolami: R_1 i R_2, lecz dla odróżnienia, że działanie wykonano ekierką, zamiast R_1 używa się symbolu R'_1. Jeżeli konstrukcyę wykonywamy cyrklem, linijką i ekierką, to symbol tej konstrukcyi przedstawia się tak: $l_1 R_1 + l' R'_1 + l_2 R_2 + m_1 C_1 + m_2 C_2 + m_3 C_3 + n E$,, gdzie $S = l_1 + l'_2 + l_2 + m_1 + m_2 + m_3 + n$, a $E = l_1' + l'_1 + m_1 + m_2 + n$. Nawet dla takiego idealnego przyrządu, jakim jest „Streckenüberträger" (Eichmass) Hilberta, Geometrografia ma swój symbol: σ, który w Geometrografii kanonicznej może być zastąpiony przez $3C_1 + C_3$ lub $2C_1 + C_2 + C_3$ przedstawiające wzięcie cyrklem długości pewnego odcinka i przeniesienie go do danego punktu lub na daną prostą.

Geometrografia kieruje się nadto jeszcze pewnemi zasadami, które w skróceniu można wypowiedzieć jak następuje:

Nie wprowadzać do konstrukcyi żadnych niepotrzebnych linij i nie zmieniać logicznego porządku konstrukcyj [1].

---

[1]) Można się przekonać praktycznie, że w tym przypadku symbole się zmieniają.

W każdym przypadku szczególnym zadania wychodzić z konstrukcyi ogólnej i zmniejszać symbol ogólny, o ile się da.

Gdy się poszukuje symbolu ogólnego, stosować konstrukcye szczególne więcej dogodne, tylko wtedy, jeżeli to się da zrobić zawsze.

Jeżeli mamy już pewną liczbę linij nakreślonych badać, czy w danym przypadku konstrukcyi szczegółowej nie można wykonać inaczej, niż to wskazuje ogólne jej rozwiązanie geometrograficzne. To ostatnie może się zdarzyć wtedy, gdy przy zadaniu złożonem mamy na rysunku linie niepotrzebne do szczegółowej konstrukcyi geometrograficznej, lecz mogące uprościć wykonanie konstrukcyi inną drogą, więcej ekonomiczną.

Z tego widzimy, że w tej nowej sztuce trzeba się wciąż mieć na baczności i badać dane warunki. Jak mało zwracano na to dotąd uwagi, świadczą chociażby eksperymenty, robione przez Lemoine'a, w których dawał kilku osobom odrazu jedno zadanie, podlegające niemal oczywistemu uproszczeniu: z czterech czy pięciu osób tylko jednej, i to nie zawsze, zdarzało się wpaść na to uproszczenie. Trzeba powiedzieć, że rozwiązujący przytem byli wykwalifikowani geometrowie. Bezwątpienia dużą rolę tutaj odgrywa łatwość wysłowienia konstrukcyi, którą często przyjmują za jej zwięzłość. Tu drogi teoretyka-geometry i konstruktora rozchodzą się.

Prócz tego Geometrografia przypuszcza, że kartka, na której odbywa się konstrukcya, a także narzędnia są o tyle duże, ile potrzeba, że punkt jest określony równie dobrze niezależnie od kąta, pod którym się przecinają linie, a linia niezależnie od odległości dwóch punktów, dalej przypuszcza ona „materyalne istnienie punktu i linii".

Te cechy czysto abstrakcyjne znajdują się też i we wskazanych symbolach: R_1, R_2, C_1, C_2, C_3. Są to wielkości nieporównalne i właściwie różnorodne. Ta ich różnorodność atoli nie przeszkadza i nie obala powyższej teoryi, bo i Mechanika teoretyczna, jak mówi Lemoine, jest przecież też nauką czysto abstrakcyjną, jej wzory i koncepcye bynajmniej nie są odbiciem rzeczywistości, jednakże technik wierzy tym wzorom. Poniekąd każda nauka cechuje się tego rodzaju abstrakcyjnością, nawet w daleko większym stopniu.

To, co powiedziano, wystarczy do scharakterysowania zasadniczych rysów Geometrografii, a przykłady następujące uzupełnią i pogłębią jeszcze to pojęcie. Przykłady te czerpiemy z książki Lemoine'a, która jest podzielona na 2 części, W pierwszej autor podaje geometryczne rozwiązania 43 zadań klasycznych, które można znaleść w każdym podręczniku elementarnym Planimetryi. W drugiej zebrano 26 zadań różnorodnych z Geometryi nowszej: na bieguny i biegunowe, osi pierwiastne, zadanie Apolloniusza, podział anharmoniczny, inwolucyę, środki i osi podobieństwa. Ta druga część—co jest rysem dość znamiennym—prócz zadania Apolloniusza, nie daje tak uderzających uproszczeń w porównaniu z rozwiązaniami klasycznemi, jak pierwsza. Niektóre rozwiązania, dane przez autora w jego książce, już teraz, dzięki wspólnej pracy geometrów francuskich i niemieckich, znacznie są uproszczone. Uproszczenia te uwzględniamy w poniższem przedstawieniu.

P o p r o w a d z i ć d w i e p r o s t e w z a j e m n i e p r o s t o p a d ł e. Trzy rozwiązania geometrograficzne:

a) Prowadzimy dowolną prostą (R_2); z dowolnego punktu O kreślimy kolo dowolne, przecinające prostą w A i B, (C_3); prowadzimy prostą BO; ($2R_1+R_2$), która spotyka koło w C; prowadzimy CA, ($2R_1+R_2$). Kąt CAB jest prosty. Działania: ($4R_1+3R_2+C_3$). $S=8$; $E=4$; 3 proste, 1 koło.

b) Kreślimy dwa koła O i O_1 przecinające się w A i A_1; ($2C_3$); prowadzimy proste OO_1 i AA_1; ($4R_1+2R_2$). Kąt między niemi jest prosty. Działania: $4R_1+2R_2+2C_3$; $S=8$; $E=4$; 2 proste, 2 koła.

c). Prowadzimy dowolną prostą OO_1; ze środków O i O_1 kreślimy dwa koła, przecinające się w A i A_1; ($2C_2+2C_3$); prowadzimy AA_1; ($2R_1+R_2$). Działania: ($2R_1+2R_2+2C_2+2C_3$). $S=8$; $E=4$; dwie proste, dwa koła.

Ostatnie dwa rozwiązania na oko są jednakowe, ale jeżeli czytelnik przypomni sobie powyższe zasady i przypatrzy się symbolom, zaraz zauważy różnicę, zależną od zmiany logicznego porządku konstrukcyi. Tu nie nastąpiła zmiana w S, lecz gdzieindziej to może na gorsze nastąpić. Jeżeli jedna prosta jest już dana, R_2 odpada i S się zmniejsza o jedność. Z ekierką będzie $S=2$; dwie proste.

P r z e z d a n y p u n k t A p o p r o w a d z i ć p r o s t ą r ó w n o l e g ł ą d o p r o s t e j d a n e j. W konstrukcyach klasycznych tego zadania, z których autor rozpatruje dwie, jedna wyraża się geometrograficznie tak: $S=11$, $E=7$; 1 prosta, 3 koła; a druga tak: $S=13$; $E=8$. 2 proste, 3 koła. Ta druga jest u nas częściej używana.

Konstrukcya geometrograficzna pierwsza. Zakreślamy $A(\varrho)$ [1]; $(C_1 + C_3)$; gdzie ϱ jest dostatecznie wielkie, by przeciąć daną prostą w B; zakreślamy koło $B(\varrho)$; $(C_1 + C_3)$; które spotyka daną prostą w C; kreślimy koło $C(\varrho)$; $(C_1 + C_3)$; spotykające $A(\varrho)$ w D; prowadzimy prostą AD; $(2R_1 + R_2)$. To jest równoległa szukana. Działania: $2R_1 + R_2 + 3C_1 + 3C_3$; $S=9$, $E=5$; 1 prosta, 3 koła.

Konstrukcya geometrograficzna druga. Niech O będzie punkt dowolny O; kreślimy $O(OA)$; $(C_1 + C_3)$, przecinające prostą w B i C; zakreślamy $C(BA)$; $(3C_1 + C_3)$, które spotyka $O(OA)$ w D z tej samej strony BC co i A; prowadzimy prostą $AD(2R_1 + R_3)$, która jest szukaną. Działania: $(2R_1 + R_2 + 4C_1 + 2C_3)$. $S=9$, $E=6$; 1 prosta, 2 koła.

W rozwiązaniu klasycznem pierwszem trzeba też poprowadzić jednę prostą i trzy proste, lecz geometrograficznem nazwać go nie można, bo wyzyskanie warunków jest nieekonomiczne. Przytoczymy to rozwiązanie dla porównania.

Kreślimy koło $A(\varrho)$; $(C_1 + C_3)$; które przecina prostą w B; kreślimy $B(\varrho)$, $(C_1 + C_3)$, spotykające BC w C; kreślimy $B(AC)$, $(3C_1 + C_3)$ (tu jest omyłka), przecinające $A(\varrho)$ w D. Prosta AD, $(2R_1 + R_2)$ jest żądana. Działania: $(2R_1 + R_2 + 5C_1 + 3C_3)$; $S=11$; $E=7$; jedna prosta, trzy koła.

Drugie rozwiązanie geometrograficzne zawiera o jedno koło mniej, ale zato E jest większe o jedność, a więc dokładność jest mniejsza.

Przytoczyliśmy rozwiązanie tych dwu zadań, chociaż bynajmniej nie wyróżniają się zwięzłością, dlatego, by na tych prostych przykładach można było łatwiej się zoryentować w rozróżnieniu ról spółczynników i w niektórych subtelnych właściwościach Geometrografii.

W danym punkcie A na obwodzie poprowadzić styczną do koła.

Konstrukcya geometrograficzna. Niech będzie punkt B dowolny na obwodzie. Kreślimy $B(BA)$; $(C_1 + C_2 + C_3)$, przecinające dane koło w A_1; kreślimy $A(AA_1)$, $(2C_1 + C_3)$, które przetnie $B(BA)$ w C. Prosta CA, $(2R_1 + R_2)$, jest szukana. Działania: $(2R_1 + R_2 + 3C_1 + C_2 + 2C_3)$.

---

[1]) Koło, zakreślone z punktu X promieniem z, będziemy oznaczali przez $X(z)$.

S=9, E=6; jedna prosta, dwa koła. Tym sposobem samym cyrklem można wykreślić dowolną liczbę punktów sztycznej szukanej. W rozwiązaniu klasycznem mamy działania; $2R_1+R_2+3C_1+3C_3$; $S=12$, $E=7$; dwa proste, 3 koła [1].

Znaleść dwa odcinki, znając ich sumę BC i iloczyn A^2. Konstrukcya klasyczna. Na prostej BC, jak na średnicy, opisujemy półkole; w punkcie B wystawiamy prostopadłą i na niej odkładamy $BD=A$; równoległa do BC przez D przecina półkole w E i E'; rzuty prostokątne punktów E i E' na BC dają F i F_1; prosta BF i FC a także BF_1 i F_1C są szukane. Konstrukcya ta, gdy się wykonywa zwykłym sposobem, wyraża się symbolem: $10R_1+5R_2+21C_1+15C_3$; $S=51$; $E=31$; 5 prostych, 15 kół. Lecz, gdy się zważy, iż DE i DE' są długości szukane, można wyrazić konstrukcyę symbolem: $6R_1+3R_2+15C_1+10C_3$; $S=34$, $E=21$; 3 proste, 10 kół. Robiąc zaś poszczególne konstrukcye, jak prowadzenie prostopadłej, sposobem geometrograficznym i wziąwszy pod uwagę, że na prostopadłej, przechodzącej przez środek prostej BC, możemy od O odciąć $OG=A$, a złączywszy D i A, dostaniemy $DA \parallel BC$, przyjść możemy do symbolu: $8R_1+4R_2+9C_1+6C_3$; $S=27$, $E=17$; 4 proste, 6 kół.

Konstrukcya geometrograficzna. Wystawiamy do BC prostopadłą w środku O (2 koła $B(\varrho)$ i $C(\varrho)$, a także prosta; $(2R_1+R_2+2C_1+2C_3)$; odcinamy OG; $(3C_1+C_3)$; prowadzimy $G(OB)$; $(2C_1+C_3)$(przytem z początku ostrze cyrkla zostaje w O). Koło $G(OB)$ przecina BC w F i F_1 tak, że BF_1 i F_1C, a także BF i FC są żądane. Działanie: $(2R_1+R_2+7C_1+4C_3)$. $S=14$, $E=9$; 1 prosta, 4 koła. Łatwo stąd widzieć, ile jest niepotrzebnych działań w konstrukcyi klasycznej.

Dany odcinek BC (wewnętrznie lub zewnętrznie) podzielić tak, aby iloczyn części równał się iloczynowi dwóch danych odcinków: $PQ=a$ i $RS=b$.

---

[1]) Przytoczyliśmy rozwiązanie klasyczne w traktowaniu geometrograficznem, więc nie jest widoczna różnica w wysłowieniu, ponieważ element konstrukcyjny geometrograficzny jest daleko mniejszy niż klasyczny, gdzie elementarne działania są: wystawić i spuścić prostopadłą, zbudować kąt równy danemu, poprowadzić równoległą i t. d. tak, jak w następnem zadaniu.

Konstrukcya klasyczna. W końcach odcinka BC wystawiamy prostopadłe, na których odkładamy odpowiednio w jednę stronę lub w różne strony odcinki a i b do punktów M i N. Koło opisane na MN, jak na średnicy, przetnie odcinek BC lub jego przedłużenie w punktach żądanych. Jeżeli szczegółowe konstrukcye wykonywać sposobem geometrograficznym, to dostaniemy symbol: $(12R_1+6R_2+12C_1+7C_3)$; $S=37$, $E=24$; 6 prostych, 7 kół. Jeżeli najpierw wykreślić średnią geometryczną A odcinków a i b sposobem geometrograficznym (sposobu tego nie podajemy), to dostaniemy symbol: $(4R_1+3R_2+13C_1+C_2+7C_3)$, $S=28$, $E=18$; 3 proste, 7 kół. Na tem rozwiązaniu zatrzymuje się Lemoine. P. Moreau zadanie to rozwiązuje tak: odcinamy na QP część $QT=b$, $(2C_1+C_3)$; kreślimy $T(b)$, (C_1+C_3), które przetnie $Q(b)$ w U; kreślimy $P(PU)$, $(2C_1+C_3)$, spotykające PQ w V i V'; z punktów V i V' dostatecznie wielkim promieniem ϱ kreślimy $V(\varrho)$ i $V'(\varrho)$, przecinające się w K, $(2C_1+2C_3)$, a także $B(\varrho)$ i $C(\varrho)$ przecinające sie w L, $(2C_1+2C_3)$; zakreślamy $L(KT)$, $(3C_1+C_3)$ które spotyka BC w szukanym punkcie I. Symbol: $(13C_1+8C_3)$. $S=21$, $E=13$; ośm kół. Podobneż rozwiązanie dla zewnętrznego podziału podał R. Güntsche w „Zeitschrift f. mat. und nat. Unt. Heft 1", 1903, str. 20—23, skąd bierzemy powyższą redakcyą zadania, a także poprzednie dane przez Moreau; na rozwiązanie jego podaje inną jeszcze bardziej prostą konstrukcyę.

Konstrukcya geometrograficzna. Przedłużamy PQ o $QT=b$, $(3C_1+C_3)$[1] i dostatecznie wielkim promieniem zakreślamy $P(\varrho)$ i $T(\varrho)$, przecinające się w K, a także $B(\varrho)$ i $C(\varrho)$, przecinające się w L, $(4C_1+4C_3)$; nakoniec kreślimy $L(KQ)$, $(3C_1+C_3)$, które przetnie BC w szukanych punktach I_1 i I_2. Symbol: $10C_1+6C_3$; $S=16$, $E=10$; 6 kół. Podobnaż konstrukcya dla zewnętrznego podziału. Gdy $a=b$, można S zmniejszyć o jedność. Wskazaliśmy powyższej prostsze rozwiązanie dla wewnętrznego podziału.

[1] Nie trzeba zapominać, że każdy odcinek trzeba na rysunku rozpatrywać, jako część nieograniczonej prostej, a każdy łuk koła jako część całego okręgu na rysunku już podanych.

Zadanie powyższe jest równoznaczne ze znalezieniem pierwiastków danego równania kwadratowego i odgrywa w wielu pytaniach ważną rolę. G ü n t s c h e zastosował je do podzielenia okręgu danego koła na 17 części równych [1], przyczem wychodził ze znanych 8 równań kwadratowych, znalezionych metodą G a u s s a, potrzebnych do rozwiązania tego zadania. Równania te w nieco innej postaci znaleść można w książce F. K l e i n a: „Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie, ausgearb. von F. T ä g e r t. Leipzig 1895". W odsyłaczu do powyższego artykułu G ü n t s c h e mówi, że dane proste rozwiązanie tego sławnego zadania zawdzięcza li tylko Geometrografii. Trzeba nadmienić, że w tem rozwiązaniu $S=52$, $E=32$, 1 prosta 19 kół, a jeżeli przypuścić użycie dwu cyrkli S, można zmniejszyć o dwie jednostki.

Z n a l e ś ć t r z e c i ą p r o p o r c y o n a l n ą d o d w ó c h d a n y c h l i n i j M i N, c z y l i z b u d o w a ć $X=\frac{N^2}{M}$.

Rozwiązanie, podane przez L e m o i n e'a, przedstawia się tak: Zakreślamy $O(\varrho), (C_3)$, gdzie ϱ jest większe od większej z wielkości M i N. Z dowolnego punktu P tego koła kreślimy $P(N), (2C_1+C_2+C_3)$ przecinające je w Q i T; QT, $(2R_1+R_2)$; $P(M)$, $(3C+C_3)$ spotykające $O(\varrho)$ w S; PS, $(2R_1+R_2)$; prosta ta przetnie QT w I tak, że PI jest odcinek żądany. Działania: $(4R_1+2R_2+5C_1+C_2+3C_3)$ $S=15$; $E=10$; dwie proste, trzy koła. Poza tem autor rozpatruje szczególny przypadek, gdy $2M>N$ i daje dla niego taką konstrukcyę. Kreślimy $O(M), (2C_1+C_3)$; z dowolnego punktu P tego koła kreślimy $P(N), (2C_1+C_2+C_3)$, które przetnie $O(M)$ w Q; $QO, (2R_1+R_2)$ przetnie $B(N)$ w T; QT jest długość szukana. Działania: $2R_1+R_2+4C_1+C_2+2C_3$; $S=10$, $E=7$; jedna prosta, dwa koła.

Jeżeli podzielić to zadanie na dwa przypadki: 1-o. $N>M$ lub $2N>M$, 2-o, $2M>N$, to dla każdego z nich można dać rozwiązanie prostsze niż u autora. Ponieważ nigdzie nie spotykaliśmy prostszego, podajemy je jako konstrukcyę geometrograficzną.

[1]) Geometrographische Siebzehntheilung des Kreises. Sitzungberichte der Bdr. mat. Ges. Archiv 1903 (3) 4.

1-o. Niech $AB=M$ i $CD=N$ są dane na rysunku. Kreślimy $A(N); (3C_1+C_3)$, potem $B(N); (C_1+C_3)$, przyczem koła te przetną się w E; kreślimy $E(N), (C_1+C_3)$, które spotka $A(N)$ w F i G; prosta FG; $(2R_1+R_2)$ spotka przedłużenie odcinka AB lub sam ten odcinek w punkcie X tak, że AX jest żądane. Działania: $2R_1+R_2+5C_1+3C_3$; $S=11$; $E=7$; jedna prosta, trzy koła. Jedno rozwarcie cyrkla.

2-o. a) Kreślimy $C(M)$ i $D(M); (4C_1+2C_3)$, koła te spotykają się w E. Kreślimy $E(N); (2C_1+C_3)$, która spotka poprzednie dwa koła w F i G tak, że FG jest żądane. Działania: $6C_1+3C_3$. $S=9$, $E=6$; 3 koła. Przytem długość odcinka CD bierzemy, nie wyjmując cyrkla z D. b) Początek ten sam, tylko prowadzimy później prostą EC, które przetnie $C(M)$ i $D(M)$ w punktach F i G tak, FG jest żądane. Działania: $2R_1+R_2+4C_1+2C_3$; $S=9$; $E=6$; 1 prosta, dwa koła. c) Kreślimy $A(N)(3C_1+C_3)$ i nie wyjmując ostrza cyrkla odrazu z A, kreślimy później $B(M), (C_1+C_3)$, które przetnie $A(N)$ w E $EB, (2R_1+R_2)$; prosta ta przecina $A(N)$ w F. Odcinek EF jest żądany. Działania: $2R_1+R_2+4C_1+4C_1+2C_3$; $S=9$, $E=6$; jedna prosta, dwa koła.

W części drugiej wyróżnia się pod względem prostoty zadanie Apolloniusza. Dość powiedzieć, że S w najprostszem znanem rozwiązaniu tego zadania przez Bobilliera i Gergonne'a równa się 356, a w podanem tutaj rozwiązaniu L. Gérard'a S ma wartość 154. Moreau zmniejszył ją jeszcze o 2. Przytoczenie tu tego rozwiązania zajęłoby zbyt dużo miejsca. Odsyłamy ciekawych do książki Lemoine'a.

W swoich „Principes de Géométrographie etc", Lemoine sięga myślą dalej i daje czysto idealne symbole dla konstrukcyj, wykonywalnych w przestrzeni trójwymiarowej. Tu już do kół i prostych trzeba dodać płaszczyzny i kule, a więc potrzeba dwóch nowych przyrządów. Jeden z tych czysto fikcyjnych przyrządów t. zw. „planque" służy do prowadzenia płaszczyzn, drugi „sférêtre" — do prowadzenia kul. Dla nich też Lemoine podaje szereg odpowiednich symboli i na tem opiera swoją Stereometrografię. *L. Zarzecki.*

Dr. L. Silberstein. Teorya operatorów fizycznych (Związek zjawisk w czasie). Odbitka z „Przeglądu filozoficznego“. Warszawa, 1904, 8-o, str. 51.

M. Danielewicz. Metoda najmniejszych kwadratów, napisał....., Magister Nauk fizyczno-matematycznych b. Szkoły Głównej warszawskiej. Warszawa, 1904, 8-o, str. 186 i XII.

Książka ta stanowi tom VIII „Dzieł i rozpraw matematyczno-fizycznych“, wydawanych przez A. Czajewicza i S. Dicksteina z zapomogi Kasy pomocy im. Józefa Mianowskiego.

Józef Słowikowski. „Znaczenie figur Kopernika i Keplera, w przyrodzie i technice“ wysnuł i określił...... Magister nauk matematyczno-fizycznych, Inżynier. Tablic 16 z kolorowemi figurami. Warszawa 1903, 4-o, str. 124.

Praca pod powyższym tytułem zawiera w części I „teoretycznej“ wiadomość o metodach analityczno-geometrycznych Culmanna i jego szkoły, o geometryi rzutowej i grafice statycznej, o teoryi wieloboku sił i wieloboku sznurowego. W części drugiej zatytułowanej, „Rozszerzenie pojęć, zastosowania i wnioski“, autor stara się zastosować zasady tej teoryi do ruchu planetarnego i wypowiada pomysły, dotyczące różnorodnych dziedzin zjawisk mechanicznych i fizykalnych. W części trzeciej p. t. „O figurach zwrotnych i ich zastosowaniu“ zajmuje się ponownie zasadniczemi pojęciami i metodami geometryi rzutowej i wypowiada różne myśli o związku tych pojęć z niektóremi zasadami mechaniki. W części czwartej, bardzo krótkiej, zatytułowanej „Pogląd ogólny“ rzuca kilka uwag o pracach naukowych i technicznych gdzieindziej i u nas. W części piątej p. t. „Technika“, powraca do wieloboku sił i wieloboku sznurowego. i przedstawia zastosowanie ich w rozmaitych zagadnieniach technicznych. W części ostatniej p. t. „Przyroda“ wypowiada luźne uwagi o zagadnieniu równowagi, o zasadzie niezależności sił, o znaczeniu kierunków prostopadłych i równoległych, o pojęciu maximum i minimum.

Wł. Gorczyński. Badania nad przebiegiem rocznym insolacyi. Kraków. Nakładem Akademii Umiejętności. 1903. (Osobne odbicie z tomu XLIII, Seryi A. Rozpraw Wydziału matematyczno-przyrodniczego, 8-ka większa, str. 86.

M. T. Huber. Pomiar ziemi. Odczyt publiczny, wygłoszony w Krakowie d. 26 marca 1903. Odbitka z „Wszechświata“. Warszawa, 1903, 8-o, str. 37.

Niemiecko-polski Słowniczek matematyczny, ułożony przez Zurychskie kółko matematyczno-techniczne. Wydanie I. Zurych, 1904, 8-o,. str. 37.

Z filozofii nauk przyrodniczych. Sześć wykładów, wygłoszonych w auli Uniw. w jesieni 1902 r. przez profesorów Jagiellońskiej Wszechnicy: M. Rudzkiego, A. Witkowskiego, Wł. Natansona, L. Marchlewskiego, F. Garbowskiego, M. Straszewskiego, wydał i przedmową opatrzył Dr. M. Straszewski. Warszawa 1904. E. Wende i S-ka, str. 151.

Wykaz treści. Przedmowa. M. Rudzki, O badaniu Kosmosu. A. Witkowski, O eterze. Wł. Natanson, O teoryach materyi. L. Marchlewski, Poglądy chemiczne na budowę materyi. T. Garbowski, Życie i wiedza. M. Straszewski, Pomysły do syntezy.

W. Mutermilch, O materyi promieniotwórczej materyi. Odbitka z „Przyrody“. Warszawa 1904.

H. A. Lorentz. Poglądy i teorye Fizyki współczesnej (Ruchy widoczne i niewidoczne). Szereg odczytów wygłoszonych przez..... prof. uniwersytetu w Lejdzie, z upoważnienia autora przełożył Dr. St. Tołłoczko, Docent Uniw. Jagiellońskiego. Warszawa, E. Wende i S-ka, 1904, 16-ka, str. 288.

Dr. J. Stark, Docent Uniwersytetu w Getyndze. Rozkład i zmienność atomów chemicznych. Z upoważnienia autora przełożył Dr. L. Bruner. Warszawa, E. Wende i S-ka, 1904, 16-ka, str. 67.

L. Bruner und St. Tołłoczko. Ueber die Auflösungeschwindigkeit fester Körper. Odbitka z „Buletynu Akademii Umiejętności w Krakowie“. Kraków, 1903, str. 555—594.

R. Merecki. Die Sonnentätigkeit und die unperiodischen Luftdruckänderungen. Odbitka z „Meteorologische Zeitschrift“ 1904, zeszyt 1, str. 11—18

M. T. Huber. Zur Theorie der Berührung fester elastischer Körper. Separat-Abdruck aus den „Annalen der Physik", Vierte Folge, Band 14, 1804, 8-o, str. 153—163.

Jan v. Zawidzki. Ueber das „Regnaultsche Gesetz" von Duhem. Sonderabdruck aus der „Zeitschrift für physikalische Chemie", XLVI, p. 21—29.

Jan v. Zawidzki. „Ueber den amphoteren Charakter der Kakodylsäure". Sonderabdruck aus den „Berichten der Deutschen Chemischen Gesellschaft". Jahrg. XXXVII, Heft 1, p. 153—154.

Jan v. Zawidzki. „Ueber Gleichgewichte im System $NH_4NO_3+AgNO_3$ Sonderabdruck aus d. „Zeitschrift für physikalische Chemie" XLVII, b., 1904, 8.o, p. 721—728.

G. Vailati. La teoria arlstotelica della definizione. Estratto della „Rivista di Filosofia e scienze affine". Novembre-Dicembre 1903, Anno, V № 5, Vol. II. Bologna, 1903, 8-o, p. 18.

G. Vailati. Du un'opera dimenticata del P. Gerolamo Saccheri „Logica demonstrativa" 1697), Estratto della „Rivista Filosofica", Settembre-Ottobre 1903, 1903, Pavia 1903, 8-o, p. 15.

Ernesto Pascal. Sulle trasformazioni infinitesime che lasciano in variata una forma o un'equazione ai differenziali totali. Estratto del vol. XII d. Rend. della R. Accademia dei Lincei, 1903, p. 173—182.

T. Levi-Civita. Sopra la equazione di Kepler, Estr. del Vol. XIII dei Rend. della R. Accademia dei Lincei, 1904, p. 260—268.

Levi-Civita. Sopra un problema di elettrostatica che interessa la construzione dei cavi. Estr. dal Vol XIII d. Rend. della R. Accademia dei Lincei, 1904, p. 376—382.

Dr. F. Gomes Teixeira, Director da Academia polytechnica do Porto, antigo Professor na Universidade de Coimbra etc. Obras sobre mathematica, publicadas por ordem do Governo português. Volume primeiro. Coimbra, Imprensa de Universidade, 1904, 4-o, str. 402.

Pierwszy ten tom Dzieł zbiorowych matematyka portugalskiego zawiera następujące rozprawy: „Sobre o desenvolvimento das funcçoes em serie, 1897 (O rozwinięciu funkcyj na szeregi((1—98), „Sur le développement des fonctions en série ordonnée suivant les puissances des sinus et cosinus de la variable, 1896 (z Dziennika Crellego) (str. 103—126); „Sur les séries ordonnées suivant les puissances d'une fonction donnée", 1900 (z Dziennika Crellego) (127—162); „Extrait d'une lettre adressée a M. Hermite" 1890 (163—170), „Sur les courbes larallèles à l'ellipse" 1898 (179—208): „Sur les derivées d'orde quelconque" 1880 (209—218);'„Sur le développement des fonctions inplicites en série 1881 (19-226, 227—236), „Sur le développement des fonctions doublement périodiques de seconde espèce en série trigonométriqne" 1903 (z Dziennika Crellego) (237—256)1 „Apontamentos biographicos sobre Daniel Augusto de Silva" 190? (259—272), „Note sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre" 1881 (273-282); „Diversos artigos sobre Geometria analytica pura" (283-316) „Sur la convergence des formules de Lagrange, Gauss etc. (z Dziennika Crellego) 1903 (317—374), „Diversos artigos sobre Analyse infinitesimal (375—396).

George Brun Halsted. The Message of Non-Euclidean Geometry (Reprinted from Science N-S. Vol. XIX. № 480, p. 401—413, March 11, 1904), 8-o, p. 30,

---

Olof Linders. Die für Technik und Praxis wichtigsten physikacischen Grössen in systematischer Darstellung sowie die algebraische Bezeichnung der Grössen, Physikalische Massysteme, Nomenklatur der Grössen und Masseinheiten, 396 S. 8-o mit 43 Textfiguren und mehreren Tabellen. Verlagsbuchhandlung von Jäh und Schunke (Rossberg'sche Buchhandlung), Leipzig, 1904.

G. Peano. I. De latino sine flexione. II. Principio de permanentia. Ex „Revue de Mathématiques" tomo 8, anno 1903, 8-o, p. 14.

Hugo Schuchardt. Rapport sur le nouvement tendant à la création d'une langue auxiliaire internationale artificielle, par..... Membre de l'Académie impériale des sciences de Vienne, Extrait de la „Revue internationale de l'Enseignement", Paris 1904, 8-o, p. 7.

Z publikacyj towarzystw naukowych i z czasopism.

Bulletin International de l'Acadèmie des sciences de Cracovie, Classe des sciences mathématiques et naturelles.

Październik 1903. L. Bruner i S. Tołłoczko. Ueber die Auflösungsgeschwindigkeit fester Korper; S Zaremba, Sur une forme perfectionnée de la théorie de la relaxation; S. Zaremba, Le principe des mouvements relatifs et les équations de la Mécanique physique (Réponse a M. Natanson); W. Satke, Die relative Feuchtigkeit in Tarnopol; K. Dziewoński, Ueber Dekacyklen (Trinaphtylenbenzol), einen neuen hochmolekularen aromatischen Kohlenwasserstoff und über Dinaphtylentiophen, einen roten Thiokörper; L. Marchlewski. On phylloerythrine, a new derivative of chlorophyl.

Listopad 1903. C. Russjan, Die Pfaff'sche Methode der Integration der partiellen Differentialgleichungen 1 Ordnung. Zweite Mitteilung; W. Stekoff, Sur la théorie des séries trigonométriques.

Grudzień 1903. Wł, Natanson. Remarques sur la théorie de la relaxation; J. Kowalski i B. Zdanowski, Nouvelle méthode pour la mesure des résistances électrolytiques liquides et plusieurs de ses applications; T. Estreicher, Ueber die Schmelzpunkte von Sauerstoff und Stickstoff.

Styczeń 1904. Wł. Natanson, Sur une particularité de la double réfraction accidentelle dans les liquides pouvant servir à la détermination de leur temps de relaxation; K. Zakrzewski, Sur la position des axes optiques dans les liquides.

Luty 1904. M. Lerch, Sur quelques applications d'un théorème arithmétique de Jacobi; S. Z'aremba, Réponse aux remarques de M. Natanson sur la théorie de la relaxation; Wł. Natanson, Remarques sur les travaux de M. Zaremba relatifs à la théorie de la double réfraction accidentelle dans les liquides.

Marzec 1904. E. Bandrowski i A. Prokopeczko, Ueber die Einwirkung von Benzol auf Azoxybenzol in Gegenwart von Aluminiunichlorid; T. Estreicher. Ueber die Verdampfurgswärme von Sauerstoff und Schwefeldioxyd.

Kosmos. Zeszyt I. rok XXIX. M. Raciborski, Piśmiennictwo botaniczne polaków w latach 1902, 1903 (str. 1—30).

Zeszyt II—III. Protokół walnego zgromadzénia członków polskiego Tow. przyrodników im. Kopernika. Sprawozdanie z prac matematycznych polskich z r. 1901, opracowali: S. Dickstein, S. Kępiński i Z. Krygowski (str. 70—81).

Prace matematyczno-fizyczne, t. XV, 1904. O. Niccoletti, Sur les propriétés arithmétiques des fonctions analytiques (O własnościach arytmetycznych funkcyj analitycznych). G. Ricci, Wzory zasadnicze w teoryi ogólnej rozmaitości i ich krzywizny. A. Guldberg, Ueber simultane lineare Differenzengleichungen (O równaniach różnicowych liniowych jednoczesnych). M. Ernst, Obserwacye gwiazd zmiennych, zrobione w Obserwatorjum Szkoły politechnicznej we Lwowie w r. 1902. M. T. Huber, O podstawach teoryi wytrzymałości. C. Neumann, O pewnym gatunku ciałek rozpostartych na powierzchni kuli. P. H. Schoute, Sur une série de cyclides parallèles de Dupin (O szeregu cyklid rownoległych Dupina). G. A. Miller, On the number of sets of conjugate subgroups (O liczbie układów podgrup sprzężonych). M. Lerch, O liczbie klas form kwadratowych dwójkowych o wyznaczniku zasadniczym dodatnim. M. Smoluchowski, O metodzie podobieństwa dynamicznego i jej zastosowaniach w mechanice cieczy i gazów. M. Ernst,O wyznaczeniu pozornego kształtu sklepienia niebieskiego. K.Weierstrass, O przedstawialności analitycznej t. zw. dowolnych funkcyj rzeczywistych argumentów. J. Rajewski, Sprostowania do art. „O szeregach i iloczynach warunkowo zbieżnych", pomieszczonego w t. XIV „Prac matematyczno fizycznych". F. Gomes-Teixeira, Sur les fonctions alephs de Wronski, Extrait d'une lettre adressée à M. S. Dickstein (O funkcyach alef Wrońskiego. Wyjątek s listu do S. Dicksteina).

International Association for promoting the study of Quaternions and allied systems of Mathematics. Bibliography of Quaternions and allied Systems of Mathematics, by Alexander Macfarlane, General Secretary of the Association. Dublin, University Pres 1904, 8-o, p. 86.

KRONIKA.

Akademia Umiejętności. Wydział matematyczno-przyrodniczy.

Posiedzenie z dnia 9 listopada 1903 r.

P. Zaremba przedstawia pracę W. A. Stekłowa, p. t. „O teoryi szeregów trygonometrycznych".

Autor podaje nowy dowód następującego twierdzenia. odkrytego przez prof. Llapunowa. Oznaczmy przez $f(x)$ funkcyę rzeczywistą, ograniczoną i całkowalną w przedziale $(0, 2\pi)$ t przyjmijmy:

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos kx\,dx\;;\quad b_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin kx\,dx\;;$$

---

[1]) Według „Sprawozdań z czynności i posiedzeń Akademii Umiejętności w Krakowie.