OBLICZENIE DROGI METEORU,

obserwowanego dnia 6 czerwca 1899 roku

podał

M. Ernst.

Meteor ten był obserwowany ze znacznym stopniem dokładności we Lwowie, miałem bowiem oczy zwrócone właśnie na tę część nieba, w której się ukazał. Sekundy wszakże zacząłem rachować dopiero od momentu zniknięcia. Ten ostatni zatem jest określony dobrze. Wypływa dlań, po uwzględnieniu poprawki zegara, $10^h\ 4^m\ 44^s$ cz. śr. Lw. Przebieg zjawiska wynosił według szacowania 8 sekund, początek jego zatem był o $10^h\ 4^m\ 36^s$. Droga meteoru śród gwiazd natychmiast została naszkicowana w dzienniku obserwacyjnym razem z gwiazdami sąsiedniemi. Wynikające stąd spółrzędne równikowe są:

dla początku: $\alpha = 15^h\ 2^m$, $\delta = +\ 7^0$

dla końca: $\alpha = 10^h\ 4^m$, $\delta = +\ 13^0$.

Meteor był bardzo wspaniały, wielkości $\frac{1}{3}$ tarczy księżyca, początkowo okrągły, barwy białej, przypominającej światło elektryczne. Następnie tracił kształt regularny i w punkcie $\alpha = 12^h\ 4^m$, $\delta = +\ 11^0$ rozsypał się na mnóstwo oddzielnych części o różnej barwie (czerwonej, niebieskiej, białej), które, nie zmieniając kierunku ruchu, posuwały się dalej szeroką smugą świetlaną. Od punktu rozsypania się aż do punktu zniknięcia smuga ta była widzialną jeszcze przez jakich 10 sekund, co pozwoliło dobrze utrwalić sobie w pamięci kierunek meteoru.

Tak dokładna obserwacya zjawiska bardzo uderzającego skłoniła mnie do zamieszczenia odezwy w pismach, w celu uzyskania obserwacyj z innych miejscowości. Materyał, w ten sposób otrzymany, pochodzący z 9-ciu różnych miejscowości, przedstawia przeważnie małą tylko wartość, bądź co bądź wszakże daje pewne pojęcie o terytoryum, na jakiem zjawisko było widziane. Nie nadaje się on do obliczenia, może jednakże służyć do kontroli.

Wiadomości nadesłane pochodzą z Czerniowiec, Zaleszczyk, Stanisławowa, Borysławia, Drohobycza, Mikołajowa, Tarnopola, Stojaniec i Lwowa, leżących na obszarze pomiędzy szerokością geograficzną $48^0\,18'$ a $49^0\,50'$ i długością geograficzną $41^m\,47^s$ a $44^m\,23^s$ na wschód od Berlina. Do dalszego rachunku przydatnem okazało się tylko spostrzeżenie, zrobione w Stanisławowie, do którego załączony został rysunek. Z tego rysunku wypływają dla początku zjawiska spółrzędne

$$\alpha = 12^h\,0^m \quad , \quad \delta = +\,55^0\,30'.$$

Koniec zjawiska nie mógł być obserwowany, ponieważ meteor ukrył się za domem. Przyjmując, że zgasł on przy samym poziomie, otrzymamy dla końca:

$$\alpha = 7^h\,28^m \quad , \quad \delta = +\,23^0.$$

O ile to przypuszczenie jest zgodnem z rzeczywistością, wynika z dalszych rozważań.

Boki trójkąta, którego wierzchołkami są Lwów, Stanisławów i punkt przestrzeni, w którym znajdował się meteor w chwili ukazania się, w przedłużeniu przecinają sklepienie niebieskie w punktach, leżących na jednem kole wielkiem. To samo dotyczy końca widzialnej drogi meteoru. Niechaj A, D będą spółrzędne równikowe punktu, w którym prosta Lwów — Stanisławów spotyka sklepienie niebieskie; α_1, δ_1 obserwowane spółrzędne meteoru we Lwowie; α_2, δ_2 — też spółrzędne, obserwowane w Stanisławowie; warunek, że punkty (A, D), (α_1, δ_1), (α_2, δ_2) leżą na jednem kole wielkiem, wyraża się równaniem:

$$\operatorname{tg} D \sin(\alpha_2 - \alpha_1) + \operatorname{tg} \delta_1 \sin(A - \alpha_2) = \operatorname{tg} \delta_2 \sin(A - \alpha_1).$$

Podobnie mamy dla końca drogi meteoru:

$$\operatorname{tg} D \sin(\alpha_2' - \alpha_1') + \operatorname{tg} \delta_1' \sin(A - \alpha_2') = \operatorname{tg} \delta_2' \sin(A - \alpha_1').$$

Równania te służą za probierz dokładności obserwacyi. Przy zupełnej dokładności równania te powinny się spełniać.

Oznaczając przez K długość cięciwy, łączącej Lwów ze Stanisławowem, przez R_1 i R_2 odległość tych punktów od środka ziemi, przez φ_1 i φ_2 ich szerokości geocentryczne, przez θ_1 i θ_2 miejscowy czas

gwiazdowy w chwili obserwacyi, mamy dla obliczenia wielkości K, A i D wzory następujące:

$$K \cos D \sin A = R_2 \cos \varphi_2 \sin \theta_2 - R_1 \cos \varphi_1 \sin \theta_1 ,$$

$$K \cos D \cos A = R_2 \cos \varphi_2 \cos \theta_2 - R_1 \cos \varphi_1 \cos \theta_1 ,$$

$$K \sin D = R_2 \sin \varphi_2 - R_1 \sin \varphi_1 .$$

Z rachunku wynika:

$$A = 234^0\, 9' \ , \ D = -40^0\, 23' \ , \ \lg K = 8.2138$$

K wyrażone jest w częściach promienia równika ziemskiego.

Podstawiając otrzymane wartości w równaniach warunkowych, otrzymujemy:

dla początku po lewej stronie $+ 0.7061$, po prawej stronie $+ 0.2188$

dla końca „ „ „ $+ 0.7308$, „ „ „ $+ 0.4215$.

Widzimy stąd, że obserwowane punkty początku i końca odpowiednio nie leżą na jednem kole wielkiem z punktem (A, D), czyli że obserwacye są niedokładne.

Zbadajmy stopień niedokładności i postarajmy się przenieść punkty obserwacyi na jedno koło wielkie z punktem (A, D) w ten sposób, ażeby spółrzędne obserwowane uległy najmniejszej zmianie.

Niechaj P (Fig. 1) oznacza biegun nieba, A punkt mający spółrzędne A i D, punkty zaś B i C są obserwowanym z dwóch stanowisk początkiem meteoru i mają odpowiednio spółrzędne α_1, δ_1 i α_2, δ_2. Z powodu niedokładności obserwacyi przez A i B przechodzi inne koło wielkie, aniżeli przez A i C. Pierwsze niechaj będzie AB, drugie AC. Połączmy punkty B i C łukiem koła wielkiego BC. Koło wielkie, przechodzące przez środek E łuku BC będzie owem kołem wielkiem, na które należy sprowadzić punkty obserwowane, łuki zaś $BB' = CC'$ będą miarą niedokładności obserwacyi. Dla obliczenia owej miary niedokładności f podał Bessel wzory, które zostały zastosowane w rozważanym przypadku. Z obliczenia wypływa

$$f = 7^0\, 7' \text{ dla początku} \ , \ f = 6^0\, 53' \text{ dla końca} .$$

Widzimy, że niedokładność jest znaczna, jednakże nie dosięga takiej wielkości, która kazała by zwątpić o identyczności obserwowanego we Lwowie i Stanisławowie zjawiska. Zresztą zgodność czasu i wybitność oraz inne szczegóły zjawiska usuwają co do identyczności wszelką wątpliwość. Zobaczmy zatem, o ile zmienią się spółrzędne α_1, δ_1, α_2, δ_2 i t. d., jeżeli zamiast punktów B i C przyjmiemy punkty B' i C', jako początek względnie koniec drogi meteoru, widzianej z dwóch stanowisk. Wzory potrzebne do tego obliczenia wypływają z fig. 1.

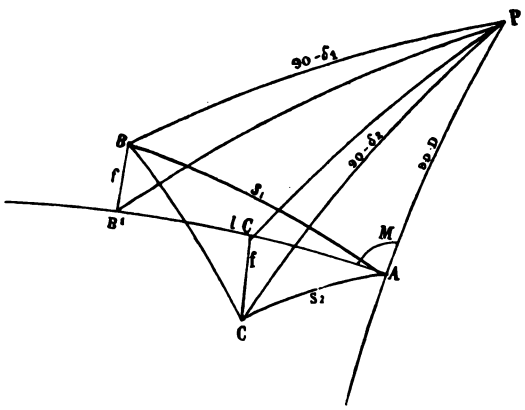

Fig. 1.

Chodzi o znalezienie długości łuków $B'P = 90 - d_1$ i $CP = 90 - d_2$ i kątów $B'PA$ i $C'PA$. Wielkości $BA = s_1$, $CA = s_2$, kąt $B'AP = M$ występują we wzorach Bessela, służących do wyrachowania wielkości f, można je zatem uważać za wiadome. Mamy więc:

$$\cos B'A = \cos l_1 = \frac{\cos s_1}{\cos f},$$

$$\sin d_1 = \sin D \cos l_1 + \cos D \sin l_1 \cos M.$$

Połóżmy:

$$\sin D = n \sin N \quad , \quad \cos D \cos M = n \cos N;$$

będzie:

$$\sin d_1 = n \sin (l_1 + N) \text{ i analogicznie}$$

$$\sin d_2 = n \sin (l_2 + N).$$

Dalej

$$\cos B'PA = \cos(a_1 - A) = \frac{\cos l_1 - \sin d_1 \sin D}{\cos d_1 \cos D}.$$

$$\cos d_1 \cos(a_1 - A) = \cos l_1 \cos D - \sin l_1 \sin D \cos M.$$

Połóżmy:

$$\cos D = p \cos P \quad , \quad \sin D \cos M = p \sin P$$

$$\cos(a_1 - A) = \frac{p \cos(l_1 + P)}{\cos d_1} \text{ i analogicznie}$$

$$\cos(a_2 - A) = \frac{p \cos(l_2 + P)}{\cos d_2}.$$

Dla kontroli wielkości n, p, N, P wyprowadza się z łatwością wzór

$$n^2 \sin 2N = p^2 \sin 2P.$$

Rachunek, wykonany według powyższych wzorów, dał następujące wartości spółrzędnych:

dla początku $a_1 = 218^0\,39'$, $d_1 = 5^0\,4'$

$a_2 = 190^0\,37'$, $d_2 = 59^0\,51'$

dla końca $a_1 = 145^0\,58'$, $d_1 = 8^0\,25'$

$a_2 = 115^0\,36'$, $d_1 = 29^0\,30'$.

Widzimy, że różnice między spółrzędnemi, otrzymanemi bezpośrednio z obserwacyi, a otrzymanemi za pomocą powyższego obliczenia, są znaczne. Co się tyczy obserwacyi lwowskiej, to była ona tak dokładna, że błędy większe nad 1 stopień są stanowczo wykluczone. Należy zatem wnioskować, że znacznemi błędami obarczona jest obserwacya stanisławowska. Dotyczy to mianowicie początku drogi meteoru, gdyż koniec, jak zaznaczyliśmy, nie był obserwowany, i pozycya przyjęta została dosyć dowolnie.

Ażeby dobrze zaobserwować początek drogi meteoru, trzeba mieć w chwili ukazania się jego oczy zwrócone na tę część nieba,

w której właśnie się zjawia. Zwykle widzi się go dopiero po pewnym czasie w punkcie, nieco oddalonym od początku. Natomiast zaobserwować kierunek drogi jest już znacznie łatwiej, co szczególnie w rozważanym przypadku mogło mieć miejsce ze względu na ślad, świecący przez pewien czas po zniknięciu meteoru. Kierunek ten też dobrze jest określony na rysunku przez sąsiednie gwiazdy.

Sądzę zatem, że otrzymam wyniki dokładniejsze, gdy pozycye początku i końca drogi, obserwowane we Lwowie, przyjmę za prawdziwe, z obserwacyi stanisławowskiej zaś tylko obserwacyę kierunku tej drogi będę uważał za ścisłą. Robiąc takie założenie, punkty nieba, w których ukazał się i znikł meteor dla obserwatora stanisławowskiego, będzie można otrzymać z rachunku.

Niechaj poszukiwane spółrzędne początku będą a, d. Ponieważ kierunek drogi określony jest przez obserwowane spółrzędne początku i końca drogi α_2, δ_2 i α_2', δ_2', więc punkt (a, d) leży na tem samem kole wielkiem, co punkty (α_2, δ_2) i (α_2', δ_2'). Punkt ten musi również leżeć na kole wielkiem, przechodzącem przez punkty (α_1, δ_1) i (A, D). Dwa te warunki wyrażają się przez dwa równania następujące:

$$(1)\quad \begin{aligned} &\operatorname{tg} D \sin(\alpha_1 - a) + \operatorname{tg} \delta_1 \sin(a - A) = \operatorname{tg} d \sin(\alpha_1 - A) \\ &\operatorname{tg} \delta_2' \sin(\alpha_2 - a) + \operatorname{tg} \delta_2 \sin(a - \alpha_2') = \operatorname{tg} d \sin(\alpha_2 - \alpha_2') . \end{aligned}$$

Z tych równań należy wyznaczyć niewiadome a i d. Oznaczamy w tym celu:

$$(2)\quad \begin{aligned} &\alpha_1 - a = \beta_1 \ , \ \alpha_1 - A = B_1 \ , \ a - A = B_1 - \beta_1 \\ &\alpha_2 - a = \beta_2 \ , \ \alpha_2 - \alpha_2' = B_2 \ , \ a - \alpha_2' = B_2 - \beta_2 \end{aligned}$$

Równania powyższe przyjmą skutkiem tego postać:

$$(3)\quad \begin{aligned} &\operatorname{tg} D \sin \beta_1 + \operatorname{tg} \delta_1 \sin(B_1 - \beta_1) = \operatorname{tg} d \sin B_1 , \\ &\operatorname{tg} \delta_2' \sin \beta_2 + \operatorname{tg} \delta_2 \sin(B_2 - \beta_2) = \operatorname{tg} d \sin B_2 , \end{aligned}$$

skąd otrzymujemy:

$$(4)\quad \begin{aligned} &\sin \beta_1 (\operatorname{tg} D - \operatorname{tg} \delta_1 \cos B_1) + \operatorname{tg} \delta_1 \sin B_1 \cos \beta_1 = \operatorname{tg} d_1 \sin B_1 \\ &\sin \beta_2 (\operatorname{tg} \delta_2' - \operatorname{tg} \delta_2 \cos B_2) + \operatorname{tg} \delta_2 \sin B_2 \cos \beta_2 = \operatorname{tg} d_2 \sin B_2 . \end{aligned}$$

Oznaczmy:

$$(5)\qquad \begin{aligned} \operatorname{tg} D - \operatorname{tg} \delta_1 \cos B_1 &= \operatorname{tg} \delta_1 \sin B_1 \operatorname{cotg} G_1 \\ \operatorname{tg} \delta_2' - \operatorname{tg} \delta_2 \cos B_2 &= \operatorname{tg} \delta_2 \sin B_2 \operatorname{cotg} G_2 . \end{aligned}$$

Podstawiając w równaniach (4), sprowadzamy je do postaci:

$$(6)\qquad \begin{aligned} \sin(\beta_1 + G_1) &= \operatorname{tg} d \frac{\sin G_1}{\operatorname{tg} \delta_1} \\ \sin(\beta_2 + G_2) &= \operatorname{tg} d \frac{\sin G_2}{\operatorname{tg} \delta_2}. \end{aligned}$$

Dzieląc sumę tych 2-ch równań przez ich różnicę, wyrażając β_1, β_2 przez a, a_1 i a_2 i oznaczając:

$$(7)\qquad \frac{a_1+a_2}{2} = a_0 \quad , \quad \frac{G_1+G_2}{2} = G_0$$

otrzymujemy:

$$(8)\quad \operatorname{tg}(a_0+G_0-a) = \operatorname{tg}\left(\frac{a_1-a_2}{2} + \frac{G_1-G_2}{2}\right) \cdot \frac{\sin G_1 \operatorname{tg}\delta_2 + \sin G_2 \operatorname{tg}\delta_1}{\sin G_1 \operatorname{tg}\delta_2 - \sin G_2 \operatorname{tg}\delta_1} .$$

Niechaj będzie:

$$(9)\quad \mu = \frac{\sin G_1 \operatorname{tg}\delta_2 + \sin G_2 \operatorname{tg}\delta_1}{\sin G_1 \operatorname{tg}\delta_2 - \sin G_2 \operatorname{tg}\delta_1} = \frac{\sin G_1 \sin\delta_2 \cos\delta_1 + \sin G_2 \sin\delta_1 \cos\delta_2}{\sin G_1 \sin\delta_2 \cos\delta_1 - \sin G_2 \sin\delta_1 \cos\delta_2} .$$

Połóżmy:

$$(10)\qquad \begin{aligned} \sin G_1 \sin\delta_2 &= \gamma \sin T \\ \sin G_2 \cos\delta_2 &= \gamma \cos T, \end{aligned}$$

to będzie:

$$(11)\qquad \mu = \frac{\sin(T+\delta_1)}{\sin(T-\delta_1)} ,$$

i wreszcie

$$(12)\qquad \operatorname{tg}(a_0+G_0-a) = \mu \operatorname{tg}\left(\frac{a_1-a_2}{2} + \frac{G_1-G_2}{2}\right) = \operatorname{tg} h$$

(13) $$a = a_0 + G_0 - h\ (+\ 180^0)\ .$$

Z równań (6) mamy:

(14) $$\operatorname{tg} d = \frac{\sin(a_1 - a + G_1)}{\sin G_1}\ .\ \operatorname{tg}\delta_1 = \frac{\sin(a_2 - a + G_2)}{\sin G_2}\ \operatorname{tg}\delta_2\ .$$

Co do kwadrantu przy d nie może być wątpliwości, ponieważ d zmienia się od $+\frac{\pi}{2}$ do $-\frac{\pi}{2}$. Dla a z dwóch wartości obieramy tę, która bardziej zbliża się do a_2. Zupełnie analogiczne wzory otrzymuje się dla końcowego punktu drogi.

Jeżeli dalej oznaczymy przez α i δ spółrzędne punktu promieniowania, to dla ich wyznaczenia otrzymamy równania, zupełnie podobne do równań (1), z tą różnicą, że zamiast niewiadomych a i d niewiadomemi będą α, δ, zaś A i D należy zastąpić przez α_1', δ_1', t. j. przez spółrzędne końca drogi, obserwowane na stacyi I. Mamy więc równania:

$$\operatorname{tg}\delta_1' \sin(\alpha_1 - \alpha) + \operatorname{tg}\delta_1 \sin(\alpha - \alpha_1') = \operatorname{tg}\delta \sin(\alpha_1 - \alpha_1')$$

$$\operatorname{tg}\delta_2' \sin(\alpha_1 - \alpha) + \operatorname{tg}\delta_2 \sin(\alpha - \alpha_2') = \operatorname{tg}\delta \sin(\alpha_2 - \alpha_2').$$

Równania te rozwiązują się tak samo, jak poprzednie.

Obliczenie, dokonane za pomocą tych wzorów, daje spółrzędne początku i końca widzialnej drogi meteoru dla poziomu Stanisławowa, które wraz ze spółrzędnemi, obserwowanemi we Lwowie, służą za podstawę dalszych rachunków. Podajemy je zatem jeszcze raz z lwowskiemi:

$$\alpha_1 = 225^0\,30'\ ,\ \delta_1 = +\ 7^0\ 0'\ ,\ \alpha_1' = 151^0\,0'\ ,\ \delta_1' = +\ 13^0\ 0'$$

$$\alpha_2 = 215^0\,22'\ ,\ \delta_2 = +\ 51^0\,37'\ ,\ \alpha_2' = 121^0\,7'\ ,\ \delta_2' = +\ 32^0\,39'\ .$$

Jako spółrzędne punktu promieniowania, otrzymujemy:

$$\alpha = 278^0\,41'\ ,\ \delta = -\ 5^0\,12'\ .$$

Aby wyznaczyć drogę, przebytą przez meteor w atmosferze, najlepiej znaleść najprzód te punkty na powierzchni ziemi, w których zenicie zajaśniał i zgasł meteor. Wysokość ukazania się meteoru nad ziemią i zniknienie jego otrzyma się na podstawie paralaksy. Do znalezienia

wspomnianych wyżej punktów prowadzi znów rozwiązanie dwóch równań, podobnych do poprzednich.

Niechaj α_1, δ_1 będą spółrzędne początku drogi meteoru, widzianego ze stanowiska I, α_2, δ_2 spółrzędne tego samego punktu, widzianego ze stacyi II i wreszcie α_3, δ_3 — też spółrzędne dla stanowiska III. Niechaj dalej będą A_1, D_1 spółrzędne równikowe promienia widzenia, skierowanego od stanowiska I do III, i A_2, D_2 spółrzędne promienia widzenia, idącego od II do III. Muszą zatem leżeć na jednem kole wielkiem:

$$1)\ \text{punkty}\ (\alpha_1, \delta_1)\ ,\ (\alpha_3, \delta_3)\ ,\ (A_1, D_1)$$

$$2)\ \quad ,,\quad (\alpha_2, \delta_2)\ ,\ (\alpha_3, \delta_3)\ ,\ (A_2, D_2)\ ,$$

czyli muszą być spełnione równania:

$$1)\quad \begin{aligned} &\operatorname{tg} D_1 \sin(\alpha_1-\alpha_3)+\operatorname{tg}\delta_1 \sin(\alpha_3-A_1)=\operatorname{tg}\delta_3 \sin(\alpha_1-A_1)\\ &\operatorname{tg} D_2 \sin(\alpha_2-\alpha_3)+\operatorname{tg}\delta_2 \sin(\alpha_3-A_2)=\operatorname{tg}\delta_3 \sin(\alpha_2-A_2)\,. \end{aligned}$$

Spółrzędne geograficzne stanowisk I i II są znane, należy znaleść spółrzędne te dla stanowiska III. Ponieważ chodzi nam o znalezienie tego punktu na ziemi, dla którego punkt nieba (α_3, δ_3) jest zenitem, więc mamy:

$$\alpha_3=\theta_3\ ,\ \delta_3=\varphi_3$$

θ_3 oznacza miejscowy czas gwiazdowy stanowiska III w chwili ukazania się meteoru, φ_3 — jego szerokość geograficzną. Prócz tego mamy:

$$\left.\begin{aligned} K_1\cos D_1 \sin A_1 &= R_1\cos\varphi_1'\sin\theta_1 - R_3\cos\varphi_3'\sin\theta_3\\ K_1\cos D_1 \cos A_1 &= R_1\cos\varphi_1'\cos\theta_1 - R_3\cos\varphi_3'\cos\theta_3\\ K_1\sin D_1 &= R_1\sin\varphi_1' - R_3\sin\varphi_3'\\ &\text{i podobnie dla drugiego stanowiska:}\\ K_2\cos D_2 \sin A_2 &= R_2\cos\varphi_2'\sin\theta_2 - R_3\cos\varphi_3'\sin\theta_3\\ K_2\cos D_2 \cos A_2 &= R_2\cos\varphi_2'\cos\theta_2 - R_3\cos\varphi_3'\cos\theta_3\\ K_2\sin D_2 &= R_2\sin\varphi_2' - R_3\sin\varphi_3'\,. \end{aligned}\right\}\ (2)$$

Wszystkie φ' oznaczają, że w wyrażenia powyższe wchodzi szerokość geocentryczna. Ponieważ jednakie wartości φ_1', φ_2', φ_3' nie bardzo się różnią od siebie, a występują w tych wzorach zawsze tylko różnice podobnych iloczynów tych wielkości, które w granicach dokładności 4-cyfrowego rachunku, zupełnie w takich zadaniach wystarczającego, nie różnią się od otrzymanych przy użyciu szerokości geograficznej, więc kładziemy w tych wzorach:

$$\varphi_1' = \varphi_1 \ , \ \varphi_2' = \varphi_2 \ , \ \varphi_3' = \varphi_3 \, .$$

W tych samych granicach dokładności jest $R_1 = R_2 = R_3$.

Uwzględniając te uwagi, podstawiamy wartości na D_1, A_1, D_2, A_2, wynikające ze wzorów (2), w równaniach (1). Po uproszczeniach otrzymujemy dwa równania postaci następującej:

$$(\operatorname{tg} \delta_1 \cos \varphi_1 \cos \theta_1 - \sin \varphi_1 \cos a_1) \sin \theta_3$$
$$- (\operatorname{tg} \delta_1 \cos \varphi_1 \sin \theta_1 - \sin \varphi_1 \sin a_1) \cos \theta_3 = \sin (a_1 - \theta_1) \cos \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_3,$$

$$(\operatorname{tg} \delta_2 \cos \varphi_2 \cos \theta_2 - \sin \varphi_2 \cos a_2) \sin \theta_3$$
$$- (\operatorname{tg} \delta_2 \cos \varphi_2 \sin \theta_2 - \sin \varphi_2 \sin a_2) \cos \theta_3 = \sin (a_2 - \theta_2) \cos \varphi_2 \operatorname{tg} \varphi_3,$$

z których należy obliczyć θ_3 i φ_3. Połóżmy:

$$\cos a_1 = b_1 \cos B_1 \ , \qquad \sin a_1 = c_1 \cos C_1 \ ,$$
$$\cos \theta_1 \operatorname{tg} \delta_1 = b_1 \sin B_1 \ , \ \sin \theta_1 \operatorname{tg} \delta_1 = c_1 \sin C_2 \ , \qquad \sin (a_1 - \theta_1) \cos \varphi_1 = d_1 \, ,$$

$$\cos a_2 = b_2 \cos B_2 \ , \qquad \sin a_2 = c_2 \cos C_2 \ ,$$
$$\cos \theta_2 \operatorname{tg} \delta_2 = b_2 \sin B_2 \ , \ \cos \theta_2 \operatorname{tg} \delta_2 = c_2 \sin C_2 \, , \qquad \sin (a_2 - \theta_2) \cos \varphi_2 = d_2 \, ,$$

otrzymamy:

$$b_1 \sin (B_1 - \varphi_1) \sin \theta_3 - c_1 \sin (C_1 - \varphi_1) \cos \theta_3 = d_1 \operatorname{tg} \varphi_3 \, ,$$
$$b_2 \sin (B_2 - \varphi_2) \sin \theta_3 - c_2 \sin (C_2 - \varphi_2) \cos \theta_3 = d_2 \operatorname{tg} \varphi_3 \, .$$

Niechaj będzie dalej:

$$b_1 \sin (B_1 - \varphi_1) = g_1 \cos G_1 \ , \quad b_2 \sin (B_2 - \varphi_2) = g_2 \cos G_2$$
$$c_1 \sin (C_1 - \varphi_1) = g_1 \sin G_1 \ , \quad c_2 \sin (C_2 - \varphi_2) = g_2 \sin G_2$$

to równania otrzymają postać:

$$g_1 \sin(\theta_3 - G_1) = d_1 \operatorname{tg} \varphi_3 ,$$

$$g_2 \sin(\theta_3 - G_2) = d_2 \operatorname{tg} \varphi_3 .$$

Dzieląc pierwsze z równań przez g_1, drugie przez g_2, następnie dzieląc sumę równań tak otrzymanych przez ich różnicę, otrzymujemy:

$$\operatorname{tg}\left(\theta_3 - \frac{G_1 + G_2}{2}\right) = l \operatorname{tg} \frac{G_2 - G_1}{2} , \text{ gdzie } l = \frac{g_2 d_1 + g_1 d_2}{g_2 d_1 - g_1 d_2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{g_1 \sin(\theta_3 - G_1)}{d_1} = \frac{g_2 \sin(\theta_3 - G_2)}{d_3} .$$

Na θ_3 i φ_3 otrzymujemy po dwie wartości; wartości na θ_3 obieramy tę, która jest blizką θ_1 i θ_2, dla φ zaś tę, która leży między $+\frac{\pi}{2}$ a $-\frac{\pi}{2}$. Znając θ dla jakiegoś punktu ziemi w danym momencie, z łatwością znajdujemy jego długość geograficzną λ. Dalej, mając φ_3, tem samem mamy też szerokość geocentryczną φ_3', którą w dalszych obliczeniach stosować należy. W dalszym ciągu też przez φ będziemy zawsze oznaczali szerokość geocentryczną, natomiast φ_3' oznaczać będzie szerokość geocentryczną dla tego punktu ziemi, w którym meteor zniknął w zenicie. Nie potrzebujemy dodawać, że spółrzędne tego punktu ziemi θ_3' i φ_3' znajduje się zupełnie tak samo, jak φ_3 i θ_3.

Mamy w przypadku naszym:

$$a_3 = \theta_3 = 226^0\ 9' , \quad \varphi_3 = +48^0\ 38' , \quad \lambda_3 = -42^m\ 18^s , \quad \delta_3 = +48^0\ 49'$$

$$a_3' = \theta_3' = 224^0\ 14' , \quad \varphi_3' = +49^0\ 24' , \quad \lambda_3' = -34^m\ 35^s , \quad \delta_3' = +49^0\ 35'.$$

Jak należy postąpić dalej, wypływa z Fig. 2. Niech oznacza C środek ziemi, koło CAB przekrój kuli ziemskiej płaszczyzną, przechodzącą przez początek widzialnej drogi meteoru M, przez punkt A na kuli ziemskiej, dla którego meteor ukazał się w zenicie i jedno ze stanowisk B, z którego meteor był widziany. AM zatem jest pionowa odległość meteoru od ziemi w chwili ukazania się, BM odległość jego w tej samej chwili od punktu B. Oznaczmy odległość $CA = CB = R$, $BM = d$, $AM = h$. Z trójkąta MBC otrzymujemy:

$$d = R\,\frac{\sin\gamma}{\sin\nu}$$

$$h + R = R\,\frac{\sin(\gamma+\nu)}{\sin\nu}\,,\ \text{skąd}\ h = \frac{2R\cos\left(\nu+\frac{\gamma}{2}\right)\sin\frac{\gamma}{2}}{\sin\nu}\,;$$

$$\frac{h}{d} = \frac{2\cos\left(\nu+\frac{\gamma}{2}\right)\sin\frac{\gamma}{2}}{\sin\gamma} = \frac{\cos\left(\nu+\frac{\gamma}{2}\right)}{\cos\frac{\gamma}{2}}$$

$$h = d\,.\,\frac{\cos\left(\nu+\frac{\gamma}{2}\right)}{\cos\frac{\gamma}{2}}\,.$$

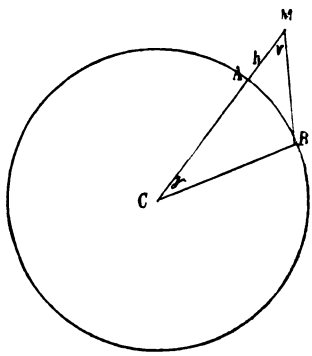

Fig. 2.

Jak widzimy, mając kąty γ i ν, łatwo obliczyć d i h. Kąt γ, jeżeli AB będziemy uważali za łuk koła o promieniu R, co wobec niewielkich rozmiarów tego łuku jest dozwolonem, mierzy się łukiem AB. Niechaj będzie B naszem stanowiskiem I. Mamy zatem:

$$\cos\gamma = \sin\varphi_1 \sin\varphi_3 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_3 \cos(\lambda_1 - \lambda_3)\,.$$

Wobec tego, że kąt γ jest mały, lepiej otrzymać go ze wzoru:

$$\gamma = \sqrt{(\varphi_1 - \varphi_3)^2 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 (\lambda_1 - \lambda_3)^2} .$$

W zupełnie podobny sposób wyznacza się ν, gdyż mierzy się łukiem na niebie, zawartym między punktami (α_1, δ_1) i (α_3, δ_3), a zatem:

$$\cos\nu = \sin\delta_1 \sin\delta_3 + \cos\delta_1 \cos\delta_3 \cos(\alpha_1 - \alpha_3) .$$

Dla logarytmowego obrachowania kątów γ i ν z łatwością dadzą się wyprowadzić kąty pomocnicze, co jednakże nie przedstawia korzyści.

Jeżeli początek meteoru obserwowanym był z rozmaitych stanowisk, to dla wszystkich odpowiadających im ν, γ, d powinno wypaść zawsze jednakowe h, co stanowi kontrolę rachunku. To samo dotyczy końca drogi meteoru, którego wysokość nad ziemią i odległość od stanowisk oblicza się zupełnie tak samo. Otrzymano:

1) dla początku $\gamma_1 = 61'$, $\nu_1 = 41^0\,38'$, $\log d_1 = 8.4225$, $\log h = 8.2926$

$\gamma_2 = 9'$, $\nu_2 = 7^0\,28'$, $\log d_2 = 8.2964$, $\log h = 8.2926$

2) dla końca $\gamma_1' = 1^0\,14'$, $\nu_1' = 69^0\,17'$, $\log d_1' = 8.3617$, $\log h' = 7.8975$

$\gamma_2' = 1^0\,36'$, $\nu_2' = 73^0\,25'$, $\log d_2' = 8.4629$, $\log h' = 7.8975$.

Gdy znane są h i h', możemy znaleść długość drogi, przebieżonej przez meteor w atmosferze. Niech oznacza (Fig. 3) C środek ziemi, $A_2A'Z$ koło, przechodzące przez środek ziemi i punkty A i A', dla których początek M względnie koniec M' widzialnej drogi meteoru widzialnym jest w zenicie. Uważając drogę meteoru w granicach atmosfery MM' jako prostą i kładąc znów $AC = A'C = R$, mamy:

$$\overline{MM'}^2 = \omega^2 = (R + h)^2 + (R + h')^2 - 2(R + h)(R + h') \cos\mu .$$

Ponieważ meteor ukazuje się i ginie w granicach atmosfery, więc h i h' w stosunku do długości promienia ziemskiego są ilościami małemi. Możemy więc wyrażenie na ω rozwinąć na szereg i ograniczyć się na 3-ch pierwszych wyrazach rozwinięcia. Opuszczając w nich iloczyny hh', otrzymujemy:

$$\omega = \sqrt{2(1-\cos\mu)}\,(R+h+h')$$

$$\omega = 2\sin\frac{\mu}{2}\,(R+h+h'),$$

lub też zazwyczaj wystarczy:

$$\omega = \mu\,(R+h+h')\sin 1' \quad (\mu \text{ w minutach}),$$

$$\cos\mu = \sin\varphi_3 \sin\varphi'_3 + \cos\varphi_3 \cos\varphi_3' \sin(\lambda_3 - \lambda_3')$$

lub przy małych $\varphi_3' - \varphi_3$, $\lambda_3' - \lambda_3$:

$$\mu = \sqrt{(\varphi_3 - \varphi_3')^2 + \cos\varphi_3 \cos\varphi_3' (\lambda_3 - \lambda_3')^2}.$$

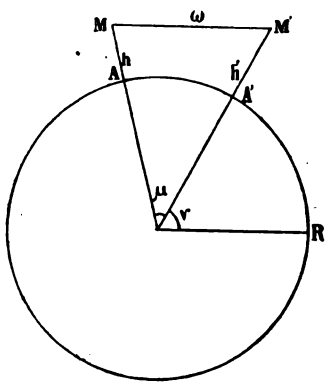

Fig. 3.

Prowadząc $CR//MM'$, otrzymamy punkt powierzchni ziemi R, w którego zenicie w chwili ukazania się meteoru znajduje się punkt promieniowania. Znając spółrzędne geograficzne tego punktu, znać będziemy też spółrzędne punktu promieniowania.

Oznaczając $\sigma = \sphericalangle CMM'$, mamy:

$$\omega : (R + h') = \sin\mu : \sin\sigma$$

$$\sin\sigma = \frac{\sin\mu\,(R + h')}{\omega} = \cos\frac{\mu}{2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h}{R + h'}};$$

opuszczając h' w mianowniku, otrzymamy:

$$\sin\sigma = \frac{R\cos\frac{\mu}{2}}{R + h}.$$

Przyjmując ziemię za kulę i oznaczając spółrzędne geograficzne punktu R przez φ i λ, mamy:

$$\cos\sigma = \sin\varphi_3 \sin\varphi + \cos\varphi_3 \cos\varphi \cos(\lambda_3 - \lambda)$$

$$\cos(\mu + \sigma) = \sin\varphi_3' \sin\varphi + \cos\varphi_3' \cos\varphi \cos(\lambda_3' - \lambda).$$

W tych wzorach przez φ należy wszędzie rozumieć szerokości g e o g r a f i c z n e punktów A, A' i R. Nie podajemy rozwiązania tych równań, które poważniejszych trudności nie przedstawia, jednakowoż jest dosyć skomplikowanem. Wzory służące do rozwiązania są następujące. Oznaczmy:

$$\cos\sigma \sin\varphi_3' - \cos(\mu + \sigma) \sin\varphi_3 = n$$

$$n \operatorname{tg}\varphi_3' = a\cos A \quad , \quad n \operatorname{tg}\varphi_3 = a'\cos A',$$

$$\sin(\lambda_3 - \lambda_3')\cos\varphi_3 \cos(\mu + \sigma) = a\sin A, \sin(\lambda_3 - \lambda_3')\cos\varphi_3' \cos\sigma = a'\sin A',$$

$$\lambda_3 - A = B \quad , \quad \lambda_3' - A' = B',$$

$$\operatorname{tg}\lambda = \frac{a\sin B - a'\sin B'}{a\cos B - a'\cos B'},$$

$$\sin\varphi_3 = c\cos C \quad , \quad \sin\varphi_3' = c'\cos C',$$

$$\cos\varphi_3 \cos(\lambda_3 - \lambda) = c\sin C \quad , \quad \cos\varphi_3' \cos(\lambda_3' - \lambda) = c'\sin C'$$

$$\sin(\varphi + C) = \frac{\cos\sigma}{c} \quad , \quad \sin(\varphi + C') = \frac{\cos(\mu + \sigma)}{c'}.$$

Z obu ostatnich wzorów φ powinno wypaść jednakowe.

Otrzymane φ jednakże nie będzie jeszcze równem zboczeniu punktu promieniowania, ponieważ ziemia kulą nie jest, a wzory zastosowane odnoszą się do kuli. Różnice zawarte będą w granicach kilkunastu minut. To samo odnosi się do $\theta = \alpha$ punktu promieniowania, które ze znalezionego λ łatwo otrzymać. W ogóle drogą powyższą dokładnych spółrzędnych punktu promieniowania otrzymać nie można, gdyż niewielkie błędy w h i h' wywołują duże zmiany w σ, co wpływa ze wzoru

$$d\sigma = \frac{R \cos \frac{\mu}{2}}{(R+h')^2 \cos \sigma} dh' ,$$

w którym σ zawsze jest kątem bliskim 90^0. O wiele dokładniejsze są wzory, poprzednio podane.

Wzory powyższe dają dla długości drogi meteoru w atmosferze, jeżeli ta droga jest linią prostą:

$$\log \omega = 8.4192 .$$

Wyrażając wszystko długości w kilometrach, otrzymamy:

1) Ukazanie się meteoru:

$$h = 125 \text{ km} , \quad d_1 = 169 \text{ km} , \quad d_2 = 126 \text{ km}$$

2) Zniknięcie meteoru:

$$h = 50 \text{ km} , \quad d_1' = 147 \text{ km} , \quad d_2' = 185 \text{ km}$$

Długość drogi $\omega = 167$ km.

Liczby powyższe dają pojęcie o rozmiarach meteoru. Meteor przedstawił mi się w wielkości $\frac{1}{3}$ tarczy księżyca, t. j. o promieniu mniej więcej 9′. Jeżeli ta wielkość kątowa meteoru odpowiada średniej jego odległości od Lwowa 158 km, to rzeczywista długość średnicy meteoru (uważanego za kulę) wynosi 827 metrów, a objętość 0.442 km^3 Dotyczy to naturalnie nie meteoru materyalnego, lecz zjawiska świetlnego, jaki przedstawiał. W Stanisławowie w chwili ukazania się meteor przedstawiał zjawisko jeszcze wspanialsze, niż we Lwowie, skutkiem

znacznie mniejszej odległości, miał on tam wielkość 0.6 tarczy księżyca. Według słów obserwatora Stanisławowskiego był on „wielkości dyni“.

Bieg meteoru był bardzo powolny. Według szacowania zjawisko trwało 8 sekund, w każdym zaś razie nie krócej, niż 5 sekund. Wynikająca stąd szybkość meteoru w atmosferze wynosi od 21 do 33 kilometrów na sekundę.

Szybkości powyższe, już same przez się niedokładne, zmodyfikowane przytem przyciąganiem ziemi i oporem powietrza, nie dają nam dokładnego pojęcia o rzeczywistej szybkości kosmicznej. Jako podstawę zatem do obliczenia drogi meteoru w przestrzeni, przyjmujemy szybkość paraboliczną.

Punkt wylotu, wyprowadzony poprzednio, jest tylko pozornym, określa mianowicie nie kierunek drogi meteoru w przestrzeni, lecz kierunek wypadkowej szybkości i kierunków ziemi i meteoru. Prawdziwy punkt wylotu leży na kole wielkiem, pochodzącem przez pozorny punkt wylotu i wierzchołek (apex) ziemi w momencie obserwacyi. Spółrzędne ekliptykalne prawdziwego punktu wylotu są:

$$\lambda = 236^0\ 11' \quad , \quad \beta = +\ 18^0\ 35' .$$

Mając ów punkt, możemy obliczyć względną szybkość ziemi i meteoru. Wynosi ona 37 km na sekundę, nie jest zatem w zupełnej zgodzie z obserwowaną szybkością. Należało by zatem przypuścić, że droga meteoru ma kształt elipsy, albo też zwolnienie przypisać oporowi powietrza. Wpływ tego oporu na szybkość meteoru jest bardzo silny, jak wypada między innemi z badań Schiaparelli'ego. Wypada z nich, że nawet przy znacznych masach meteorów (kilkanaście tysięcy kilogramów) szybkość ich w blizkości powierzchni ziemi prawie niezależną jest od ich szybkości kosmicznej i wynosi co najwyżej parę tysięcy metrów na sekundę. Ponieważ w ogóle wpływ oporu jest mało zbadany, więc obrachowanie tego wpływu jest niemożliwem. Zdaje się jednakże, że te 4 km, o które w danym razie chodzi, śmiało tym oporom objaśnić można; wpływ jego bowiem jest o wiele większy.

Rachunek elementów drogi po tych założeniach nie przedstawia już żadnych trudności. Wykonałem go sposobem, podanym przez Lehmann-Filhésa i otrzymałem elementy następujące:

$$M = 233^0\ 4' \text{ (w chwili spotkania)}$$

$$\left.\begin{aligned} \Omega &= 75^0\ 28' \\ i &= 45^0\ 30' \\ \omega &= 22^0\ 24' \\ \lg q &= 9.3065 \end{aligned}\right\} 1899$$

W katalogach Denninga i Schiaparelli'ego-Zeziolі'ego jest zaznaczony punkt promieniowania dla czasu od 10 do 14 czerwca ze spółrzędnemi:

$$\alpha = 273^0 \quad , \quad \delta = -3^0 .$$

Jest on prawdopodobnie identyczny z tym, z którego pochodzi meteor omawiany w tej pracy. Elementy tego meteoru mają niejakie podobieństwo z elementami komety r. 1618 III, dla której wypada punkt promieniowania

$$\alpha = 273^0\ 5 \quad , \quad \delta = +0^0\ 3 .$$

Zdaje się zatem, że przewidywany związek pomiędzy tą kometą a wspomnianym punktem promieniowania znajduje pewne poparcie.

Дозволено Цензурою, Варшава 27 Марта 1900 г. Druk J. Sikorskiego, Warecka N. 14.