O WIEKU ZIEMI.

Wedle własnej rozprawy, zamieszczonej w T. XLI, seryi A, Rozpraw Wydz. mat. przyr. Akad. Umiej. w Krakowie,

streścił

M. P. Rudzki.

Czytając niedawno rozbiór rozprawy I. Joly'ego przez O. Fishera [1]), rozprawy zajmującej się obliczeniem wieku ziemi, przypomniałem sobie, że przed kilku laty sam podałem pewną metodę, służącą do tego samego celu. Zasady, na których ta metoda się opiera, wyłożyłem w rozprawie ogłoszonej w 1895 r. w „Petermann's Mittheilungen“ [2]). Metoda moja ma pewną wadę, mianowicie tę, że musi z konieczności oprzeć się na pewnych danych hypotetycznych. Wydaje mi się jednak, że obliczenie wieku ziemi za pomocą tej metody prowadzi do pewnych interesujących wyników i z tego powodu postanowiłem takie obliczenie przeprowadzić.

Metoda, o której mówię, jest zastosowaniem Fourrierowskiej teoryi przewodnictwa ciepła. Oto w krótkich słowach jej zasada.

Weźmy nieskończenie mały element $dx\,dy\,dz$ ciała stałego i, powiedzmy odrazu, jednorodnego i izotropowego, o temperaturze zmiennej V. Temperatura tego elementu zmienia się w ciągu nieskończenie małego czasu dt o $\frac{\partial V}{\partial t}\,.\,dt$. Jeżeli zaś oznaczymy spółczynnik liniowy rozszerzalności uważanego ciała przez μ, to zmiana objętości elementu, spowodowana przez zmianę temperatury w ciągu czasu dt będzie:

$$\text{(I)} \qquad 3\mu\,.\,\frac{\partial V}{dt}\,.\,dx\,dy\,dz\,.\,dt\,.$$

[1]) O. Fisher. Prof. Joly's Estimate of the Geological Age of the Earth. The Geological Magazine. Dek. IV, tom VII. № 3 (Marzec 1900), str. 124—132.

[2]) Ueber Eine Methode die Dauer der geologischen Zeit zu schätzen. Petermann's Mittheilungen 1895, zeszyt VI, str. 147—149.

Jeżeli zcałkujemy wyrażenie (I) w całej przestrzeni, zajętej przez ciało, to oczywiście otrzymamy zmianę objętości całego ciała, spowodowaną przez zachodzące w niem zmiany temperatury w ciągu czasu dt. Oznaczamy to całkowanie przez $\mathbf{S}$ i otrzymujemy wyrażenie:

$$3\mu \, \mathbf{S} \frac{\partial V}{\partial t} \, . \, dx \, dy \, dz \, . \, dt \, . \tag{II}$$

Napisaliśmy tu spółczynnik 3μ poza znakiem całkowania, bo zakładamy, że μ nie zależy od temperatury, ponieważ zaś, wedle poprzednich założeń, ciało jest jednorodne i izotropowe, więc 3μ jest stałą absolutną i może być wyprowadzone poza znak całkowania.

Skorzystajmy teraz ze znanego zasadniczego równania różniczkowego, określającego przewodnictwo ciepła w ciałach jednorodnych i izotropowych, mianowicie z równania:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = k \left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right] , \tag{III}$$

gdzie k oznacza tak zwany spółczynnik termometryczny przewodnictwa cieplnego. Założymy, że k jest także niezależne od temperatury; stąd i ze względu na to, że uważane ciało jest jednorodne i izotropowe, wynika, że jest to także stała absolutna.

Za pomocą równania (III) można napisać wyrażenie (II) w sposób następujący:

$$3\mu k \, \mathbf{S} \, . \left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right] dx \, dy \, dz \, . \, dt \, . \tag{IV}$$

Lecz wedle znanego twierdzenia Greena można to wyrażenie (IV) napisać w postaci:

$$3\mu k \int \frac{\partial V}{\partial n} \, . \, d\sigma \, . \, dt \, , \tag{V}$$

gdzie znak $\int$ oznacza całkowanie po całej powierzchni zewnętrznej ciała, $d\sigma$ oznacza element powierzchni, $\frac{\partial V}{\partial n}$ zaś pochodną w kierunku normalnej zewnętrznej do powierzchni.

Lecz jeżeli oznaczymy tak zwany gradient geotermiczny w warstwie powierzchownej przez γ, to, jak to wypływa wprost z określenia gradientu,

$$\frac{\partial V}{\partial n} = -\frac{1}{\gamma};$$

przeto zamiast wyrażenia (V) możemy napisać:

$$-3\mu k \int \frac{d\sigma}{\gamma} . dt .$$

Załóżmy teraz, że uważane ciało jest kulą, oziębiającą się w taki sposób, iż powierzchnie izotermiczne są wciąż kulami spółśrodkowemi ze środkiem ciała; wtedy gradient γ jest w całej powierzchni jednakowy, t. j. γ jest stałe, całkowanie po całej powierzchni może być natychmiast wykonane i otrzymamy:

(VI)
$$-\frac{3\mu k}{\gamma} . 4\pi . R^2 . dt ,$$

gdzie przez R oznaczamy promień zewnętrznej powierzchni kuli. Wyrażenie (VI) przedstawia zmniejszenie objętości kuli o promieniu R w ciągu czasu dt wskutek oziębienia. W wyrażeniu tem, oprócz gradientu geotermicznego w warstwie powierzchownej oraz spółczynników rozszerzalności i przewodnictwa, nie zachodzi nic więcej. Gradient γ można określić ze spostrzeżeń bezpośrednich. Wiadomo, że wynosi on około 30—35 metrów na 1^0 C. Ale jeżeli w ciągu czasu dt objętość kuli zmniejsza się o

$$\frac{3\mu k}{\gamma} 4\pi R^2 . dt ,$$

to jednocześnie promień zmniejszyć się musi o:

$$\frac{3\mu k}{\gamma} . dt ;$$

a więc:

(VII)
$$\frac{dR}{dt} = -\frac{3\mu k}{\gamma} .$$

Wreszcie, jeżeli oznaczymy pole powierzchni kuli przez A, to na mocy równania (VII) będziemy mogli zaraz napisać:

$$\text{(VIII)} \qquad \frac{dA}{dt} = 8\pi R \frac{dR}{dt} = -24\pi \,.\, R \,.\, \frac{\mu k}{\gamma} \,.$$

Zauważymy tu, że możnaby łatwo dojść do wzorów (VI), (VII) i (VIII) na podstawie wzorów Hergesella, podanych w rozprawie pod tytułem: „Die Abkühlung der Erde und die gebirgsbildenden Kräfte" [1]).

Można stosować te wzory do ziemi pod warunkiem, że przez k i μ będziemy rozumieli pewne spółczynniki średnie, w odpowiedni sposób określone.

Mógłby kto nam zarzucić, że stosujemy do ziemi wzory, odnoszące się do ciał stałych, pomimo, iż nie mamy pewności, czy wnętrze ziemi jest w stanie stałym, ciekłym, czy gazowym.—Na to odpowiemy, że gdyby nawet wnętrze ziemi było ciekłe lub gazowe, to wskutek ogromnych ciśnień musiałoby być tak bardzo zgęszczone, że prądy konwekcyjne zaledwie mogłyby istnieć. Zresztą, gdyby nawet istniały, to przyczyniałyby się tylko do przyspieszenia oziębienia ziemi.

Za pomocą wzoru (VIII) można obliczyć skurczenie powierzchni kuli w ciągu danego czasu; — odwrotnie zaś, gdy dane jest skurczenie powierzchni, to można za pomocą tego samego wzoru obliczyć czas, w ciągu którego to skurczenie mogło nastąpić. Wyobraźmy sobie np., że możemy na podstawie jakichkolwiek danych obliczyć skurczenie powierzchni ziemi od początku epoki sylurskiej, wtedy stosując wzór (VIII) do ziemi, możemy obliczyć czas, który upłynął od początku epoki sylurskiej aż do dni dzisiejszych.

Natrafimy tu jednak na pewną trudność. Średni gradient geotermiczny w warstwie powierzchownej jest wielkością, zmieniającą się z czasem, przyczem prawdopodobnie powoli wzrasta. Prawo, wedle którego odbywa się to wzrastanie, nie jest znane,

---

[1]) Beiträge zur Geophysik, tom II. Chodzi tu przedewszystkiem o wzory na str. 171.

musimy więc wprowadzić pewną hypotezę. Możemy np. założyć, że gradient geotermiczny wzrasta proporcyonalnie do pierwiastka kwadratowego z czasu, liczonego od pewnej odpowiednio obranej epoki. Jestto to samo prawo, które wynika z założeń lorda Kelvina (W. Thomsona) w jego znanej rozprawie „On the Cooling of the Earth“ [1]. Wcale nie sądzimy, aby tę założenia były najbardziej prawdopodobne ze wszystkich możebnych założeń. Tak np. lord Kelvin zakłada, że zaraz po przejściu w stan stały temperatura była w całej ziemi prawie wszędzie jednakowa. Można na pewno twierdzić, że ani po przejściu w stan stały ani w ogóle nigdy w historyi ziemi nie było takiego momentu, w którym możnaby uważać temperaturę ziemi za wszędzie jednakową. Tak samo można zrobić różne zarzuty niektórym innym założeniom lorda Kelvina. Swoją drogą, ponieważ musimy obrać pewne określone prawo zmienności gradientu, ponieważ dalej prawo lorda Kelvina jest stosunkowo proste, więc obieramy właśnie to prawo jako „working hypothesis“, jak mówią Anglicy. W ten sposób zresztą zyskujemy jeszcze to, że niektóre rezultaty naszych obliczeń będą porównywalne z rezultatami, otrzymanemi przez lorda Kelvina. Wreszcie nic nam nie przeszkadza w dalszym ciągu rozważyć, coby się stało, gdybyśmy zastąpili prawo lorda Kelvina przez jakieś inne.

Zakładamy przeto, że

$$\gamma = c\sqrt{t}, \tag{IX}$$

przyczem c jest to pewna stała, t zaś czas liczony od owej chwili hypotetycznej, w której temperatura całej ziemi była wszędzie jednakową. Założymy przytem, że owa chwila, t. j. chwila $t=0$, poprzedza początek epoki sylurskiej.

Stałą c można łatwo wyznaczyć. Oznaczmy przez t_1 czas, który upłynął od chwili $t=0$ aż do początku epoki sylurskiej, przez t_2 czas, który upłynął aż do epoki dzisiejszej (zatem $t_2 - t_1$ będzie to czas, który upłynął od początku epoki sylurskiej aż do

[1] W. Thomson et P. G. Tait. Treatise on Natural Philosophy. Appendix D.

dni dzisiejszych), dalej oznaczmy przez γ_1 i γ_2 wartości gradientu geotermicznego w warstwie powierzchownej, odpowiadające chwilom t_1 i t_2; wtedy oczywiście:

$$\gamma_2 = c\sqrt{t_2},$$

a zatem:

(X)
$$c = \frac{\gamma_2}{\sqrt{t_2}}.$$

Powróćmy teraz do wzoru (VIII) i podstawmy w nim wartość na γ ze wzorów (IX) i (X), a otrzymamy

(XI)
$$dA = -24\pi R.\frac{\mu k}{\gamma_2}.\sqrt{\frac{t_2}{t}}.dt.$$

Całkując od $t = t_1$ aż do $t = t_2$, t. j. od początku epoki sylurskiej aż do dni dzisiejszych, znajdziemy, że skurczenie się powierzchni ziemi w ciągu tego czasu, skurczenie, które oznaczymy przez ΔA, wynosi:

$$\Delta A = -48\pi R\frac{\mu k}{\gamma_2}.\sqrt{t_2}(\sqrt{t_2}-\sqrt{t_1})$$

$$= -48\pi R.\frac{\mu k}{\gamma_2}\frac{\sqrt{t_2}}{\sqrt{t_2}+\sqrt{t_1}}(t_2-t_1).$$

Stąd zaraz wynika

(XII)
$$t_2 - t_1 = -\frac{\gamma_2}{48\pi R.\mu k}\frac{\sqrt{t_2}+\sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}}.\Delta A.$$

Przypominamy, że $t_2 - t_1$ jest to czas, który upłynął od początku epoki sylurskiej aż do dzisiejszej. Co do czynnika $\frac{\sqrt{t_2}+\sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}}$, to zaraz widać, że wartości skrajne, które może przybrać, są 1 i 2. Czynnik ten przybiera najmniejszą wartość 1, gdy $t_1 = 0$, t. j. gdy początek epoki sylurskiej jest identyczny z ową chwilą hypotetyczną, w której temperatura całej ziemi była wszędzie jednakowa. Najwyższą wartość czynnik $\frac{\sqrt{t_2}+\sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}}$ przybiera wtedy, gdy t_2 i t_1 są sobie równe, t. j. gdy różnica $t_2 - t_1$ (czas, który upłynął od epoki sylurskiej aż do dziś) jest wobec t_2 i t_1 nieskończenie mała. Warto zaznaczyć, że założenie, iż czynnik, o którym mówimy, ma wartość 2, jest równoważne założeniu, że gradient geotermiczny w warstwie powierzchownej nie zmienia się z czasem i że stale posiada tę samą wartość γ_2, co obecnie.

Przekonaliśmy się przed chwilą, że możnaby obliczyć czas, który upłynął od początku epoki sylurskiej aż do dzisiejszej, gdyby można było w jakiś sposób obliczyć pole, o które powierzchnia ziemi zmniejszyła się w ciągu tego czasu. Otóż rachunek taki może być wykonany na podstawie założeń następujących. Załóżmy, że kula ziemska oziębia się; załóżmy następnie, że powierzchnia bez deformacyi [1]) znajduje się już na pewnej głębokości pod po-

[1]) Gdy stała kula ochładza się, to w fazie początkowej procesu może się zdarzyć, że warstwy zewnętrzne doznają rozciągania. Rzeczywiście z początku tracą ciepło głównie warstwy powierzchowne, temperatura głębszych pozostaje prawie bez zmiany. Lecz warstwy zewnętrzne, tracąc ciepło, kurczą się, a nie mogąc objąć wnętrza, które prawie nic nie zmieniło objętości, doznają rozciągania, muszą więc albo popękać albo rozciągnąć się. Następnie w miarę tego, jak oziębianie postępuje coraz to dalej i ogarnia coraz to głębsze warstwy, postać rzeczy się zmienia. Warstwy zewnętrzne, które z początku od razu straciły prawie cały swój zapas ciepła, już prawie zupełnie nie oziębiają się i nie zmieniają objętości; tymczasem warstwy głębsze oziębiają się, kurczą, objętość wnętrza kuli zmniejsza się tak, że w końcu okazuje się, iż warstwy zewnętrzne są zanadto obszerne. Teraz owe warstwy zewnętrzne doznają już nie horyzontalnego ciągnienia, ale przeciwnie ciśnienia, muszą więc albo fałdować się, albo pękać, łamać się i piętrzyć jedne na drugich. — Tymczasem jednak gdzieś głębiej znajdują się inne warstwy, które przechodzą przez te same stadya, przez które poprzednio przechodziła warstwa powierzchowna, t. j. doznają czasowo bocznego (horyzontalnego) ciągnienia. Powierzchnia, oddzielająca warstwy ściskane (powyżej) od warstw rozciąganych (poniżej) nazywa się p o w i e r z c h n i ą b e z d e f o r m a c y i.—Ponieważ fałdy mogą tworzyć się tylko powyżej powierzchni bez deformacyi, a wiadomo, że tworzyły się już w czasie epoki sylurskiej a nawet wcześniej, — więc musieliśmy przypuścić, że od samego początku tej epoki powierzchnia bez deformacyi znajdowała się już na pewnej głębokości.

wierzchnią i że z czasem obniża się coraz to głębiej, że przeto zewnętrzna skorupa wciąż podlega ciśnieniu bocznemu (horyzontalnemu). Gdyby kurczenie się ziemi było we wszystkich kierunkach jednakowe, a skorupa zewnętrzna była warstwą kulistą jednorodną, to odkształcenie, spowodowane przez ciśnienie boczne, musiałoby być mniej więcej jednakowe po całej powierzchni kuli.

Ale w rzeczywistości tak nie jest: kurczenie się jest niejednakowe w różnych kierunkach, skorupa zewnętrzna nie jest bynajmniej warstwą kulistą jednorodną, a zatem odkształcenia nie mogą być jednakowo i równomiernie rozdzielone po całej powierzchni ziemi. Załóżmy np., że pewne części skorupy są niepodatne, inne zaś bardziej plastyczne lub kruche. Podczas gdy pierwsze oprą się ciśnieniu, drugie mogą łatwo pofałdować się lub pokruszyć. W ten sposób odkształcenia, spowodowane przez ciśnienie boczne powinny niejako koncentrować się w pewnych okolicach. Zresztą zależnie od okoliczności, w różnych epokach czasu różne okolice mogą podlegać odkształceniom. A teraz wyobraźmy sobie, że rozkładamy i horyzontalnie rozścielamy pofałdowane i połamane, spiętrzone części skorupy. Gdyby ta operacya była możliwą, to niechybnie okazałoby się, że napowrót rozścielone warstwy pokrywają większe pole, aniżeli to, na którem są obecnie skupione. Różnica jest właśnie tą stratą, którą powierzchnia ziemi poniosła wskutek skurczenia się, a gdybyśmy tę różnicę dodali do obecnej powierzchni ziemi, to otrzymalibyśmy jej pole pierwotne [1]). Otóż warstwy pofałdowane można rozścielić naturalnie nie faktycznie, ale za pomocą odpowiednich rachunków, które zaraz wykonamy.

Co do szczegółów, odsyłam czytelników do następujących źródeł:

D a v i s o n. Phil. Trans. Roy. Soc tom 178 (1887), str. 231—249, a także Phil. Magazine tom XLI (1896), str. 133—138.

O. F i s h e r. Physics of the Earth's Crust. Londyn 1889.

M. P. R u d z k i. Note on the Level of no Strain Phil. Mag. 1892, II semestr.

M. P. R u d z k i. Einige Betrachtungen etc... Petermann's Mittheilungen 1893, zeszyt VI, str. 136—141.

[1]) Należy pamiętać, że pod słowami „powierzchnia pierwotna, stan pierwotny i t. d.", rozumiemy powierzchnię, stan i t. d. na początku e p o k i s y l u r s k i e j.

Przedewszystkiem obliczymy pole pokryte przez sfałdowane warstwy zarówno takie, które obecnie wznoszą się w postaci wysokich gór, jak też i takie, które oddawna zostały zniesione i rozmyte przez wody. Uwzględnimy wszystkie góry, które utworzyły się od początku epoki sylurskiej; dawniejszych gór uwzględniać nie będziemy. Założymy, że pokłady, spoczywające pod dnem oceanów, w ogóle nie są sfałdowane, przynajmniej tam, gdzie dno jest płaskie. Wprawdzie niektóre części dna morskiego zaliczymy do sfałdowanych okolic, ale to będą takie miejscowości, o których nie można wątpić, że to są zatopione góry. Tak np. większa część dna morskiego w morzu Karaibskiem z pewnością należy do Antylskiej kordyliery, a zatem powinna być zaliczona do krajów sfałdowanych.

W myśl wymienionych przed chwilą założeń znajdziemy, że sfałdowane od początku epoki sylurskiej pokłady zajmują:

w Europie	4.64	miliony km^2
„ Azyi	24.88	„ „
„ Ameryce północnej .	14.16	„ „
„ „ południowej	3.15	„ „
„ Afryce	0.72	„ „
„ Australii	1.05	„ „
Razem na kontynentach	48.60	milionów km.^{2}

Następnie należy doliczyć:

Pas dna oceanu Spokojnego wzdłuż amerykańskich wybrzeży	2.84	miliony km.^{2}
Pas dna oceanu Spokojnego u australskich wybrzeży	1.00	„ „
Wyspy w zachodniej części oceanu Spokojnego, wyspy Sundzkie wraz z podwodnemi podstawami	7.06	„ „
Antylską kordylierę.	2.70	„ „
Podwodną terasę u europejskich wybrzeży Atlantyku, W-ką Brytanię i morze Niemieckie, dalej podwodną terasę w zachodniem morzu Śródziemnem, wyspy na morzu Śródziemnem, morze Adryatyckie i Archipelag	3.18	„ „
A więc wszystkiego razem otrzymamy	65.38	milion. km.^{2}

Zupełnie pominęliśmy ziemie arktyczne i antarktyczne, bo nazbyt mało o nich wiemy, aby można było coś pewnego powiedzieć. Już z tego powodu otrzymana przed chwilą suma musi być trochę za mała; a gdy zważymy, że może całe dno morskie w Polinezyi należy do obszarów sfałdowanych, że prócz tego mogą być w innych okolicach sfałdowane pokłady na dnie morza, to przyjdziemy do przekonania, że 65.38 mil. km.[2], to liczba bardzo skromna.

Przyjęliśmy 65.38 mil. km.[2] jako pole sfałdowanych obszarów, ponieważ zaś pole powierzchni całej ziemi wynosi 509.5 mil. km.[2], więc obszar sfałdowany zajmuje około 12.8% powierzchni ziemi. Rzecz prosta, że skurczenie powierzchni podczas sfałdowania musiało być w różnych miejscach różne, w niektórych okolicach mogło być mniejsze, w innych większe. Być może, że niektóre kawałki skorupy, np. te, które po kilka razy doznały sfałdowania, zajmują obecnie ledwie połowę albo trzecią część tej przestrzeni, którą pierwotnie zajmowały, ale jednocześnie są inne, które przez sfałdowanie straciły ledwie małą cząstkę ze swej pierwotnej rozległości. Naturalnie nie można obliczyć, ile każdy sfałdowany obszar stracił ze swej pierwotnej rozległości; na to nie mamy dosyć danych. Ale możemy postąpić inaczej. Niektórzy geologowie, w rzadkich zresztą przypadkach, próbowali ocenić skurczenie sfałdowanego obszaru; można te dane zestawić, wziąć rezultat średni i na podstawie tego rezultatu obliczyć skurczenie całego sfałdowanego obszaru.

Sfałdowane góry mają pospolicie kształt łańcuchów, t. j. wałów. Wzdłuż łańcucha w kierunku grzbietu niema żadnych wyraźnych śladów ściśnienia i skurczenia [1]), skurczenie nastąpiło w kierunku poprzecznym do osi grzbietu, dla tego też, gdybyśmy rozścielili taki fałd zupełnie horyzontalnie, to długość jego nie uległaby zmianie, za to wszerz rozścielony fałd naturalnie zająłby większą przestrzeń, niż nierozścielony. Z tego powodu badacze, którzy zajmowali się wymierzeniem rzeczywistej rozległości sfałdowanych warstw i wykonywali owe idealne horyzontalne roz-

---

[1]) Bywają jednak fałdy ściśnione wzdłuż osi, np. fałdy na półwyspie Kerczeńskim (wedle Andrussowa) wyglądają tak, jak podłużne bąble, musiały więc doznać ściśnienia wzdłuż głównej osi.

ścielanie, podają zawsze tylko obecną szerokość łańcucha i szerokość warstw rozścielonych. Oto są niektóre dane, zapożyczone u Pencka [1]).

W pierwszej kolumnie stoi szerokość pasa (w kilometrach) obecnie zajętego przez warstwy sfałdowane, w drugiej szerokość tego samego pasa, gdyby warstwy zostały horyzontalnie rozścielone, w trzeciej wreszcie stosunek liczb drugiej kolumny do pierwszej; ten stosunek właśnie wyraża skurczenie pierwotnego obszaru do jego obecnych rozmiarów; jest to ta wielkość, o którą nam głównie chodzi.

Wedle Heima	Jura Szwajcarska koło Genewy .	17	22	1·294
„ „	„ „ „ Bienne . .	24	29	1·208
„ „	Kettenjura (średnio) . . . . ,	7	12	1·714
„ „	Alpy północne i środkowe w Szwajcaryi (średnio)	82	158	1·927
Wedle Rothpletza	Alpy wschodnie (średnio)	222	253	1·139
„ Claypole'a	Appallache I przekrój poprzeczny	105	161	1·533
„ „	„ II „ „	79	97	1·215
„ Leconte'a	pobrzeżna kalifornijska kordyliera	10	24—29	2·4—2·9

Ostatniej pozycyi Leconte'a (10—29, stosunek 2·9) nie uwzględniam, bo wydaje mi się nieco przesadzoną, biorę średnią wartość pozostałych ośmiu stosunków i otrzymuję liczbę 1·554. Można więc przypuścić, że gdybyśmy rozścielili horyzontalnie wszystkie sfałdowane części skorupy, to pokryłyby pole 1·554 razy większe, aniżeli to, które obecnie pokrywają. Lecz wedle poprzednich obliczeń pole pokryte przez fałdy wynosi około 65·38 mil. km.^{2}

Mnożąc tę liczbę przez 1·554 otrzymamy 101·6 mil. km.^{2} jako pole pierwotnie pokryte przez warstwy teraz sfałdowane. Różnica 101·6 — 65·38 = 36·22 mil. km.^{2} przedstawia nam pole, które powierzchnia ziemi straciła przez sfałdowanie od początku epoki syluskiej aż do dzisiejszej.

[1]) Morphologie der Erdoberfläche, tom I, str. 429 i 430.

Lecz zanim weźmiemy liczbę 36·22 mil. km.[2] jako podstawę dalszych rachunków, wprzód wykonamy obliczenie na podstawie innych założeń. Chodzi nam bowiem o to, aby najpierw ocenić zmniejszenie się powierzchni ziemi możliwie nizko i otrzymać jaknajniższą liczbę, oznaczającą czas, który upłynął od początku epoki sylurskiej.

Pozostawimy więc tymczasem stosunek 1·554 i różnicę 36·22 mil. km.[2] na boku, a weźmiemy najmniejszy z ośmiu wyżej przytoczonych stosunków, mianowicie stosunek 1·139, podany przez Rothpletz a dla Alp wschodnich.

Mnożąc 65·38 przez 1·139 otrzymamy 74·467... albo okrągło 74·47 mil. km.[2] Różnica 74·47 — 65·38 = 9·09 mil. km.[2]

Jednakże za podstawę dalszych rachunków weźmiemy mniejszą liczbę, mianowicie 8·08 mil. km.[2] Robimy to ze względu na niektóre poprawki, których tu objaśniać nie możemy. A więc kładziemy:

$$\Delta A = -8{\cdot}08 \text{ mil. km}^2,$$

przydajemy znak —, bo to jest skurczenie, zatem ujemny przyrost powierzchni. Przypominamy, że ΔA oznacza zmianę pola powierzchni ziemi od początku epoki sylurskiej aż do dzisiejszych czasów, zmianę spowodowaną przez kurczenie się ziemi wskutek oziębienia.

Aby obliczyć czas $(t_2 - t_1)$, t. j. czas, który upłynął od początku epoki sylurskiej aż do dzisiejszej, musimy powrócić do wzoru XII bis. Wzór ten wygląda tak:

$$\text{XII bis} \qquad t_2 - t_1 = -\frac{\gamma_2}{48\pi R\mu \, . \, k} \, . \, \Delta A \, . \, \frac{\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}} \, .$$

Wciąż trzymając się z góry powziętego zamiaru, aby prowadzić rachunek tak, żeby $(t_2 - t_1)$ wypadło jaknajmniejsze, założymy, że czynnik:

$$\frac{\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}}$$

ma wartość możliwie najmniejszą, t. j. równa się jedności. Co do R, to kładziemy jak zwykle:

$$R = 6370 \text{ km}.$$

Dalej wedle tego, co wyżej powiedziano:

$$\Delta A = 8{,}080{,}000 \text{ km}^2,$$

γ_2 i k zapożyczymy wprost u lorda Kelvina (W. Thomsona), mianowicie ze wspomnianej kilkakrotnie rozprawy: „On the Cooling of the Earth". Dla tego bierzemy te wartości a nie inne, bo chcemy, aby otrzymane przez nas wyniki były porównywalne z liczbami lorda Kelvina. Spółczynnik μ zapożyczamy u O. Fishera [1]). Wartości liczebne tych stałych są:

$$\gamma_2 = 50$$

$$k = 400$$

$$\mu = 0{\cdot}0000071$$

w jednostkach: stopa angielska, rok i stopień Fahrenheita. Stąd:

$$\frac{\gamma_2}{\mu k} = \frac{50}{400 \times 0{\cdot}0000071} = \frac{1}{0{\cdot}0000568}.$$

Wymiary tego spółczynnika są te same, co odwrotności prędkości, t. j. $\left(\frac{T}{L}\right)$. Zostawiając rok jako jednostkę czasu, weźmiemy zamiast stopy angielskiej kilometr jako jednostkę długości. Ponieważ kilometr równa się 3280·83 stopom angielskim, przeto w nowych jednostkach spółczynnik $\frac{\gamma_2}{\mu k}$ przybierze wartość:

$$\frac{\gamma_2}{\mu k} = \frac{3280{\cdot}83}{0{\cdot}0000568}.$$

Teraz możemy podstawić wartości na R, ΔA i t. d. we wzór XII bis, poczem otrzymamy:

$$t_2 - t_1 = 486 \text{ milionów lat (przybliżenie).}$$

---

1) Physics of the Earth's Crust. Londyn 1889, str. 102.

To znaczy, że od początku epoki sylurskiej aż do czasów dzisiejszych upłynęło około 486 milionów lat. Jest to duża liczba. J o l y znalazł, że od czasu, gdy istnieją oceany, a rzeki przynoszą im sole, wymyte z pokładów ziemskich, upłynęło około 95 milionów lat. Tymczasem chyba nie można wątpić, że na początku epoki sylurskiej już istniały lądy i oceany, że zatem data utworzenia się oceanów jest wcześniejsza od początku epoki sylurskiej. Na podstawie prędkości spółczesnej osiadania nowych pokładów w porównaniu z grubością kolejnych formacyj, G e i k i e sądzi, że 100 milionów lat powinno wystarczyć na wszystkie epoki geologiczne, które pozostawiły po sobie ślady życia. Ponieważ definicya G e i k i e g o obejmuje także pierwszą z paleozoicznych — formacyę kambryjską, która jest wcześniejsza od sylurskiej, więc data początkowa G e i k i e g o jest także wcześniejsza od początku epoki sylurskiej. Wreszcie przypomnę, że lord K e l v i n oceniał przeciąg czasu, który upłynął od chwili stwardnienia ziemi aż do czasów dzisiejszych na 100 milionów lat. Założenia jego są takie, że jego początkową datę należy uważać za jeszcze wcześniejszą, niźli początkowe daty G e i k i e g o lub J o l y'ego.

Liczby 100 milionów i 486 milionów są porównywalne, ale druga jest około pięciu razy większa od pierwszej. Tymczasem zrobiliśmy wszystko co można było zrobić, aby sprowadzić $(t_2—t_1)$ do rozmiarów najmniejszych. Założyliśmy, że spółczynnik

$$\frac{\sqrt{t_2}+\sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}}$$

ma wartość 1, podczas gdy powinien mieć wartość większą od 1, choć mniejszą od 2, skromnie oszacowaliśmy obszar, zajęty przez warstwy sfałdowane, wreszcie jako spółczynnik skurczenia wzięliśmy liczbę 1·139 zamiast 1·554, jak właściwie należało. Gdybyśmy np. wzięli ten ostatni spółczynnik, to na $t_2—t_1$ otrzymalibyśmy około 2000 milionów lat.

Ale postać rzeczy zupełnie się zmieni i rezultaty rachunku będą o wiele bliższe do tych, które otrzymali J o l y i G e i k i e, jeżeli zamiast spółczynników μ i k O. F i s h e r a i lorda K e l v i n a weźmiemy inne. Spółczynniki k i μ K e l v i n a i F i shera odnoszą się właściwie tylko do skał powierzchniowych takich, jak granity, gneisy i t. d. Tymczasem w naszem zadaniu k i μ oznaczają pewne średnie, odnoszące się do całej ziemi. Są to średnie „sui generis", bo ze względu na to, że w różnych epokach oziębienie i kurczenie się są najznaczniejsze w coraz to głębszych warstwach — wartości średnie na k i μ są zależne nie tylko od rozkładu materyałów we wnętrzu ziemi, ale także od czasu.

Bądź co bądź, ponieważ wnętrze ziemi zawiera wielkie masy żelaza, spróbujmy zamiast poprzednio wziętych wartości na k i μ wstawić odpowiednie wartości dla żelaza.

Wedle Mitchella dla żelaza	$k = 0{\cdot}01190$	przy	0^{0} C
	„ $= 0{\cdot}01274$	„	100^{0} C
	„ $= 0{\cdot}01358$	„	200^{0} C
	„ $= 0{\cdot}01442$	„	300^{0} C.

Jednostki, których używał Mitchell, są: stopa angielska, minuta oraz stopnie stustopniowego termometru. Aby módz porównać te k z Kelvinowskiem k, dość jest wziąć jako jednostkę czasu zamiast minuty rok. Ponieważ rok ma przybliżenie 365·25 dni, a każda doba ma 1440 minut, więc trzeba pomnożyć spółczynnik Mitchella przez

$$365{\cdot}25 \times 1440 = 525960.$$

Pomimo, iż właściwie należałoby wziąć przynajmniej największy ze spółczynników Mitchella, t. j. ten, który odpowiada temperaturze 300^{0} C, zadowolimy się jednak najmniejszym tym, który odpowiada temperaturze 0^{0} C. Weźmiemy więc $k = 0{\cdot}01190$ i pomnożymy przez 525960; otrzymamy w rezultacie $k = 6253$, t. j. $15^{1}/_{2}$ razy więcej aniżeli k lorda Kelvina (wedle Kelvina $k = 400$).

Co się tyczy μ, to zauważmy, że spółczynnik O. Fishera 0·0000071 na 1^{0} F odpowiada $\mu = 0{\cdot}00001278$ na 1^{0} C, co wedle Voigta [1]) byłoby równe spółczynnikowi żelaza μ przy tempe-

[1]) Winkelmann. Handbuch der Physik II, 1, str. 59 i 60.

raturze 31·5° C, zaś wedle Fizeau[1]) spółczynnikowi żelaza meteorycznego μ przy temperaturze 104° C. Stąd widzimy, że μ można zostawić bez zmiany.

Ponieważ k figuruje w mianowniku wyrażenia na $(t_2 - t_1)$, a nowe k jest 15·63 razy większe od poprzedniego, więc dość jest poprzednią liczbę 486 milionów lat podzielić przez 15·63, aby otrzymać nowy rezultat, odpowiadający nowym założeniom. Po wykonaniu dzielenia otrzymamy tylko 31·1 mil. lat. Nawet gdybyśmy zamiast $\Delta A = 8{\cdot}08$ milionów km² wzięli $\Delta A = 36{\cdot}22$ mil. km², to jeżeli $k = 6253$, otrzymalibyśmy zawsze tylko 139·1 mil. lat, t. j. liczbę nie o wiele przewyższającą te, które podają Joly i Geikie. Prawda, że zamiast kłaść

$$\frac{\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}} = 1,$$

należałoby przyjąć wartość tego spółczynnika większą albo nawet maksymalną, ale nawet i w takim razie $t_2 - t_1$ osiągnęłoby dopiero wartość około 278 milionów lat.

Ponieważ wedle spostrzeżeń Mitchella k wzrasta razem z temperaturą, a we wnętrzu ziemi panują wysokie temperatury, więc nasuwa się pytanie, czy nie należałoby wziąć k jeszcze większego, aniżeli $k = 6253$; ale na to odpowiemy, że—bądź co bądź—k we wzorze (I) ma znaczenie pewnej średniej w stosunku do całej ziemi. Tymczasem choćby nawet całe wnętrze składało się z czystego żelaza[2]), to zawsze należy pamiętać o tem, że warstwy zewnętrzne odznaczają się małem przewodnictwem, a wskutek tego średnie wartości na k muszą być mniejsze od k właściwego żelazu.

---

[1]) Tamże str. 59. Spółczynnik μ wzrasta razem z temperaturą tak samo dla żelaza, jak dla skał, jednakże przyrosty na 1° nie są jednakowe ani też stale proporcyonalne.

[2]) Warto porównać nasze wnioski z tem, co mówi Wiechert (Nachrichten der Gesellschaft der Wiss. Göttingen 1897). Wiechert uważa ziemię za ciało złożone z żelaznego jądra, okrytego cienkim kamiennym płaszczem.

Należy też tu zwrócić uwagę na pewną ważną okoliczność. Powiedziałem już wyżej, że miejsce chwilowo najbardziej intensywnego oziębienia i skurczenia z czasem zstępuje coraz głębiej, oraz że wskutek tego średnie wartości na k i μ zależą nie tylko od rozkładu materyi wewnątrz ziemi, ale także od czasu. Oczywiście średnia wartość na k będzie większą wtedy, gdy najintensywniej oziębiają się głębsze, dużo żelaza zawierające warstwy. Oczywiście, można brać tem większe wartości na k, im dłużej miejsce najintensywniejszego oziębienia pozostaje w warstwach dobrze przewodzących ciepło. Stąd wynika wniosek, że jeżeli k ma posiadać dużą wartość, a $t_2 - t_1$ małą; to trzeba założyć, że miejsce najbardziej intensywnego oziębienia już od bardzo dawna, np. od samego początku epoki sylurskiej, znajduje się w warstwach dobrze przewodzących ciepło.

Warto zaznaczyć, że jeżeli ziemia składa się z jądra dobrze przewodzącego ciepło, otoczonego cienkim płaszczem źle przewodzących pokładów, to gradient geotermiczny musi koniecznie być w jądrze znacznie większy, niż w warstwach powierzchownych. Stosunki między obu gradientami zależą wprawdzie nie od spółczynników termometrycznych przewodnictwa k, o których tu wciąż była mowa, tylko od spółczynników przewodnictwa „sensu stricto", które chwilowo oznaczymy przez $\varkappa$, ale $\varkappa$ żelaza jest nie tylko większe niż $\varkappa$ skał, ale nawet większe w znacznie większym stosunku niż k, bo przeszło 200 razy. Prawda, że gradient geotermiczny zależy jeszcze od niektórych innych warunków, ale znaczna różnica w zdolności do przewodzenia ciepła musi się odbić na gradiencie.

Nasuwa się nam jeszcze jedna uwaga, której pominąć nie możemy. Kilka lat temu J. Perry [1]) zauważył, że wiek ziemi obliczany metodą Kelvina wypada znacznie dłuższy, skoro założymy, że wnętrze składa się z warstw, znacznie lepiej przewo-

---

[1]) On the Age of the Earth. Nature tom 51 (1895) № 1314, str. 224—227.

dzących ciepło aniżeli skały zewnętrznej skorupy. Aby to zrozumieć, trzeba sobie uprzytomnić, na czem polega metoda Kelvina. Kelvin zakłada, że pewnej chwili ziemia miała jednakową temperaturę 7000° F., a następnie oblicza, ilu lat było potrzeba, aby gradient w warstwach powierzchownych wzrósł do 50 stóp na 1° F. Powiadam „wzrósł“, bo oczywiście na początku spadek temperatury w warstwach powierzchownych był ogromny, a gradient odwrotnie bardzo a bardzo mały. Z biegiem czasu spadek temperatury zmniejszał się, a gradient wzrastał. Kładąc $k = 400$, Kelvin znalazł, że trzeba było około 100 milionów lat, aby gradient wzrósł do 50 stóp na 1° F. Cóż teraz będzie, jeżeli założymy, że wnętrze składa się z materyałów, dobrze przewodzących ciepło? Wtedy z wnętrza ziemi ciepło szybko i łatwo napływa do skorupy, nie dopuszcza do zmniejszenia spadku temperatury, a więc choć naturalnie ten spadek z biegiem czasu ostatecznie się zmniejsza, ale to zmniejszanie się postępuje bardzo powoli, t. j. odwrotnie gradient w warstwach powierzchownych wzrasta bardzo powoli.

Perry przytacza przykład następujący. Zakłada, że źle przewodząca skorupa ma tylko 4 kilometry grubości (to zresztą trochę za mało), następnie zakłada, że k wnętrza jest 14 razy większe niż k skorupy (u nas 15·5 razy większe), zaś $\varkappa$ jest 79 razy większe [1]) niż $\varkappa$ skorupy (powiedzieliśmy wyżej, że $\varkappa$ żelaza jest około 200 razy większe niż $\varkappa$ skał) i okazuje, że od chwili, gdy temperatura była wszędzie stała i wynosiła 4000° C. (t. j. 7212° F), upłynąć musiało nie 100 milionów, ale co najmniej 9600 milionow lat. Gdybyśmy zaś wprowadzili te stałe, których używaliśmy wyżej (t. j. $k = 6253$ i t. d.), to otrzymalibyśmy jeszcze większą liczbę lat.

Te rezultaty, o ile silnie podrywają wynik rozumowań Kelvina, o tyle w niczem nie naruszają naszych założeń i rezultatów. Nasze wyniki zależą głównie od pola ΔA, od spółczynników k i μ, od założeń co do początkowej temperatury zależą

[1]) Należy zauważyć, że Perry używa symbolów k i $\varkappa$ właśnie we wprost przeciwnem znaczeniu.

tylko pośrednio. Mianowicie hypotezy Kelvina ubocznie weszły do naszego rachunku pod postacią spółczynnika

$$\frac{\sqrt{t_2}+\sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}}$$

i tylko ten spółczynnik powinien uledz pewnej modyfikacyi. Z rezultatów otrzymanych przez Perry'ego wynika, że t_2 i t_1 są wielkie wobec $t_2—t_1$, że zatem spółczynnikowi

$$\frac{\sqrt{t_2}+\sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}}$$

należy przydać znaczną wartość blizką 2. Może nawet najlepiej byłoby przyjąć ten spółczynnik $= 2$, co byłoby równoważne hypotezie, że od początku epoki sylurskiej aż do dziś gradient w warstwach powierzchownych prawie się nie zmienił [1]). Zresztą wszystko jak najlepiej się zgadza z naszemi założeniami. Jeżeli czasy t_2 i t_1 są duże wobec $t_2—t_1$, to już w początku epoki sylurskiej powierzchnia bez deformacyi musiała znajdować się głęboko, a także już w początku tej epoki miejsce najbardziej intensywnego oziębiania się i kurczenia musiało znajdować się głęboko w warstwach dobrze przewodzących ciepło. Można więc kłaść na k znaczne wartości, może większe nawet aniżeli te, które tu były przytoczone.

Swoją drogą należy pamiętać, że nasze rozumowania i wnioski nie zależą od rozumowań i wniosków Perry'ego, tylko zgadzają się z niemi. My tu nie robiliśmy i nie robimy żadnych hypotez co do pierwotnego rozkładu temperatury, co do hypotetycznego momentu stwardnienia i t. d. Jeżeli w początku rozprawy posługiwaliśmy się niektóremi hypotezami Kelvina, a teraz korzystaliśmy z Perry'ego, to były wtedy „working hypotheses“, a teraz po-

---

[1]) Trzeba tylko w takim razie podwoić wszystkie liczby poprzednio otrzymane na $t_2—t_1$, a więc np. wziąć zamiast 486 milionów lat 972 miliony lat, zamiast 31 mil. 62 mil., zamiast 139—278 mil.

równania. Nasze wnioski ostają się w swej sile bez pomocy hypotez Kelvina lub rozumowań Perry'ego. Zresztą skoro położymy, że $\frac{\sqrt{t_2}+\sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}} = 2$, to absolutnie uwolnimy się od wpływu hypotez Kelvina.

Rozpatrzymy jeszcze konsekwencye hypotezy, że wnętrze ziemi jest ciekłe lub nawet gazowe, jak chce S. Arrhenius [1]). Przypuszcza on, że wnętrze ziemi jest w stanie gazowym, ale dzięki jednoczesnemu działaniu olbrzymich ciśnień i bardzo wysokiej temperatury gaz jest ogromnie zgęszczony, a zarazem tak lepki, że wobec sił zewnętrznych zachowuje się tak, jak ciało sztywne, powiedzmy—równie sztywne jak żelazo albo stal. Co do prądów konwekcyjnych, które zresztą w tak zagęszczonym gazie musiałyby być z konieczności bardzo słabe i powolne, to przyczyniałyby się tylko do przyspieszenia prądu ciepła, płynącego z wnętrza ziemi ku zewnętrznej skorupie.

Jakie są spółczynniki rozszerzalności gazu pod ciśnieniami, wynoszącemi po kilkadziesiąt i kilkaset tysięcy atmosfer, oraz w temperaturach, wynoszących po kilka lub kilkanaście tysięcy stopni C., tego naturalnie wiedzieć nie można. Ale założmy na chwilę, że są mniej więcej takie same, jak w temperaturach i pod ciśnieniami normalnemi. W takim razie należałoby przyjąć, że spółczynniki rozszerzalności gazu są co najmniej sto razy większe niż spółczynnik 3μ O. Fishera. Mówimy o spółczynniku 3μ, t. j. o spółczynniku objętościowym rozszerzalności, bo zazwyczaj dla gazow bywają podawane ich spółczynniki rozszerzalności objętościowej. Stąd wypada, że we wzorze XII bis trzebaby powiększyć μ przynajmniej sto razy.

Równie trudno powiedzieć coś określonego o spółczynniku przewodnictwa k. Wiadomo, że pod zwyczajnemi ciśnieniami w zwykłych temperaturach przewodnictwo cieplne gazów jest znacznie mniejsze niż przewodnictwo ciał stałych, ale co się stanie z przewodnictwem gazu posiadającego gęstość żelaza, to trudno

[1]) Zur Physik des Vulcanismus. Geol. För. i Stockholm Förh. Tom XXII, str. 395—419.

przewidzieć. Być może, że taki gaz będzie równie dobrze przewodził ciepło, jak ciała stałe. Wedle teoryi cynetycznej gazów w zwyczajnych warunkach przewodnictwo cieplne w gazach polega na wymianie cząsteczek między jedną warstwą gazu a drugą. Ale czyż można stosować te same pojęcie przewodnictwa do gazu równie gęstego jak żelazo.

Pozostawiając k Kelvina bez zmiany, a powiększając μ O. Fishera sto razy, otrzymalibyśmy wszędzie na $t_2—t_1$ liczby sto razy mniejsze. Gdybyśmy jednak zamiast k Kelvina wzięli k mniej więcej takie, jak k dla cieczy, to okazałoby się, ze k jest około dziesięć razy mniejsze niż k Kelvina i liczby na $(t_2—t_1)$ byłyby tylko dziesięć razy mniejsze aniżeli te, które otrzymaliśmy początkowo, używając spółczynników Kelvina i Fishera, jednocześnie byłyby nawet trochę większe niż te, które otrzymaliśmy, wprowadzając spółczynnik k właściwy żelazu.

Powtarzamy raz jeszcze, że prądy konwekcyjne w gazie czy cieczy powinny tylko przyspieszać przenoszenie ciepła z wnętrza do zewnętrznej skorupy.

Nie będziemy dłużej się zastanawiali nad hypotezą wnętrza ciekłego lub gazowego, bo nie znając spółczynników rozszerzalności i przewodnictwa gazów w bardzo wysokich temperaturach i ciśnieniach, musimy obracać się wśród samych dowolnych hypotez.