

tej funkcji, to tymczasowo nic dokładnego powiedzieć o niej nie można.

Rzecz naturalna, że istnienie podobnej podwójnej zależności odchyień (od ν i λ) jest nie tylko charakterystycznym dla wzoru L o m m e l a, lecz dla wszystkich w ogóle równań dyspersyjnych, które dają prawidłowy przebieg odchyień; tak więc nawet dla wzorów C a u c h y'ego z dwiema stałymi można się starać o wyznaczenie liczebne odpowiadającej im funkcji $F(\nu, \lambda_x)$.

Warszawa, w styczniu 1901 r.



POMIAR MIKROMETRYCZNY PODWÓJNEJ MGŁAWICY

II. 316 . H . 444; II. 317 . H . 445,

podał

R. M e r e c k i.



Jeden z astronomów w roku 1872 wyraził się trafnie, mówiąc, iż, gdy usuniemy na stronę zdobycze analizy widmowej, będziemy odnośnie do mgławic na tem samym stanowisku, na jakim byliśmy za czasów Tycho na i Keplera odnośnie do gwiazd stałych. Trzydzieści lat mija od tego czasu, pozostawiwszy wspaniały ślad we wszystkich dziedzinach astronomii; mgławice jedynie, ciała niebieskie najwięcej tajemnicze, najmniej zbadane i badane, pomimo roli jaką im ogólnie przypisują w układzie wszechświata, nie mogą wskazać poważniejszych zdobyczy. Licznie nowo odkrywane są zbyt nikłe, aby kiedykolwiek stać się mogły przedmiotem badań ścisłych; lecz z liczby znanych od początku zeszłego stulecia i dostatecznie jasnych, mała tylko część dość dokładnie wyznaczone posiada położenie, jeszcze mniejsza dokładne opisy, rysunki i w ostatnich czasach fotografie. Z wyzna-

zeniem mlejsc i z postacią mgławic ściśle jest związane doniosłe pytanie o ruchach własnych, bądź w przestrzeni, bądź względnych w układach podwójnych i wielokrotnych. Wykazanie i zbadanie takich ruchów wskazać może właściwe stanowisko mgławic pomiędzy ciałami niebieskimi.

Kilkakrotnie podnoszona kwestya ruchów względnych mgławic upadała zawsze z wynikiem ujemnym; już powierzchowny pogład na materyał obserwacyjny do niewiary usposabia badacza, a jeszcze więcej praktyczne zaznajomienie się z trudnościami pomiarów, gdzie błąd pojedynczego nastawienia narzędziem wielokrotnie pokryć może nawet tak wybitne ruchy, jeżeli istnieją, jakie obserwujemy u niektórych wyjątkowych gwiazd podwójnych.

Wynik tutaj podanych pomiarów wydał mi się nader interesujący i wymaga szczegółowego przedstawienia spostrzeżeń, poprzednio w różnych epokach wykonanych.

Wydany w roku 1878 katalog gwiazd podwójnych i wielokrotnych *Flammarióna* zawiera w dodatku 13 mgławic, mających jakoby ruch własny stwierdzony. Jestto bezkrytyczne zestawienie pierwotnych pomiarów obydwóch *Herschelów* z późniejszymi *d'Arresta*, z wyjątkiem kilku przypadków, gdzie ruch jest przypuszczany jedynie na zasadzie różności opisów. Na jedną atoli mgławicę, tutaj badaną, zwrócił był już uwagę *d'Arrest*. *Flammarión* podaje pomiary według klasycznego dzieła *d'Arresta* „*Siderum nebulosorum observationes Havnienses*“, a mianowicie kąta położenia (pozycyjnego) *P* i odległości *e*

II. 316 H. 444. II. 317 H. 445,

		<i>P</i>	<i>e</i>
<i>Herschel</i> I	1785	—	60"
<i>Herschel</i> II	1827	45°.0	45"
<i>d'Arrest</i>	1862	56.0	29"
<i>Schultz</i>	1865	58.0	32"

i opatruje dopiskiem: „C'est la nébuleuse dont le mouvement, tant en angle qu'en distance, est le mieux démontré. En 80 ans, la distance est descendue de 60' à 30" ±. Il y a une petite étoile juste entre les deux composantes, de sorte que c'est là une espèce particulière de système triple“.

Na końcu wskazany pomiar Schultza u d'Arresta inaczej się przedstawia, chociaż Flammarion słusznie wypro-
wadził średnią.

Za punkt wyjścia bierzemy obserwacje d'Arresta z roku 1862 (Sid. neb. p. 90) zachowując układ i porządek oryginału, opuszczając mniej ważne uwagi:

„Dnia 17. III. 1862. II. 316. Nebula duplex. Angulus positionis e pluribus observationibus adinventus = $54^{\circ}.2$ — Praecedens sine nulla dubitatione lucidior; ambae vero nebulae manifesto physicae conjunctae. — Distantia = $28''$ quam proxime.

Dnia 19. II. 1862. Duae pervicinae, citra dubitationem physice copulatae. Situs relativus hoc vespere summa accuratione determinatus: an. p. = $58^{\circ} 52'$ (3 men.). Distantia = $28''.9$ (4 men.). Si Herschelianas cum meis comparamus observationibus, jam prodit:

Herschel I 1785 dis = $60''$ ambae pares.

Herschel II 1827 „ = $45''$ an. pos. 45° e 2 observ.

Nos 1862 „ = $29''$ „ 56° e repetitis observat.

Hinc satis probabile videtur, hoc nebularum par in 77 annis haud adeo exiguam situs relativi mutationem passum esse; verumenimvero quum mensuras, quibus omnino tute fidere possimus, in promptu non habeamus, asseverantur id edicere non audemus. Ex observationibus upsaliensibus a. 1864 habitis, deduxi an. p. = $55^{\circ} 7'$, dis = $34''.4$. Observationes a. 1865 dederunt an. $60^{\circ}.35$ cum dist. $30''.3$ (Acta astron. v. LXVI)

II. 317. Sequens ac debilior neb. duplicis. Distantiam inter ambas neb. $30''$ deprehendi, vel minime $28''$; $35''$ apertissime non attingit“.

Z późniejszej epoki, najpewniej z roku 1872 lub 1873, mamy pomiar Schönfelda; nie posiadając oryginału, obliczyłem kąt pozycyjny i odległość z różnic $\Delta\alpha$ i $\Delta\delta$ podanych u d'Engelhardta (Observations tome I, p. 198) a mianowicie:

$$\text{Schönfeld } 1872-73? \quad \overset{P}{42^{\circ}45'} \quad \overset{e}{28''.1}$$

Wreszcie z kolei najważniejszy pomiar mamy w roku 1885 wspomnianego d'Engelhardta, właściciela prywatnego obserwatorium w Dreźnie (obecnie przeniesionego do Kazania) wykonany wyborym 12-calowym refraktorem Grubba.

Przytaczamy pomiar różnic $\Delta\alpha$ i $\Delta\delta$ mgławicy II. 316—II. 317 w całości:

	$\Delta\alpha$ app.	liczba po- równań	$\Delta\delta$ app.	liczba po- równań	ś r e d n i o
1885. 13. I	2 ^s .40	63	16 ^{''} .6	12	
19. II	2 ^s .51	50	18 ^{''} .4	5	$\Delta\alpha = +0^m 2^s.42$ stąd $P = 63^{\circ} 22'$
10. III	2 ^s .42	17	14 ^{''} .0	12	$\Delta\delta = +0' 15''.82$ „ $e = 35''.25$
2. IV	2 ^s .43	14	13 ^{''} .5	8	
19. IV	2 ^s .36	12	16 ^{''} .3	8	

Ważną jest przy tem notatka: „Les $\Delta\alpha$ et $\Delta\delta$ de Fév. 13 et 19 ont été observées comme à l'ordinaire, sans le mouvement d'horlogerie. Les $\Delta\alpha$ et $\Delta\delta$ de Mars 10, Avril 2 et 19 ont été mesurées avec la vis micrométrique, en faisant fonctionner le mouvement d'horlogerie“. Do poprzedniego zestawienia pomiarów przez Flammarióna dodajemy następujące w odpowiednim porządku według dat:

		P	e
Schultz	1864	55 ^o 7'	34 ^{''} .4
„	1865	60 ^o 35'	30 ^{''} .3
Schönfeld	1872—73?	42 ^o 45'	28 ^{''} .1
d'Engelhardt	1885	63 ^o 22'	35 ^{''} .25.

Ruchów tego rodzaju niema żadne z ciał niebieskich. Tkwią tutaj i błędy obserwacji i nieporozumienia. Nie wszystkim obserwacyom, tu i poprzednio wymienionym, można dać równą wagę: Herschela I położenia są tylko przybliżone i wiele znacznych błędów zawierają. Można je przyjmować jako pomocnicze, jeżeli nie odstępują od przypuszczalnie prawdopodobnych. Herschela II pomiary gwiazd podwójnych, jakkolwiek cenne, nie mają cech precyzji pomiarów społecznych, zapoczątkowanych przez W. Struvego, utwierdzonych przez Dembowskiego. Miejsca mgławic Herschela uważać należy jako przybliżone, co również stosuje się do pomiarów d'Arresta, wykonanych mikrometrem pierścieniowym. Gdy wszelako ten ostatni przy ważniejszych mgławicach używa mikrometru nitkowego, co miało

miejsce przy naszej, wyniki mają wyjątkową wagę. Schultza i Schönfelda pomiary należą do najprzedniejszych, obok Vogela, Rümkeera, Schmidta, Auwersa i kilku innych, zajmujących się mgławicami; wszelako Schönfelda pomiar mikrometrem pierścieniowym, jakkolwiek wyjątkowo nim władał, przy subtelnym pomiarze podwójnej mgławicy nie może być brany w rachubę. Bez zarzutu są staranne pomiary d'Engharda. Nieporozumienie zaś tkwi w przyjmowaniu do zestawienia wyników obserwacji kąta i odległości, otrzymanych bezpośrednio, wraz z obrachowanymi przez różnice $\Delta\alpha$ i $\Delta\delta$. Pomiary pierwszego rodzaju mają znacznie wyższą wagę i są wyłącznie używane wobec gwiazd podwójnych.

Zważywszy powyższe, przedsięwzięłem badania mgławicy obydwoma metodami, od siebie niezależnymi, korzystając z wyjątkowo pogodnych nocy lutego.

Mając doświadczenie z pomiarów innych mgławic, pewną znajomość gwiazd podwójnych z pomiarów próbnych, zastosowałem wszelkie środki ostrożności, aby uniknąć błędów stałych, o których tutaj kilka słów powiedzieć muszę.

Źródła tych błędów są prawdopodobnie znane wszystkim obserwatorom mgławic, wszelako wzmianki o nich nigdzie nie znalazłem.

Przy pomiarze odległości dwóch gwiazd, obserwator ma na uwadze jedynie możliwie dokładne przepołowienie pozornych tarcz czarnymi nitkami na jasnym polu widzenia; gdy gwiazdy są zbyt drobne, używa nitek błyszczących; pokrywając, pochłaniają one gwiazdki, i pomiar nie jest tak dokładny jak w przypadku poprzednim, wszelako sam fakt zniknięcia jest pewną wskazówką. Ten sam fakt powtarza się przy szukaniu kierunku, kąta położenia; i zawsze obserwator ma na uwadze wyłącznie gwiazdy badane. Pojedyńcze nastawienia są od siebie niezależne; można obliczyć błąd prawdopodobny, będący, w rzeczy samej, niejaką miarą dokładności wykonanych nastawień. Obraz się zmienia przy pomiarach mgławic: w polu widzenia ponad słabym cieniem mgławicy góruje obraz jasnych nitek mikrometru; po pierwszym nastawieniu wraza się w pamięć i nieświadomie wpływa na nastawienie następne; można wykonać szereg pomiarów z pozorami dokład-

ności, jakkolwiek zupełnie błędnych. Oczywiście wielką korzyść przedstawia oddzielanie pomiarów dłuższymi epokami, chociaż przy wyjątkowo interesujących badaniach wykluczać wpływu pamięci nie można. Aby usunąć źródło tego błędu przy określaniu kierunku, wykonywałem pomiar dnia jednego przy trzech różnych pozornych obrazach nieba: przed południkiem, w południku i poza południkiem. Ogólnie, kąt położenia, tutaj znaleziony bezpośrednio, należy do bardzo dokładnych. Trudniej poradzić sobie z odległością i z różnicą w zboczeniu: starałem się osiągnąć możliwą niezależność danych, nastawiając nitki na odległość nieco mniejszą i nieco większą od przypuszczalnej prawdziwej, poczem ponawiałem pomiar, zmieniając kierunek obrotu śruby i porządek poprzedni. Czwartego dnia zmieniłem obserwowane współrzędne biegunowe P i e na różnice $\Delta\alpha$ i $\Delta\delta$; różnice $\Delta\alpha$ otrzymałem zwykłą metodą słuchu i wzroku.

Przytoczone poprzednio dane $\Delta\alpha$ d'Engelhardt'a, posiadają ważną cechę niezależności wzajemnej w dwóch grupach: przez pierwsze dwa dni różnice $\Delta\alpha$ zapisywał na chronografie, z następnych dni otrzymał, biorąc je śrubą jako łuk, następnie zamieniony na czas. Tej ostatniej metody poraz pierwszy użył Vogel przy pomiarach gromad gwiazd; wymaga ona przy refraktorze mechanizmu zegarowego.

Dołączone tutaj obserwacje zawierają kolejno: datę, kąt godzinny średni, kąt położenia, wagę jego i liczbę nastawień; dalej odległość w obrotach śruby, odległość zredukowaną, liczbę nastawień i notatki według dziennika.

Obserwacje różnic zawierają: datę, kąt godzinny t , $\Delta\alpha$ app.—pozorne, liczbę porównań; z kolei $\Delta\delta$ w obrotach śruby, $\Delta\delta$ zredukowaną pozorną i liczbę nastawień; u dołu notatki.

Szczegóły metody obserwacji, sposoby redukcji, wzory, będą podane po ukończeniu seryi I pomiarów mgławic; tutaj tylko nadmieniam, iż wartość kroku śruby przyjąłem prowizoryczną $28''.85$, odpowiednią do niskiej temperatury powietrza w czasie obserwacji; powiększenie 100 (ok. № 2). Miejsce mgławic przyjąłem według d'Arresta:

$$1860.0 \text{ II. } 316 \ 7^h \ 16^m \ 43^s.9 + 29^0 \ 44' \ 45''$$

$$\text{II. } 317 \ 7^h \ 16^m \ 44^s.2 + 29^0 \ 45' \ 10'',$$

II. 316 H. 444 i II. 317 H. 445

	t .	P	liczba na- stawień	waga	e w obr. śruby	e''	liczba na- stawień
1901. 19. I	$-1^h 20^m$	$57^0 2'$	4	1	n. m.	n. m.	—
13. II	$+1^h 23^m$	$55^0 35'$	9	2	1r.282	37".0	9
17. II	$+0^h 50^m$	$55^0 14'$	5	1	1r.281	37".0	11
20. II	$+1^h 11^m$	$55^0 00'$	9	2	1r.217	35".1	10
		$55^0 34'$				$36".3$	

19. I.— 5^0 C. W pierwszej, jaśniejszej niż druga następująca, przebłyскуje jądro na przodzie; są oddzielone ciemną smugą; pomiar niepewny; powietrze dość dobre.

13. II.— 10^0 C. Powietrze bardzo dobre. Pierwsza jasna, jaśniejsza od drugiej; kanał widoczny.

17. II.— 10^0 C. Obie złączone, kanał niewidzialny; pow. dobre.

20. II.— 12^0 C. Powietrze początkowo mgliste, stało się doskonale przezroczystem. Pomiar kąta bardzo dobry. Dwie zarówno jasne mgławice dokładnie oddzielone.

II. 316 H. 444 — II. 317 H. 445

	t .	$\Delta \alpha$ app	liczba po- równań	$\Delta \delta$ w obr. str.	$\Delta \delta$ app.	liczba na- stawień
1901. 20. II	$+2^h 0^m$	$2^s.51$	18	0r.709	$20''.5$	8
22. II	$+0^h 5^m$	$2^s.40$	19	0r.683	$19''.7$	7
		$2^s.45$			$20''.0$	

Stąd otrzymano $P = 57^0 59'$, $e = 37''.7$.

22. II.— 9^0 C. Mały księżyc na zachodzie; powietrze wyborne. Jądro w przedniej silnie przebłyскуje jako gwiazda $13^m, 5$; pierwsza znacznie jaśniejsza niż druga; oddzielająca ciemna smuga widzialna dokładnie; na przedniej stronie drugiej mgławicy gwiazdka chwilami widzialna $14^m, 0$; może gwiazdka *L a s s e l l a*.

Przysądżamy własnym obserwacyom znaczną wagę, głównie z powodu zbliżonych wyników, otrzymanych za pośrednictwem dwóch niezależnych metod. Zestawmy teraz znalezione wyniki:

Z racyi mało precyzyjnego mikrometru wyłączam obserwacje Schönfelda (bardzo niezgodne), biorąc jednocześnie średnią z prawie spóczesnych obserwacyj Schultza; oddzielam wyniki, otrzymane przez pomiar bezpośredni kąta pozycyjnego i odległości, od wyników obliczeń z różnic $\Delta\alpha$ i $\Delta\delta$; otrzymamy:

Bezpośrednio z różnic $\Delta\alpha$ i $\Delta\delta$				
	P	e	P	e
Herschel I 1785	n. m.	60''	—	—
Herschel II 1827	45° 00'	45''	—	—
d'Arrest 1862	56° 00'	29''	—	—
Schultz 1864—65	—	—	57° 51'	32''.3
d'Engelhardt 1885	—	—	63° 22'	35''.3
Merecki 1901	55° 34'	36''.3	57° 59'	37''.7

Mamy tu niedający się zaprzeczyć obraz ruchów dwóch mgławic około wspólnego środka ciężkości, gdyż ruch jest wyraźnie orbitalny.

Zestawiając przybliżenie zmiany roczne kąta i odległości, znajdziemy:

	ΔP	Δe
Herschel I — Herschel II	—	—0''.4
Herschel II — d'Arrest	+19'	—0''.5
d'Arrest — Merecki	—	(+0''.2)
Schultz — d'Engelhardt	+16'	+0''.15
d'Engelhardt — Merecki	—	+0''.15.

Ruch prosty od czasów Herschela II trwał do czasów pomiarów d'Engelhardta, obecnie zmienił się na wsteczny i, przy jednoczesnym wzroście odległości, trwać będzie przybliżenie do stanu, jaki był około roku 1827.

Rażący skok z roku 1862 na 1864—65 objaśnia się łatwo stałą różnicą, istniejącą pomiędzy kątami i odległościami obserwowanymi bezpośrednio i obliczonymi, przytem wartości pierwsze są mniejsze niż drugie. Obok własnych, mógłbym inne pomiary przytoczyć na stwierdzenie tego; kąt więc Schultza z r. 1864—65 jest około 1° zbyt wielki, jeżeli chcemy go zestawić z kątem d'Arresta; jest wszelako zupełnie dobry do zestawienia z kątem d'Engelhardta. Przymuszając zmiany kierunku w r. 1885, znajdziemy — 20' na zmianę roczną do chwili obecnej, liczbę dość prawdopodobną.

Zaniedbywana dotąd, a tak ważna mgławica, powinna być stale obserwowana, obydwoma przytem metodami, wybornie kontrolującemi się wzajemnie, aby w blizkiej przyszłości mieć możność obliczenia elementów drogi. Pomiary zresztą nie są tak niedokładne, jakby przypuszczać należało.

Zjawisko, tu badane, zajmie wybitne miejsce w teorii budowy wszechświata; Mechanika nieba ważny problemat rozwiązać musi i przypuszczamy, że nie teleskop i spektroskop, ani też fotografia, lecz analiza matematyczna rozstrzygnie, czy krążące masy są natury gazowej, czy też meteorycznej, na podobieństwo pierścieni Saturna, czy też wreszcie są gromadami słońc, jak sławna grupa w Herkulesie lub wiele mgławic, zwanych rozwiązalnemi.

Obserwatorium astronomiczne im. Jędrzejewicza
dnia 28. II. 1901 r.

~~~~~

**R. S. Woodward.**

## POSTĘPY MATEMATYKI STOSOWANEJ W XIX STULECIU. <sup>1)</sup>

Zaszczepny wybór na prezydenta Towarzystwa matematycznego amerykańskiego łączy się z trudnym obowiązkiem przygotowania odczytu, któryby był nietylko interesujący i nauczający dla większości członków, lecz zarazem wskazywał drogi, na jakich oczekiwać możemy postępu w jednej lub w kilku gałęziach naszej ukochanej nauki. Wyrażając wdzięczność za zaszczyt mi uczyniony, mniemam, że najlepiej postąpię, jeżeli wraz z wami rozpatrzę postęp nauk matematycznych w ciągu ubiegłego stulecia. Ale już na samym wstępie odczuwam boleśnie ograniczoność swojej wiedzy i nadzwyczajną rozległość dziedziny, którą mam rozpatrzyć, zwłaszcza, że nie należę do szkoły matematyków, chyba do „sta-

<sup>1)</sup> Mowa prezydenta na zgromadzeniu Towarzystwa matematycznego amerykańskiego, miana 28 grudnia 1899 r., ogłoszona w „Buletynie“ tegoż Towarzystwa i w piśmie „Science“, przełożona za upoważnieniem Autora. *S. D.*

