PRZEGLĄD LITERATURY. BIBLIOGRAFIA.

Łopuszański Tadeusz. Z podstaw teoryi funkcyj. Kraków 1903, Spółka wydawnicza polska, 8-o, III, str. 110.

W literaturze polskiej brak podręcznika, traktującego o podstawach teoryi funkcyj, dawał się uczuwać bardzo dotkliwie. Brakowi temu w części przynajmniej zaradzić może podręcznik p. Łopuszańskiego, obejmujący zaledwie na 110 stronicach najważniejsze wiadomości o mnogościach, funkcyach, granicach i ciągłości funkcyj, oraz najważniejsze twierdzenia o zbieżności szeregów o wyrazach dodatnich lub o wyrazach naprzemian dodatnich i ujemnych.

Metoda wykładu, jakiej się trzyma autor w teoryi liczb niewymiernych, odpowiada metodzie J. Tannery'ego w jego znanych dziełach: „Introduction à la Théorie des fonctions d'une variable réelle" 1885 oraz „Leçons d'Arithmetique théorique et appliquée" 1894, jest tedy przedstawieniem teoryi R. Dedekinda, podanej w r. 1872 w jego sławnej rozprawie: „Stetigkeit und irrationale Zahlen". Z wielkiem uznaniem należy podnieść troskliwość, z jaką autor wprowadza definicyę liczby niewymiernej, okazując, iż szereg wartości przybliżonych np. z niedomiarem na 1, 0·1, 0·01, 0·001,....., dla pewnej liczby niewymiernej w zupełności określa tę liczbę, podaje definicye równości, nierówności, dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia liczb niewymiernych, oraz dowodzi dla tych liczb twierdzeń:

$a=b,\ b=c;\ a=c.$	$ab=ba.$
$a>b,\ b=c;\ a>c.$	$(ab).c=a.(bc).$
$a>b,\ b>c;\ b>c.$	$(a\pm b)c=ac\pm bc.$
$a+b=b+a.$	$(a-b)+b=a.$
$(a+b)+c=a+(b+c).$	$(a:b).b=a.$

W tym rozdziale znajdujemy również określenie i dowód istnienia liczb a^n, $\sqrt[n]{a}$, oraz zebranie najważniejszych własności potęg o wykładnikach ułamkowych.

W następnym rozdziale autor określa: mnogość liczb, mnogość liczb rzeczywistych, punkty skupienia mnogości, funkcye, granice funkcyj; dowodzi twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu i t. d. dwóch funkcyj, następnie określa ciągłość funkcyj, przyczem dowodzi szeregu twierdzeń o ciągłości sumy, iloczynu i t. d. dwóch funkcyj ciągłych. W ostatnim rozdziale mamy naprzód dowód zasadniczego twierdzenia, kiedy szereg liczb a_1. a_2, a_3,..., a_n,..., nieskończony posiada granicę oraz zastosowania tego twierdzenia w teoryi szeregów. Wszędzie autor ilustruje teoryę na metodycznie dobranych przykładach. *Z. Krygowski*,

Opuscules et fragments inédits de Leibniz. Extraits des manuscrits de la Bibliothèque Royale de Hanovre par Louis Couturat, chargé de cours à l'Université de Toulouse. Paris, Felix Alcan, éditeur, 1903, 4⁰ min. XIV 2n lb.. 682.

W dobie obecnej studya nad filozofią Leibniza i bogatą jego a niezupełnie jeszcze zbadaną spuścizną rękopiśmienną są na początku dziennym badań naukowych. W poczuciu ważności tych badań, powstały przed kilku laty Związek międzynarodowy Akademij powziął plan nowego całkowitego wydania wszystkich pism Leibniza, tak drukowanych, jak i pozostających jeszcze w rękopisie. Prace przygotowawcze już zostały rozpoczęte i spodziewać się należy, że pod egidą tak poważnej instytucyi międzynarodowej zostaną pomyślnym uwieńczone skutkiem.

Ale zanim to nastąpi, pojedyńczy badacze gorliwie zajmują się Leibnizem, dorzucając nowe przyczynki do dziejów pracy i twórczości wielkiego filozofa. Jednym z tych badaczów jest filozof francuski Ludwik Couturat, który niedawno ogłosił cenną, na źródłowych poszukiwaniach opartą, książkę o Logice Leibniza[1], a obecnie wystą-

[1]) La Logique de Leibniz, d'après des documents inédits, Paris 1901, 8-o więk., str. XII, 608.

pił z nowem dziełem, zawierającem odpisy pewnej liczby nieznanych dotąd prac i fragmentów piśmiennych Leibniza, przechowywanych w Bibliotece królewskiej w Hanowerze.

Couturat, znany światu naukowemu z dawniejszej swej gruntownej pracy o pojęciu nieskończoności w Matematyce [2] i z rozpraw, z dziedziny historyi i filozofii nauki, posiada w wysokim stopniu przymioty niezbędne do studyów krytycznych nad Leibnizem, mianowicie: gruntowną znajomość dziejów filozofii i nauki, umysł bystry i jasny, doskonałe przygotowanie matematyczne, a zwłaszcza znajomość nowoczesnych badań, zmierzających do odnowienia podstaw matematyki. Ostatnia jego praca wykazuje, że w wydawaniu rękopisów posiada ostrożność krytyczną, biegłość i sumienność wzorową.

Wydawnictwo niniejsze jest w związku ze wspomnianem dziełem o Logice Leibniza i zawiera niejako dokumenty autentyczne, stwierdzające wyniki tamtej książki.

Logika Leibniza jest, jak powiada p. Couturat, środkiem jego systemu; koło niej grupują się niejako wszystkie „prowincye" jego pracy; otóż najważniejsze z nich Couturat przedstawił po raz pierwszy w druku, a niektóre znane już dawniej ogłosił w odpisach poprawniejszych lub zupełniejszych. Fragmentów tych jest 329; z nich niektóre uważać można za bruliony wykończonych prawie rozpraw; inne są rzutami lub ponownemi wielokrotnie powtarzanemi redakcyami tego samego pomysłu; inne zaledwie pobieżnemi tylko notatkami, a nawet wprost tylko tytułami bez właściwego tekstu. Ale wszystko to ma wagę w oczach badacza, który w najdrobniejszej na pozór nieznaczącej notatce może znaleść nieraz ważne wskazówki, odnoszące się do interesujących go pytań. Co do treści fragmenty te należą do dziedzin następujących: Logika klasyczna (Syllogistyka); Język powszechny; Charakterystyka powszechna; Encyklopedya, Nauka ogólna (Metodologia, Kombinatoryka, Sztuka wynalazku); Metafizyka; Matematyka powszechna; Rachunek logiczny; Rachunek geometryczny; Varia.

Czytając tę spuściznę filozofa, wnikamy niejako, powiada Couturat, we wnętrze tego wielkiego umysłu, poznajémy nietylko metodę jego pracy, ale i najtajniejsze jego myśli, jego przywyknienia bezwiedne i dążenia zasadnicze. I należy uznać najzupełniej słuszność tego zdania. Istotnie czytając np. brulion p. t.: „De la méthode de l'uni-

---

[2] De l'infini mathématique, Paris 1896.

versalité" (napisany najpóźniej w 1674), który zaciekawił nas swą treścią matematyczną, widzimy rozwijające się tu z przedziwną jasnością dążenie do odkrycia dróg możliwie najogólniejszych w traktowaniu zagadnień matematycznych, śledzimy wyłaniające się tu poglądy, które miały niezadługo doprowadzić do algorytmu Rachunku różniczkowego. Nietylko w tym fragmencie, ale i w wielu innych w każdym z wymienionych wyżej działów znaleść można klucz do zrozumienia filozofii Leibniza i rozległych jego pomysłów we wszystkich niemal dziedzinach nauki.

Doskonały układ książki ułatwia bardzo korzystanie z niej przy pomocy zwłaszcza pomieszczonych na końcu skorowidzów imion i rzeczy, klasyfikacyi systematycznej fragmentów i listy ich chronologicznej.

S. D.

St. Bouffałł. Krótki rys Fizyki I. O ruchu. O siłach. O energii. Warszawa 1901, nakładem M. Arcta. 32-ka, str. 78.

Prof. K. Martin. Gwiazdy. Ich cechy, przyroda i ruchy. Przełożył z francuskiego S. B. Warszawa 1903. Nakładem i drukiem M. Arcta, 32-ka, str. 88.

St. Kramsztyk, Mag. nauk mat. fizycz. nauczyciel szkół prywatnych w Warszawie. Wiadomości początkowe z Fizyki. Książeczka pierwsza. Wydanie trzecie. Warszawa 1903. Nakładem księgarni E. Wende i S-ka. 16-ka, str. 103.

Adam Cehak. Istota znaków matematycznych. Lwów 1903. księgarnia polska. 4-o min, str. 25.

Dr. Emil Warburg, prof. uniwersytetu Berlińskiego. Zasady Fizyki. Z szóstego wydania niemieckiego przełożył St. Bouffałł. Z 450 drzeworytami w tekście. Warszawa 1803. Nakładem grona miłośników Fizyki. 8-o, str. 514. Cena 3 ruble.

L. Silberstein. Teorya operatorów fizycznych. (Związek zjawisk w czasie) Odbitka z „Przeglądu Filozoficznego". Warszawa 1903, 8-ka, str. 51.

W. M. Kozłowski. Zasady przyrodoznawstwa w świetle teoryi poznania. Warszawa 1903, 8-o, str. 311.

Wł. Bagiński. Zasady Logiki ogólnej Warszawa 1903, 8-o str. 406, VII.

Ernest Lebon. Krótki zarys dziejów Astronomii. Dzieło uwieńczone przez Akademię francuską. Przekład St. Bouffałła, z przedmową S. Dicksteina. Z pięcioma portretami. Warszawa 1903. 16-ka, str. 295. Nakładem księgarni E. Wende i S-ka.

Wincenty Majewski. Geometrya praktyczna. Podręcznik dla rzemieślników. Warszawa 1903, 8-o, str. 301.

Dr. A. Bernstein. O prędkości światła. Przełożył S. B. Warszawa 1903. Nakładem i drukiem M. Arcta. 16-ka, str. 61

Z publikacyj towarzystw naukowych i z czasopism.

Bulletin International de l'Académie des sciences de Cracoviae 1903.

№ 2. Luty. S. Zaremba: Remarque sur les travaux de M. Natanson relatifs à la théorie de la viscosité (str. 85—93).

№ 3. Marzec. M. Smoluchowski: Sur les phénomènes aérodynamiques et les effets thermiques qui les accompagnent (str. 143—182. M. Smoluchowski: Contribution à lu théorie de l'endosmose électrique et de quelques phenomènes correlatifs (str. 182—199).

№ 4. Kwiecień. B. Pawlewski: Sur une nouvelle synthèse directe du α—phenylbenzimidazole (str. 227—229).

№ 5. Maj. K. Olszewski: Ein neuer Apparat zur Verflüssigung des Wasserstoffs (str. 241—246). J. Puzyna: Ueber Summen unendlich vieler Potenzreihen und über die funktionen-theoretischen Sätze des Herrn Mittag-Leffler (str. 247—256). W. Natanson: Sur l'application des équations de Lagrange dans la théorie de la viscosité (str. 268—283). W. Natanson: Sur l'approximation de certaines équations de la théorie de la viscosité (str. 283—311).

№ 6. Czerwiec. S. Zaremba: Sur une généralisation de la théorie classique de la viscosité (str. 280—403). S, Zaremba: Sur un problème d'hydrodynamique lié à un cas de double réfraction accidentelle dans les liquides et sur les considérations théoriques de M. Natanson relatives à ce phénomène (str. 403—421).

№ 7. Lipiec. C. Russjan: Die Pfaff'sche Methode der Integration der partiellen Differentialgleichungen I-erOrdnung. Erste Mitteilung (s.425 461). W. Gorczyński: Etudes sur la marche annuelle de l'insolation (str. 465 — 502).

Prace matematyczno-fizyczne, wydawane przez S. Dicksteina, Wł. Gosiewskiego, Wł. Natansona, A. Witkowskiego i K. Żorawskiego. Tom XIV. Warszawa 1903, 8-ka więk. str. 302. Ernesto Pascal, Résumé de quelques-uns de mes réeents travaux sur la théorie des groupes de Lie (Streszczenie niektórych moich ostatnich prac o teoryi grup Liego (str. 28). J. Sochocki, Zasady teoryi funkcyj eliptycznych (str. 29—78). J. Rajewski, O szeregach i iloczynach warunkowo-zbieżnych (str. 79—104). A. Przeborski, Niektóre zastosowania teoryi kongruencyj liniowych. Dokończenie (str. 105—199). O. Niccoletti, O wzorze Taylora (str. 201—217). R. Merecki Wpływ zmiennej działalności słońca na nieokresowe ruchy atmosfery ziemskiej (str. 219—296). T. Banachiewicz, S. Dickstein, W. Dziewulski, W. Gorczyński, W. Gosiewski, R. Merecki, W. Mutermilch Sprawozdania z piśmiennictwa polskiego w dziedzinie nauk matematyczno-fizycznych, Rok 1900 (str. 247—295).

Bulletin des sciences mathématiques (2) XXXVI, décembre 1902. H. Poincaré poświęca obszerne sprawozdanie (337—359) prncy St. Zaremby: „Sur l'équation $\Delta u + \xi u = 0$ (Journal de Mathématiques pures et appliquées 1902). Po krótkim wstępie historycznym przedstawiony jest stan tego zagadnienia aż do czasów ostatnich, w którym pojawiły się badania: Le Roy'a, Stekłowa, Korna i Zaremby. Poincaré przechodz potemi do scharakteryzowania rozprawy Zaremby. Pierwszy jej punkt charakterystyczny jest następujący: Autor podejmuje bezpośrednio zagadnienie:

$$(A) \qquad \Delta u + \xi u = \varphi, \qquad u\left(\text{albo}\,\frac{du}{dn}\right) = \psi,$$

gdzie ξ jest stałą daną, φ funkcyą daną; funkcya szukana u wewnątrz dziedziny D ma czynić zadość pierwszemu z równań (A), na powierzchni zaś S, ograniczającej tę dziedzinę, drugiemu z równań (A); $\frac{du}{dn}$ jest pochodną, wziętą w kierunku normalnej do S, ψ jest funkcyą daną. W przypadku, gdy φ lub ξ są zerami, $u=\psi$, mamy sławny problemat Dirichleta. Zaremba zauważył, że metody Neumanna i Robina, stosowane do tego problematu, gdy je odpowiednio uogólnimy, prowadzą bezpośrednio do rozwiązania zagadnienia (A). Dość w tym celu zamiast potencyałów newtonowskich, użytych przez Neumanna i Robina, wprowadzić potencyały uogólnione, dla których atrakcya zmienia się jak. pochodna funkcyi $\frac{e^{-r}}{r}$, (gdzie $\xi=-\mu^2$, $\mu>0$); wtedy potencyałem masy 1 nie jest $\frac{1}{r}$ lecz $\frac{e^{-\mu r}}{r}$, gdzie r jest odległością punktu przyciąganego od punktu przyciągającego. Potencyał uogólniony czynić będzie zadość równaniu $\Delta u-\mu^2 u=0$, które zastępuje równanie Laplace'a. Posługując się tym potencyałem, mógł Zaremba otrzymać rozwiązanie zagadnienia (A) w postaci szeregu pojedyńczego, nie zaś podwójnego, co stanowi znaczny postęp. Nadto zagadnienie (A) przez to nie tylko nie stało się trudniejszem od problematu Dirichleta, lecz przeciwnie można było skorzystać z możności nadania różnych wartości liczbie $\xi=\mu^2$ dla uproszczenia rozmaitych punktów dowodzenia. Zaremba rozpoczyna najprzód od rozwiązania zadania w przypadku $\frac{du}{dn}=\psi$ przy pomocy metody Robina i potencyałów warstwy pojedyńczej. Jeżeli D' oznacza dziedzinę zewnętrzną względem powierzchni S i jeżeli poczynimy założenie, że: 1-o, powierzchnia S ma płaszczyznę styczną w każdym punkcie; 2-o, że kąt pomiędzy dwiema normalnemi jest mniejszy od iloczynu pewnej stałej przez odległość spadków tych normalnych; 3-o, że gdy O jest punktem powierzchni, S' ogółem punktów powierzchni S, których odległość od O jest mniejsza od pewnej granicy, to prosta równoległa od normalnej w O spotyka S' najwyżej w jednym punkcie, wtedy należy rozwiązać zadanie następujące: znaleść funkcyę u, czyniącą zadość warunkom:

$$\text{(B)}\qquad \left(\frac{du}{dN}\right)_e-\left(\frac{du}{dN}\right)_i=\lambda\left[\left(\frac{du}{dN}\right)+\left(\frac{du}{dN}\right)_i\right]+2\varphi \qquad \text{(na pow. } S)$$

$$\Delta u-\mu^2 u=0 \quad (\text{w } D \text{ i } D')$$

i zachowującą się regularnie w nieskończoności. Tu $\left(\frac{du}{dN}\right)_e$ i $\left(\frac{du}{dN}\right)_i$ są pochodne funkcyi u, wzięte w kierunku normalnej do powierzchni, S pierwsza ze strony zewnętrznej, druga ze strony wewnętrznej. Gdy $\lambda=+1$ równanie sprowadza się do postaci $\left(\frac{du}{dN}\right)=-\varphi$, t j. do zagadnienia $\frac{du}{dn}=\psi$ dla dziedziny wewnętrznej D; gdy $\lambda=-1$, do $\left(\frac{du}{dN}\right)_e=\varphi$, t. j. do zagadnienia $\frac{du}{dn}=\psi$

dla dziedziny zewnętrznej D'. Zaremba daje rozwiązanie w postaci szeregu:

$$(1) \qquad u = \sum u_k \lambda^k ,$$

i kładąc nadto

$$\sigma_0 = \varphi , \qquad 2\sigma_\varkappa = \left(\frac{du_{k-1}}{dN}\right)_e + \left(\frac{du_{k-1}}{dN}\right)_i$$

tworzy szereg

$$(2) \qquad 2\pi\sigma = \sum \sigma_k \lambda^k .$$

Widać bezpośrednio, że u_k jest potencyałem uogólnionym warstwy pojedyńczej o gęstości σ_k, tak że każdy z wyrazów szeregu (1) otrzymuje się przy pomocy potencyału uogólnionego, którego gęstość zależy tylko od wyrazów poprzedzających szeregu. Następnie Zaremba tworzy całki:

$$I_{2k} = \int_S u_k^2 \, ds$$

$$W_{i+k} = \int_D \left(\sum \frac{du_i}{dx} \frac{du_k}{dx} + \mu^2 u_i u_k \right) dx\, dy\, dz ,$$

$$W'_{i+k} = \int_{D'} \left(\sum \frac{du_i}{dx} \frac{du_k}{dx} + \mu^2 u_i u_k \right) dx\, dy\, dz ,$$

gdzie ds jest element powierzchni S, rozważa szeregi:

$$(3) \qquad \sum \sqrt{I_{2k}}\, \lambda^k , \qquad (4) \qquad \sum (W'_k + W_k)\, \lambda^k ,$$

i udowadnia, że cztery szeregi (1), (2), (3), (4) mają ten sam promień zbieżności, który jest co najmniej równy 1, a nawet większy od 1, gdy spełniają się pewne warunki. Dajmy, że znaleziono taką liczbę θ_n, że

$$(5) \qquad W_{2k} \leqslant \theta_n W'_{2k} , \qquad W'_{2k} \leqslant \theta_n W_{2k} ,$$

wtedy łatwo pokazać, że granica R^2, do której dąży ciąg malejący wyrazów

$$\frac{W'_{2k} + W_{2k}}{W'_{2k+2} + W_{22k+}}$$

czyni zadość nierówności:

$$R^2 \geqslant \left(\frac{\theta_n + 1}{\theta_n - 1} \right)^2 .$$

P o i n c a r é wykazał był istnienie tej liczby θ_n, posługując się pewnem przekształceniem ogólnem, które stosowało się wszakże tylko do powierzchni jednospójnych; Z a r e m b a postępuje drogą odmienną, dowodzi, że u jest funkcyą mezoforficzną ilości λ i założywszy, że funkcya φ zawiera n parametrów, od których zależy liniowo, pokazuje, że można obrać paramotry tak, aby sprawdzały się nierówności (5), a liczba θ_n będzie tem bliższa 1, im n jest większe.

Zbieżność szeregu (4) pociąga za sobą zbieżność szeregu (3), gdyż można ustanowić nierówność postaci:

$$(6) \qquad I_{2k} < L\,(W_{2k} + W'_{2k}),$$

gdzie L jest stałą, zależną tylko od powierzchni S.

Dla wywodu tej nierówności P o i n c a r é posługiwał się wspomnieniem wyżej przekształceniem, stosującem się tylko do powierzchni jednospójnych; S t e k ł o w znalazł dowodzenie stosowalne do wszystkich powierzchni z pewnemi zastrzeżeniami, Z a r e m b a wprowadził nowe udoskonalenie, nie pozostawiające nic do życzenia pod względem ogólności.

Promień zbieżności szeregów (1) i (2) nie może być wyższy od promienia zbieżności ani szeregu (3), ani szeregu (4); lecz należało jeszcze dowieść, że nie może być niższy. Aby to okazać, P o i n c a r é zmuszony był przyjąć, że zasada D i r i c h l e t a została dowiedziona uprzednio za pomocą innej metody. Dowodzenie Z a r e m b y wolné jest od tej niedogodności; opiera się się ono na nierówności

$$(7) \qquad \delta_k < B_1 \rho\, \delta_{k-1} + B_2 \log\left(\frac{1}{\rho}\right) \sqrt{I_{2k-2}},$$

gdzie δ_k oznacza maximum funkcyi u_k, B_1 i B_2 są dwie stałe, zależne jedynie od powierzchni S; nierówność ma miejsce dla wszystkich wartości ρ pomiędzy 0 i 1.

Z tego wszystkiego wynika: 1-o, że u jest funkcyą meromorficzną ilości λ w całej płaszczyźnie; 2-o, że u jest potencyałem uogólnionym pojedyńczej warstwy, przyczem gęstość materyi przyciągającej jest σ (określona przez równanie (2)). Pozostałość (rezyduum) tej funkcyi meromorficznoj względem jakiegokolwiek bieguna jest potencyałem uogólnionym warstwy pojedyżczej, której gęstość równa się odpowiedniej pozostałości fnnkcyi σ. Ta pozostałość nadto czyni zadość równaniom takim jak (B), w których atoli φ jest zerem.

Od zagadnienia $\frac{du}{dn} = \varphi$ do zagadnienia $u = \varphi$ przejść już łatwo, uzasadniając tym spesobem metodę N e u m a n n a i zagadnienie D i r i c h l e t a. W metodzie N e u m a n n a idzie o znalezienie potencyału uogólnionego warstwy podwójnej, czyniącej zadość warunkowi:

$$(v)_i - (v)_e = \lambda [(v)_i + (v)_e] + 2\varphi,$$

w zagadnieniu zaś tu omawianem należało uczynić zadość pierwszemu warunkowi (B); przechodzimy od jednego do drugiego, zakładając, że

$$v = \frac{\lambda u + v_0}{1-\lambda} \text{ (dla obszaru } D), \qquad v = \frac{\lambda u + v_0}{1+\lambda} \text{ (dla obszaru } D'),$$

oraz

$$\varphi = \frac{dv_0}{dN},$$

gdzie v_0 jest potencyałem warstwy podwójnej o gęstości $\frac{\varphi}{2\pi}$.

Taka jest ogólność wyników, otrzymanych przez Zarembę; powierzchnie, do których stosują się, nie potrzebują być koniecznie jednospójnemi; warunki, jakim ma czynić zadość powierzchnia S, są nadzwyczaj szerokie, bo czynią im zadość nietylko wszystkie powierzchnie analityczne, lecz także powierzchnie, złożone z wielu kawałków analitycznych, byleby w punkcie wspólnym dwóm kawałkom miały styczną wspólną. Ogólność, polegająca na wprowadzeniu wyrazu $\xi u = -\mu^2 u$ uprościła dowodzenie w ten sposób, że osiągnęło ono swoją formę ostateczną. Wynik ten osiągnięty został przez stadya kolejne i przy współudziale kilku pracowników. Pierwszy Poincaré, posługując się metodą Schwarza, dał rozwiązanie zagadnienia, mające atoli dwa braki, mianowicie: 1-o, stosowało się tylko do powierzchni jednospójnych, 2-o, wymagało uprzedniego udowodnienia „zasady Dirichleta“. Poincaré wskazał istnienie funkcyj, zwanych zasadniczemi, obejmujących jako przypadki szczególne funkcye kuliste i Lamégo, Le Roy (1898) uzasadnił ściśle istnienie funkcyj analogicznych do funkcyj zasadniczych, lecz nie dających się wprost stosować do zagadnienia Dirichleta. Liapunow, Tauber i Stekłow zgłębili związki, zachodzące pomiędzy metodą Robina a metodą Neumanna. Korn (1899) uzasadnił stosowalność tych dwóch metod bez założenia, że zasada Dirichleta jest uprzednio udowodniona. Był to rezultat ważny, otrzymany prawie równocześnie i niezależnie przez Stekłowa (1900). Korn następnie (w r. 1901) uczynił krok dalszy, uchylając warunek poprzednio przyjmowany, że funkcya Φ, określająca wartości potencyału na powierzchni granicznej, posiada pierwsze pochodne ciągłe, i wprowadzając jedynie warunek, że sama funkcya Φ jest ciągła, z wyjątkiem tylko na pewnych liniach. Zaremba uwolnił się zupełnie od stosowania pewnego przekształcenia T, które zmuszało Poincarégo do rozpatrywania powierzchni jednospójnej, i uzasadnił ściśle istnienie funkcyj zasadniczych; a następnie (Bulletin international de l'Académie de Cracovie i Comptes rendus Ak. paryskiej 1901) rozciągnął wyniki swoje na równanie $\Delta u + \xi u = 0$.

Zaraz potem Korn (Alhandlungen zur Potentialtheorie. 5) rozwija nie które z wyników Zaremby i bada zagadnienie o rozwijaniu funkcyi dowolnej na szereg, postępujący wydług funkcyj zasadniczych, Zaremba w pracy tu omawianej rozwija pomysły, zawarte w swych rozprawach z r. 1901, udoskonala dowodzenie przez rozważanie równania ogólniejszego $\Delta u + \xi u = 0$ i upraszcza wiele punktów dowodzenia w przypadku równania Laplace'a. (Porów. rozprawy Zaremby w Pracach mat.-fiz. t. **10**, **12**.)

KRONIKA.

Akademia Umiejętności w Krakowie, Wydział matematyczno-przyrodniezy[1]).

Posiedzenie 9 lutego 1903 r.

P. St. Niementowski przedstawia pracę p. K. Dziewońskiego p. t. „O dekacyklenie (trójnaftylobenzolu), nowym węglowodorze aromatycznym i czerwonym związku siarkowym dwunaftyletiofenu". Prof. Rudzki referuje pracę p. S. Zaremby p.t. „Uwagi o pracach prof. Natansona o teoryach tarcia wewnętrznego", w której autor krytykuje zasadność równań ostatecznych p. Natansona w rozprawie „O prawach tarcia wewnętrznego" (Rozprawy Ak. 1901.

Posiedzenie d. 9 marca 1903 r.

P. Wł. Natanson przedstawił pracę prof. M. Smoluchowskiego p. t. „Przyczynek do teoryi endosmosy elektrycznej i kilku pokrewnych zjawisk" Endosmosa elektryczna polega na wytworzeniu prądu cieczy wskutek prądu elektrycznego, przepływającego w tym samym (lub przeciwnym) kierunku przez diafragmę, wązką rurkę lub w ogóle przewód zwężony. Jeżeli naczynie jest zamknięte, powstaje zamiast tego t. zw. ciśnienie elektro-osmotyczne. Z drugiej strony prąd cieczy, wytworzony w tych samych warunkach przez ciśnienie zewnętrzne, powoduje prąd elektryczny „diafragmowy". Zjawiska te jakościowe wytłomaczone zostały przez Quinckego na podstawie oddziaływania ruchu cieczy i podwójnych warstw elektrycznych, pokrywających ściany naczynia, a Helmholtz podał ilościowe obliczenie ich w najprostszym przypadku, t. j. co dotycze przypływu przez rurkę włoskowatą. Autor rozwija teoryę w przypadku ogól-

[1]) Według „Sprawozdań z czynności posiedzeń Akademii Umiejętności w Krakowie".