O KILKU NOWYCH KLASYFIKACYACH NAUK MATEMATYCZNYCH

podał

S. Dickstein.

1.

Klasyfikacya nauk matematycznych, jak i w ogóle wszelkiej wiedzy ludzkiej, wynika: z jednej strony, z potrzeby uwydatnienia związków, zachodzących pomiędzy różnemi częściami nauki i utworzenia z nich organicznej i systematycznej całości; z drugiej zaś, z potrzeby porządku, ładu i przejrzystości, jakim czynić muszą zadość prace dydaktyczne, bibliograficzne, encyklopedye systematyczne, biblioteki i t. p. Dziś zwłaszcza, przy nadzwyczajnem bogactwie literatury matematycznej we wszystkich jej dziedzinach, przy wzrastającej codziennie liczbie dzieł, rozpraw i artykułów, ukazujących się w dziennikach naukowych całego świata, potrzeba klasyfikacyi jest wprost naglącą. To też w ostatnich latach pojawiły się różne próby klasyfikacyi, nad któremi zastanowimy się pokrótce w niniejszym artykule.

2.

W referacie G. Eneströma p. t.: „O najnowszych przedsięwzięciach w dziedzinie bibliografii matematycznej“, ogłoszonym w Tomie I naszego pisma [1]), czytamy o tem, jak wielką pracę w tej dziedzinie podejmują dwa Towarzystwa naukowe: Towarzystwo matematyczne francuskie i Towarzystwo królewskie w Londynie.

---

[1]) Str. 192—198.

Opowiedziano tam także, że dwie publikacye peryodyczne, mianowicie: „Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik", podająca w odstępach rocznych czasu referaty o całej produkcyi matematycznej świata (od r. 1868) i „Revue semestrielle des publications mathématiques", podająca półroczne sprawozdania (od r. 1893) o rozprawach i artykułach, pojawiających się na łamach pism akademij i towarzystw naukowych oraz dzienników specyalnych — że te dwie publikacye, powtarzamy, opierają się na klasyfikacyach odmiennych. Pierwsza z nich układa wprost cały materyał według własnego, trzydziestoletniem doświadczeniem wypróbowanego systemu; druga, układając materyał według krajów i czasopism, streszcza go w spisie rzeczy według zasad klasyfikacyi, uchwalonej na kongresie międzynarodowym bibliografii matematycznej, odbytym w Paryżu w r. 1889 i ogłoszonym w książce: „Index du répertoire bibliographique des sciences mathémathiques". Zgodnie z uchwałami kongresu, każdy referat w „Revue semestrielle" jest opatrzony symbolem klasyfikacyjnym, umieszczonym przed tytułem rozbieranej rozprawy.

O tych dwóch klasyfikacyach, dobrze już znanych, mówić tu nie będziemy [1]; powiemy tylko, że żadna z nich nie pozyskała dotąd prawa obywatelstwa powszechnego. Klasyfikacyi kongresu międzynarodowego, oprócz wspomnianego wydawnictwa „Revue semestrielle" używają i niektóre dzienniki francuskie; inne czasopisma układają swoje spisy najrozmaiciej, tak, że pod tym względem panuje jeszcze w tej dziedzinie zupełna dowolność.

3.

Utworzenie doskonałej klasyfikacyi, któraby raz na zawsze czyniła zadość wszelkim wymaganiom, jest prawie niepo-

---

[1] Pisaliśmy o nich: o pierwszym w „Pojęciach i metodach matematyki". Warszawa 1891 (str. 36—38), o drugim w „Pracach matematyczno-fizycznych", t. III. Warszawa 1892 (str. 179—183).

dobieństwem. Już sam rozwój wiedzy, nie dający się ująć w karby i zamknąć w zakreślonych z góry granicach, czyni także przedsięwzięcie wprost ułudnem [1]). Nie podobna bowiem à priori przewidzieć, jakie z czasem powstaną dziedziny badań, nie podobna przewidzieć pytań, jakie nasuwać się będą przyszłym pracownikom, i metod, któremi posługiwać się będą; trudno odgadnąć, które gałęzie utracą znaczenie, jakiem się dawniej cieszyły, które z zaniedbywanych obecnie znaczenie to pozyskają i t. p. Z drugiej strony, nawet przy ograniczeniu się do danej epoki, zasadnicza trudność w ustaleniu raz na zawsze klasyfikacyi niezmiennej, czyniącej zadość warunkom tak logicznym, jako też wypływającym z treści i metody nauki, klasyfikacyi, któraby jednocześnie służyć też mogła celom utylitarnym — zasadnicza ta trudność nie ustaje. Trzeba zgodzić się na to, że nawet przy ustaleniu charakteru klasyfikacyi, zgodnie z zadaniem, które ma dla nas spełniać, będzie ona mogła z pożytkiem służyć tylko przez krótszy lub dłuższy okres czasu, po upływie którego wymagać będzie zmian, sprostowań i uzupełnień. Co się zaś tyczy zadania, o którem mowa, trzeba wyraźnie określić, czy klasyfikacya ma być ujęciem w systemat ścisły i organiczny całego zakresu wiedzy bez względu na cele utylitarne, czy też ma przeważnie służyć do celów dydaktycznych, encyklopedycznych, bibliograficznych i t. p. W pierwszym razie należy obrać zasadę klasyfikacyjną już to według przedmiotów, już to według metod, lub też starać się o umiejętne połączenie jednej lub kilku zasad, tak, aby układ był pełny, bez luk i powtarzań zbytecznych; aby był możllwie jasny i prosty. W drugim razie należy dążyć do tego, aby cel utylitarny dał się najłatwiej osiągnąć, przy dbałości o przejrzystość układu i łatwość w jego używaniu. Te kryterya logiczne i utyłitarne trzeba mieć na względzie, gdy idzie o ocenę wartości i pożytku danej klasyfikacyi.

---

[1]) Mamy tego dowód w „Architektonice matematyki" Wrońskiego (1811), od której rozwój dzisiejszej nauki odbiegł bardzo daleko.

4.

Próbę klasyfikacyi „organicznej“, mającej czynić zadość potrzebom czysto-naukowym, podał niedawno E. Papperitz (Ueber das System der rein mathematischen Wissenschaften) [1]).

Opiera się ona przedewszystkiem na określeniu pojęcia matematyki, a zwłaszcza matematyki czystej, jako nauki formalnej i dedukcyjnej. Przedmiotem tej nauki są związki, dające się pomiędzy pomyślanemi przedmiotami ustanowić pojęciowo w ten sposób, że uważać je można jako zawarte w pewnej uporządkowanej rozmaitości. Prawa porządku w tej rozmaitości podlegać mają jedynie woli naszej. Za naczelne pojęcia matematyki uważa Papperitz liczbę i położenie; liczba wyraża związek elementów dowolnych w rozmaitości przerywanej; położenie — takiż związek w rozmaitości, uważanej za ciągłą. Stąd matematyka czysta dzieli się na naukę o liczbie i na naukę o położeniu. Pierwszą nazwać można wogóle analizą, drugą — geometryą, przyczem geometrya tak pojmowana ma być wolna od pewników (postulatów), a opierać się jedynie na definicyach nominalnych i na stosowaniu pojęcia równości. Mechanikę uważa Papperitz za naukę stosowaną.

Pojęcie (subjektywne) czasu pozwala na wprowadzenie nowej zasady podziału, ponieważ obejmuje w sobie przeciwstawienie tego, co jest stałe, — temu, co jest zmienne; tym sposobem otrzymujemy: analizę liczb stałych, analizę zmiennych; geometryę położenia stałego i geometryę położenia zmiennego.

Dalszy podział uskutecznia się znowu na podstawie przeciwieństwa dualistycznego w rozwoju powyższych gałęzi matematyki. Przeciwieństwo to określa autor w ten sposób: W analizie z pomyślanej jednostki tworzymy syntetycznie ciąg liczb całkowitych, potem wykonywamy działania

[1]) Jahrbuch der deutschen Mathematiker—Vereinigung I, 1890—1891. Berlin 1892. str. 36—39.

analityczne, a zadanie bezwzględnej ich wykonywalności doprowadza do pojęcia liczby ogólnej, przy zachowaniu praw formalnych tych działań. W geometryi przeciwnie, z pomyślanej przestrzeni tworzymy najprzód analitycznie pojęcia powierzchni, linij i punktu, a następnie syntetycznie dochodzimy do specyalnych utworów przestrzennych. Materyał pierwotny może też stanowić podstawę nauki: w analizie tedy otrzymujemy gałąź specyalną nauki o liczbach, t. j. teoryę liczb, w geometryi gałąź ogólną nauki o przestrzeni t. j. topologię.

Do tych nauk przybywa gałąź zupełnie niezależna, którą autor nazywa kombinatoryką. Bada ona związki, zachodzące pomiędzy pomyślanemi stanami jakichkolwiek przedmiotów lub też pomiędzy działaniami, prowadzącemi od jednego stanu do drugiego. Najważniejszą częścią kombinatoryki jest abstrakcyjna nauka o działaniach t. j. teorya grup.

Przeciwstawienie pojęć rozmaitości przerywanej i ciągłej nie jest trwałem, gdyż to, co jest przerywanem, daje się łączyć, i naodwrót to, co jest ciągłe — rozdzielać. Tą drogą dochodzimy do pojęcia wielkości (intensywnej oraz rozciągłej lub ekstensywnej), skąd powstaje nauka o wielkościach, a jej częścią główną jest metryka. Częściami metryki są między innemi: geometryczna teorya funkcyj i geometrya analityczna.

Nową zasadą podziału jest sposób określenia przedmiotów. To należy przedewszystkiem odróżnić określenie algebraiczne (zakładające skończoną liczbę działań) od przestępnego (w którem liczba działań jest nieskończona i gdzie napotykamy pojęcie granicy). Odróżnienie to, jak dotąd przynajmniej, występuje wybitnie głównie w analizie.

Wreszcie autor zaznacza, że dla systematyki jest koniecznem oddzielenie w każdej umiejętności metodyki właściwej od teoryj, treść tej nauki stanowiących.

Oto jest w ogólnym zarysie plan klasyfikacyjny Pappe- ritza. Według tego planu matematyka czysta składa się z nauki o liczbie, nauki o przestrzeni, kombinatoryki i metryki; każda z tych gałęzi dzieli on na części według pojęcia stałości i zmienności, według zasady dualistycznego rozwoju, według algebraicznego lub przestępnego charakteru określeń, już to wreszcie na podstawie przeciwstawienia metod i teoryj. Układ ten przedstawił autor na osobnej tablicy, ale nie rozwinął go w szczegółach, pozostawiając sobie to rozwinięcie i bliższe uzasadnienie do innej sposobności. Pracy tej dotąd nie ogłosił. Dopiero gdy poznamy ją w tem szczegółowem opracowaniu, będziemy mogli ocenić, czy ten system klasyfikacyjny czyni zadość najważniejszym kryteryom, o jakich wyżej była mowa. Jeżeli wolno nam dzisiaj uczynić kilka uwag na podstawie dotychczasowej pracy autora, to powiedzielibyśmy, że układ nie zdaje się zalecać należytą prostotą i przejrzystością. Wprowadzenie nie jednej, nie dwu, lecz trzech czy czterech różnorodnych zasad podziału, chociażby było zupełnie uzasadnione (a tego nie można powiedzieć, jak nam się zdaje, o wszystkich zasadach, np. o zasadzie przeciwieństwa dualistycznego, która nie wydaje się konieczną w układzie czysto-umiejętnym), nie przyczynia się bynajmniej, jak w tym razie, do należytej jasności, i sprowadza powtarzania mniej pożądane. Za zaletę układu uważać należy wydzielenie t e o r y i g r u p oraz m e t r y k i, jako osobnych gałęzi wiedzy. Wydzielenie to usprawiedliwia się znaczeniem teoryi grup w rozwoju matematyki nowoczesnej oraz dążeniem coraz powszechniejszem do odróżniania (zwłaszcza w geometryi) tego, co jest, od tego, co nie jest związane z pojęciem miary.

5.

Będąca obecnie w opracowaniu „Encyklopedya nauk matematycznych“ (Encyclopädie des mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen), mająca wychodzić przy poparciu Akademij Nauk Monachijskiej i Wiedeńskiej oraz Towarzystwa nauk w Getyndze, pod redakcyą H. Burkhardta i Fr. Meyera[1])

[1]) Oraz współudziałem komisyi złożonej z W. Dycka, G. v. Eschericha, F. Kleina, H. Webera i L. Boltzmanna.

przyjęła za podstawę swego opracowania klasyfikacyę następującą:

Tom I. Arytmetyka i Algebra.

A. **Arytmetyka**

(z włączeniem ściślejszej t. zw. teoryi liczb).

1. Podstawy Arytmetyki. (Cztery działania zasadnicze. Wprowadzenie liczb ujemnych i ułamkowych).

2. Kombinatoryka (z zastosowaniem do teoryi wyznaczników).

3. Liczby niewymierne i zbieżność procesów nieskończonych. (Wprowadzenie liczb niewymiernych i uzasadnienie rachunku na nich Szeregi nieskończone. Iloczyny nieskończone. Ułamki ciągłe nieskończone. Wyznaczniki nieskończone).

4. Liczby zespolone zwyczajne (i rachunek na nich wraz z teoryą elementarną szeregów potęgowych zespolonych, z wyłączeniem wszakże pojęcia o przeprowadzeniu analitycznem, patrz II, B 1).

5. Liczby zespolone wyższe. (Co do zastosowań geometrycznych, patrz III, B 3).

6. Nauka o mnogościach. (Nauka o rozmaitościach, teorya typów porządkowych, rachunek infinitarny).

7. Grupy skończone przerywane. (Abstrakcyjna ich teorya i grupy przemian literowych. Zastosowanie do algebry, patrz I, B, 3-e f. Ciągłe grupy przekształceń, patrz II, A 6).

8. Rachunek liczbowy (wraz z tablicami logarytmów i machinami rachunkowemi).

B. **Algebra.**

1. Podstawy Algebry.
   a) Funkcye wymierne jednej zmiennej; jej miejsca zerowe.
   b) Funkcye wymierne wielu zmiennych (wraz z nauką rozwiązywania równań liniowych [formalna teorya wyznaczników, patrz I, A 2] i nauka eliminacyi).
   c) Utwory algebraiczne (przedstawienie ich za pomocą układów modułowych, za pomocą wymiernych

funkcyj parametrów niezależnych; ich przekształcanie. Co do przedstawienia przez funkcye przestępne, patrz II, B 4).

2. Teorya niezmienników. (Zagadnienie o równoważności. Procesy niezmiennicze. Pytania, odnoszące się do skończoności układów. Niezmienniki podgrup grupy rzutowej).

3. Równania.

a) Rozdzielanie i rachunek przybliżony pierwiastków (wraz z metodami graficznemi).

b) Funkcye wymierne pierwiastków. (Funkcye symetryczne. Funkcye afektowe).

c) Teorya Galois'a rozkładu procesu rozwiązywania na kroki pojedyńcze, odpowiednio do składu grupy równania w danym obszarze wymierności).

d) Zastosowanie teoryi Galois'a do równań specyalnych; równania stopnia drugiego, trzeciego, czwartego. Równania podziału koła. Równania abelowe. (Równania podziału i przekształcenia funkcyj eliptycznych i abelowych, patrz II, B 4).

e) Układy równań.

f) Grupy skończone przerywane podstawień liniowych. (Odpowiednie równania normalne; sprowadzanie równań z odpowiednią grupą do równań normalnych; rozwiązywanie równań normalnych za pomocą funkcyj przestępnych).

C. Teorya liczb.

1. Niższa teorya liczb (aż do form kwadratowych wyłącznie).

2. Teorya form.

3. Teorya liczb analityczna. (Szeregi Dirichleta. Częstość liczb pierwszych. Wartości asymptotyczne funkcyj, w teoryi liczb zachodzących (teoretyczno-liczbowych). Istnienie liczb niewymiernych. Przestępność liczb e i π.

4. Liczby algebraiczne.

5. Teorya arytmetyczna wielkości algebraicznych.

D. Rachunek prawdopodobieństwa i rachunek wyrównywania.

1. Rachunek prawdopodobieństwa.

2. Rachunek wyrównywania. (Metoda najmniejszych kwadratów).

3. Interpolacya.

4. Zastosowania rachunku prawdopodobieństwa do statystyki, ekonomii społecznej i ubezpieczeń.

Tom II. Analiza.

(Wprowadzenie liczb niewymiernych i zespolonych, p. I, A 3, 4. Wewnątrz tomu oddzielenie „analizy ilości rzeczywistych", od „analizy ilości zespolonych", rozumieć należy w ten sposób, że do tej ostatniej należeć ma to wszystko, co wykonywamy przy pomocy specyficznych środków i pojęć ściślejszej teoryi funkcyj [przeprowadzenie analityczne, utwór analityczny, odwzorowywania podobne, powierzchnia Riemannowska, obszar zasadniczy]. Przytem w *A* można będzie także okolicznościowo posługiwać się ilościami zespolonemi, ponieważ ich teoryę elementarną wyłożono uprzednio w I, A 4).

A. Analiza ilości rzeczywistych.

1. Zasady rachunku nieskończonostkowego. (Teorya argumentu (t. j. kontynuum lub obszaru ciągłego liczb), pojęcie funkcyi, pojęcie granicy; ciągłość; zbliżanie się jednostajne do funkcyi granicznej. Porówn. I, A 3.

2. Rachunek różniczkowy i całkowy. Twierdzenia o wartości średniej. Maxima i minima. Szereg Taylora. Funkcye analityczne zmiennych rzeczywistych. Całki wielokrotne i ich przekształcenia. Twierdzenia Greena i Stokesa. Czynniki przerywane. Kwadratura mechaniczna. Planimetry i integrafy. (Geometrya różniczkowa w III D).

3. Funkcye, których definicya oparta jest na całce określonej. Funkcye B i Γ. Sumy Gaussa. Logarytm całkowy, t. j. funkcye kuliste i analogiczne. Porówn. II, A 7 i II B 3 c.

4. Teorya ogólna równań różniczkowych zwyczajnych. Dowody istnienia ciągłych rozwiązań równań ze spółczynnikami ciągłemi, analitycznych rozwiązań równań ze spółczynni-

kami analitycznemi. Miejsca osobliwe. Metody elementarne całkowania i rozpatrzenie ich ze stanowiska teoryi przekształceń grup ciągłych. Niezmienniki różniczkowe. Całki osobliwe. Por. II, A 70, II B 3 c, III D 8.

5. Równania różniczkowe cząstkowe.

a) Teorya ogólna równań różniczkowych cząstkowych rzędu 1-go, wyrażeń różniczkowych zupełnych oraz zagadnienia Pfaffa. Istnienie rozwiązań. Charakterystyki. Metody elementarne całkowania i rozpatrzenie ich ze stanowiska teoryi grup. Równania różniczkowe mechaniki.

b) Równania różniczkowe rzędu wyższego.

6. Teorya przekształceń grup ciągłych. (Zasada porządkowania według przedmiotów nie zaś według metod sprawia, że abstrakcyjna teorya grup jest oddzieloną od jej zastosowań, które muszą być pomieszczone w rozmaitych rozdziałach. Tu, prócz twierdzeń zasadniczych, mają mieścić się głównie: wyliczenie i klasyfikacya grup, względnie typów grup).

7. Wyznaczenie szczególnych całek równań różniczkowych przy pomocy warunków, odnoszących się do granic i do ciągłości (zagadnienia z warunkami co do ograniczenia).

a) Równania różniczkowe zwyczajne.

b) Równania różniczkowe teoryi potencyału (której główny wykład tu zawierać się będzie, jakkolwiek tylko w części pod tę rubrykę podpada).

c) Inne równania różniczkowe cząstkowe, zwłaszcza równania teoryi powierzchni i fizyki matematycznej.

8. Rozwijanie funkcyj na szeregi, postępujące według funkcyj danych (szczególnych całek równań różniczkowych).

9. Rachunek waryacyjny.

B. Analiza ilości zespolonych.

1. Teorya ogólna funkcyj analitycznych:

a) jednej,

b) wielu ilości zespolonych.

2. Funkcye algebraiczne i ich przedstawienie na powierzchniach Riemannowskich („Analysis situs", patrz III, B 4; krzywe algebraiczne i powierzchnie, patrz III C).

3. Funkcye przestępne, powstające z algebraicznych.

a) Całki funkcyj algebraicznych, jako funkcye granic.

b) Całki określone (zależność peryodów całek od niezmienników. Całki hypergeometryczne i ich przypadki graniczne. Porówn. zresztą II A 3).

c) Całki równań różniczkowych liniowych wraz z teoryą funkcyj specyalnych, przez takie równania określonych. (Porówn. II, A 3 i 4)

d) Badanie funkcyjno-teoretyczne równań różniczkowych nieliniowych.

4. Funkcye przestępne, powstałe z odwrócenia.

a) Funkcye eliptyczne

b) Funkcye abelowe wraz z hypereliptycznemi.

c) Funkcye automorficzne wraz z modułowemi eliptycznemi.

5. Ogólna teorya funkcyj teta.

6. Zastosowania teoryi funkcyj do teoryi liczb.

Tom III. Geometrya.

A. Nauki czysto-geometryczne.

1. Zasady geometryi wraz z badaniami, dotyczącemi geometryi nieeuklidesowej; pytania o wprowadzeniu metryki do geometryi rzutowej i o rozważaniu przestrzeni, jako rozmaitości liczbowych, z wyłączeniem wszakże pytań logicznych i psychologicznych, należących do VI, A 2.

2. Geometrya elementarna płaszczyzny i przestrzeni wraz z trygonometryą i elementarną nauką o stożkowych.

3. Podziały przestrzeni (zwłaszcza foremne) i konfiguracye.

4. „Analysis situs". (Topologia).

5. Podstawy geometryi rzutowej aż do wprowadzenia spółrzędnych rzutowych.

6. Geometrya wykreślna (opisująca) wraz z teoryą cieniów, konstrukcyi do oświetlania, kamieniarką, perspektywą.

7. Geometrya inwersyjna (geometrya promieni odwrotnych).

B. Podstawy zastosowania algebry i analizy do geometryi.

1. Pytania zasadnicze. (Metoda analityczna i syntetyczna. Grupy. Funkcye analityczne i algebraiczne w geometryi).

2. Metody spółrzędnych: Spółrzędne dekartowskie, biegunowe, liniowe, płaszczyznowe, rzutowe, policykliczne, polisferyczne i ich zniekształcenia. Porówn. też III, D 3.

4. Inne metody analizy geometrycznej (rachunek barycentryczny, nauka rozciągłości (Ausdehnungslehre), rachunek wektorów i kwaternionów).

C. Geometrya algebraiczna.

(W rozdziale tym ścisłe i stanowcze oddzielenie własności „metrycznych" i „rzutowych", zdaje się być nieodpowiedniem).

1. Stożkowe i ich układy.

2. Teorya ogólna krzywych algebraicznych płaskich wyższego rzędu. (Różnica pomiędzy traktowaniem w tym rozdziale a w rozdziale II, B 2, polega na tem, że tam podaje się własności wspólne rozmaitym postaciom utworu algebraicznego, tu zaś własności specyficzne krzywych płaskich).

3. Krzywe algebraiczne płaskie specyalne, zwłaszcza krzywe wymierne, krzywe rzędu trzeciego i czwartego oraz krzywe, wyróżniające się pod względem własności metrycznych.

4. Powierzchnie rzędu 2-go i krzywe, według których one się przenikają. Układy powierzchni stopnia 2-go.

5. Teorya ogólna powierzchni algebraicznych rzędów wyższych.

6. Powierzchnie algebraiczne specyalne. (Powierzchnie rzędu 3-go i 4-go. Powierzchnie prostoliniowe).

7. Krzywe algebraiczne przestrzenne i powierzchnie rozwijalne.

8. Geometrya przestrzeni wielowymiarowych.

9. Przekształcenia algebraiczne i odpowiedniości.

10. Geometrya elementów przestrzennych wyższych, zwłaszcza geometrya liniowa i kulista.

11. Metody liczące.

D. Geometrya różniczkowa.

1. Zastosowanie rachunku różniczkowego i całkowego do krzywych płaskich i przestrzennych. Styczna, płaszczyzna ściśle styczna, normalna, krzywizna, skręcenie, długość łuku i t. p.

2. Zastosowanie rachunku różniczkowego i całkowego do tęoryi powierzchni. Płaszczyzna styczna, linia normalna, krzywizna, wypłaszczenie (komplanacya) i t. p.

3. Krzywe na powierzchniach. Linie krzywiznowe, krzywe asymptotyczne, linie geodezyjne i t. d. Spółrzędne krzywoliniowe.

4. Krzywe przestępne specyalne: cyklojdy i inne rulety, spiralne, linie śrubowe, loksodromy i t. p.

5. Powierzchnie przestępne specyalne i ich rodziny. Powierzchnie rozwijalne i inne prostoliniowe, powierzchnie śrubowe, minimalne, powierzchnie o krzywiźnie stałej, o stałej krzywiźnie średniej i t. d.

6. Rozwijanie i odwzorowywanie powierzchni jednej na drugiej. (Odwzorowanie podobne, p. II B 1; odwzorowanie algebraiczne, p. III, C 9)

7. Przekształcenia stycznościowe.

8. Postać krzywych, określonych przez równania różniczkowe.

9. Geometrya różniczkowa liniowa.

10. Geometrya różniczkowa rozmaitości wielowymiarowych.

Tomy IV i V. Matematyka stosowana.

(Tu nie podano jeszcze szczegółowego rozkładu, a tylko zarys ogólny, gdyż pozostaje jeszcze do rozstrzygnięcia, czy zastosowania matematyki, jak tu niżej uczyniono, lepiej dołączyć do pojedyńczych nauk fizykalnych, czy też utworzyć z nich jeden rozdział osobny).

A. Zastosowania do mechaniki i do pytań mechaniczno-technicznych.

1. Podstawy mechaniki.
2. Cynematyka.
3. Cynematyka machin.
4. Statyka wraz z statyką graficzną.
5. Dynamika punktów materyalnych.
6. Dynamika ciał sztywnych i układów złożonych.
7. Dynamika machin.
8. Wytrzymałość.
9. Sprężystość.
10. Hydrodynamika.
11. Hydraulika (zastosowania techniczne hydrodynamiki).
12. Włoskowatość.

B. Zastosowania do fizyki i do pytań fizykalno-technicznych.

1. Termodynamika wraz z termochemią i meteorologią.
2. Zastosowania do teoryi machin cieplnych.
3. Przewodnictwo cieplne.
4. Cynetyczna teorya materyi.
5. Budowa cząsteczkowa; krystalografia.
6. Elektrostatyka, magnetostatyka, prądy galwaniczne umiejscowione.
7. Elektrodynamika, indukcya elektromagnetyczna i elektrodynamiczna
8. Zastosowania do elektrotechniki.
9. Teorya ogólna elektromagnetyzmu i elektromagnetyczna teorya światła.
10. Optyka fal.
11. Optyka promieni wraz z teoryą narzędzi optycznych.

C. Zastosowania do astronomii i geodezyi.

1. Astronomia sferyczna.
   a) Spółrzędne i ich przemiana.

b) Poprawki z powodu precesyi, nutacyi, paralaksy, aberacyi i refrakcyi.

c) Wyznaczanie geograficzne miejsca. Nautyka.

2. Geodezya.

3. Astronomia teoretyczna (wyznaczanie orbit ze spostrzeżeń).

4. Astronomia fizyczna (rachunek perturbacyjny):

a) metody klasyczne,

b) nowe próby reformy.

VI. Tom ostatni.

A. Historya, filozofia, dydaktyka.

1. Historya, t. j. przegląd postępów, jakie uczyniono w ciągu stulecia w poznaniu i pojmowaniu poprzednich okresów rozwoju.

2. Logika i teorya poznania.

a) Krytyka zasadniczych pojęć matematycznych i metod matematycznego dowodzenia. (Porówn I A 1, 3; II A 1; III A 1; III B 1)

b) Stosowalność matematyki do wielkości fizykalnych i psychicznych.

3. Psychologia.

a) Psychologia wyobrażeń liczby, czasu i przestrzeni.

b) Psychologia myślenia matematycznego; specyficzna różnorodność indywiduów i wynikające stąd konsekwencye dla pytań dydaktycznych.

4. Rachunek logiczny. (Symbolika działań logiki i zastosowanie tej symboliki do matematyki).

5. Dydaktyka matematyki w zakładach naukowych wszelkich stopni i kategoryj.

B. Przegląd ogólny rozwoju nauk matematycznych w dziewiętnastem stuleciu.

Klasyfikacya ta, ułożona według przedmiotów, stanowiących treść badań we wszystkich gałęziach nauk matematycznych i ich zastosowań, odpowiada w zupełności dzisiejszemu stanowi wiedzy i stanowi doskonałe kadry, w których pomieścić się dadzą wszelkie szczegółowe badania, będące dziś na porządku dziennym nauki [1]. W porównaniu z więcej szczegółową klasyfikacyą kongresu międzynarodowego (mającą zresztą służyć głównie sprawom bibliografii), ma ona nad tą ostatnią pewną wyższość, polegającą na bardziej systematycznem ugrupowaniu treści przedmiotów, należących do wielkich gałęzi umiejętności; na wyraźniejszem ustosunkowaniu przedmiotów równorzędnych i nierównorzędnych; na szerszem i dokładniejszem uwzględnieniu zagadnień z zakresu logiki, psychologii, teoryi poznania i dydaktyki. Nie jest to klasyfikacya organiczna w tem znaczeniu, aby naczelną w niej zasadą był wzajemny związek iogiczny metod i pojęć; nie jest też klasyfikacyą dydaktyczną, mającą znów za główne zadanie taki rozkład treści, aby ten czynił zadość wymaganiom umysłów, posuwających się od początków wiedzy ku jej stopniom dalszym. Widać to np. zaraz na wstępie, gdzie po rozdziale o elementarnych zasadach arytmetyki mówi się o liczbach niewymiernych, o szeregach i iloczynach nieskończonych, obok rachunku liczbowego i tablic logarytmowych. Bo też „Encyklopedya" nie ma być, ściśle biorąc, ani filozofią wiedzy, ani wykładem jej szkolnym, ani nawet jednolitym traktatem umiejętności. Ma ona być dziełem, informującem w szeregu systematycznie ułożonych artykułów o wszelkich zagadnieniach, stanowiących całość wiedzy matematycznej. Encyklopedya ta, jak czytamy w słowie wstępnem, podać ma w formie zwięzłej, nadającej się do łatwego użytku, w y n i k i wiedzy wraz z dokładną literaturą i wskazaniem rozwoju m e t o d, w dziewiętnastem stuleciu stosowanych. Do tego celu klasyfikacya „Encyklopedyi" wydaje nam się wybornie obmyślaną [2]).

---

[1]) W II A 2 pominięto rozdział o pojęciu całki pojedyńczej i jej własnościach.

[2]) Patrz „Wiadomości matematyczne", t. I, str. 197.

6.

Przechodzimy do trzeciej próby klasyfikacyi nauk matematycznych, zaproponowanej świeżo przez Towarzystwo królewskie w Londynie do celów wielkiego wydawnictwa bibliografii dzieł naukowych [1]). Jest ona oparta na podstawach klasyfikacyi dziesiętnej według metody Deveya, przyjętej także przez Instytut międzynarodowy bibliograficzny w Brukselli. Zasada tej klasyfikacyi ogólnej jest bardzo prosta, bo analogiczna z zasadą podziału dziesiętnego w układzie metrycznym miar: całość wiedzy dzieli się na dziesięć wielkich klas, każda z nich na dziesięć działów, każdy z tych działów znowu na dziesięć sekcyj i t. d. Gdy teraz klasy, działy, sekcye nauki aż do najdrobniejszych podziałów otrzymają odpowiednie cyfry i gdy te cyfry zestawiać będziemy w ten sposób, jak przepisuje arytmetyka dziesiętna, możemy otrzymać dla każdego dzieła odpowiedni symbol lub symbole liczbowe, wskazujące miejsce, przypadające mu w naszym systemie klasyfikacyjnym. Symbole te można będzie spożytkować tak do celów bibliograficznych, jak i do umieszczenia dzieła w odpowiedniem miejscu biblioteki.

W systemie Deveya podział na klasy jest następujący: 000 Dzieła ogólne, 100 Filozofia, 200 Religia, 300 Nauki społeczne (i prawo), 400 Filologia, 500 Wiedza przyrodnicza (wraz z matematyką), 600 Nauki stosowane, 700 Sztuki piękne, 800 Literatura, 900 Historya (i geografia). Klasa wiedzy przyrodniczej dzieli się na dziesięć działów: 500—509 Wiedza w ogólności, 510—519 Matematyka, 520—529 Astronomia, 530—539 Fizyka, 540—549 Chemia, 550—559 Geologia, 560—579 Paleontologia, 580—589 Botanika, 590—599 Zoologia. Liczby, pośrednie pomiędzy dwiema zakończonemi zerami, odpowiadają sekcyom; podział dalszy można uwidocznić przy po-

[1]) Klasyfikacyę Encyklopedyi z niewielkiemi zmianami wzięto za podstawę w świeżo wydanym „Spisie rzeczy" do 50 pierwszych tomów dziennika „Mathematische Annalen" (General-Register zu den Bänden 1—50). Lipsk 1898.

mocy kolejnych cyfr dziesiętnych (po przecinku). I tak: Matematyka pod liczbą 510 obejmuje dzieła ogólne [1]) (a więc 510,1 filozofia matematyki, 510,2 zbiory i kompendya, 510,3 słowniki i t. d.); pod liczbą 511 Arytmetykę (511,1 systemy arytmetyczne; 511,2 znakowanie, numeracyę, prawidła zasadnicze, abaki; 511,3 liczby pierwsze i t. d.); pod liczbą 512 Algebrę (512,1 systemy algebry, 512,2 równania liczbowe i wyrażenia urojone z podziałem drobniejszym: 512,21 równania stopnia 1-go do 4-go, 512,22 równania stopni wyższych i t. d.: 512,3 równania algebraiczne, maxima i minima i t. d.); pod liczbą 513 Geometryę (513,1 geometrya płaska 513,11 linie proste, 513,12 linie przecinające się..., 513,2 krzywe..., 513,8 geometrya absolutna i nieeuklidesowa i t. d.), 514 Trygonometryę (514,1 funkcye trygonometryczne i t. d.); 515 Geometryę opisującą i rzutową (515,1 rzut ortogonalny na dwie płaszczyzny..., 515,3 rzut pochyły..., 515,6 perspektywa); 516 Geometryę analityczną (516,1 miejsca płaskie,.., 516,8 kwaterniony, rachunek kierunkowy i położenia i t. d.); 517 Rachunek wyższy (517,1 nieskończonostki, metoda wyczerpania, 517,2 różniczka..., 517,4 rachunek waryacyjny i t. d.); № 518 pozostaje niezajęty dla ewentualnych nowych gałęzi; № 519 obejmuje Prawdopodobieństwo (519,1 zasady ogólne..., 519,5 ubezpieczenia na życie..., 519,8 metoda najmniejszych kwadratów i t. d.).

Towarzystwo królewskie w Londynie zamierza „Katalog międzynarodowy literatury naukowej“ ułożyć według zasady powyższej, z tą różnicą, że znakowanie w proponowanej klasyfikacyi jest niezależne od znakowania w układzie Deveya [2]), nadto w szczegółowym rozkładzie odstępuje znacznie od rubryk Devey'owskich, starając się w klasyfikacyi nauk czysto-matematycznych (klasa *A*) [3]) przystosować wedle możności do systemów, przyjętych w „Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik“ i w „Index

[1]) Podajemy tu tylko przykładowo krótki wyciąg.

[2]) Melvil Devey. Decimal Classification and relativ Index, 1894; Bulletin de l'Institut international de Bibliographie, Bruxelles, 1897, 1—2.

[3]) Uprzejmości prof. A. Forsytha, zawdzięczamy nadesłanie broszury Towarzystwa królewskiego. zawierającej proponowaną klasyfikacyę matematyk czystej.

du répertoire bibliographique". Schemat nowej klasyfikacyi jest następujący:

Bibliografia. 000 Filozofia, 0010 Historya, 0020 Biografia, 0030 Słowniki i kompendya, 0040 Pedagogika, 0050 Szkice, Odczyty i t. p., 0060 Dzieła metodyczne , . . . [1]).

Pomoce rachunkowe. 0400 Modele, 0410 Tablice. 0420 Narzędzia, 0430 Metody graficzne, 0440 Specyalne metody rachunkowe , . . .

Arytmetyka i teorya liczb. 0800 Działania arytmetyczne; liczby naturalne, wymierne i niewymierne, 0810 Ułamki ciągłe, liczby przestępne, funkcye specyalne liczbowe, 0820 Agregaty, 0830 Liczby pierwsze i własności ogólne, 0840 Kongruencye i formy dwuliniowe, reszty, liczby zespolone, ideały, liczby algebraiczne, 0850 Formy jednorodne, 0860 Zastosowania do funkcyi trygonometrycznych, eliptycznych i innych, podział koła, zastosowanie do związków modułowych, 0870 Prawdopodobieństwo, szanse, kombinacye spostrzeżeń , . . .

Algebra i Teorya równań. 1200 Zasady ogólne, prawa podstawowe, 1210 Funkcye algebraiczne jednej lub wielu zmiennych, teorya ogólna funkcyj symetrycznych, 1220 Wyznaczniki, eliminacya, podstawienia, 1230 Funkcye wymierne, interpolacya, 1240 Grupy rzędu skończonego w związku z teoryą podstawień, 1250 Teorya równań, zastosowania teoryi grup, równania rozwiązujące, rozwiązywanie równań, równania szczególne, 1260 Przybliżone rozwiązywanie równań , . . .

Analiza kombinatoryjna. 1600 Przemiany i kombinacye, 1610 Rozmieszczenia (wraz z rozkładami (partitions)) , . . .

Grupy. 2000 Teorya ogólna, 2010 Grupy nieciągłe rzędu skończonego, 2020 Grupy ciągłe, 2030 Grupy nieskończone nieciągłe, 2040 Grupy przekształceń , . . .

Algebra form i formy niezmiennicze. 2400 Binaryanty (niezmienniki i spółzmienniki form dwójkowych), 2410 Ternaryanty, 2420 Konkomitanty form czterech i więcej zmiennych, 2430 Zastosowania do geometryi i metageometryi, 2440 Recyprokanty (wzajemniki), 2450 Niezmienniki różniczkowe, 2460 Inne klasy funkcyj niezmienniczych , . . .

---

[1]) Kropki oznaczają, że pozostałe działy mogą być z czasem wypełnione.

A l g e b r a p o w s z e c h n a (Universal Algebra). 2800 Systemy szczególne, 2810 Macierze, 2820 Nauka rozciągłości (Ausdehnungslehre), 2830 Analiza wektoryalna, 2840 Kwaterniony, 2850 Bikwaterniony, 2860 Zastosowania , . . .

R a c h u n e k n i e s k o ń c z o n o s t k o w y. 3200 Rachunek różniczkowy, 3210 Rachunek całkowy, 3220 Całki określone i funkcye, których definicya jest na tych całkach oparta, 3230 Zastosowania do geometryi, 3240 Rachunek waryacyjny , . . ,

R ó w n a n i a r ó ż n i c z k o w e. 3600 Rzeczy ogólne. Twierdzenia, odnoszące się do pytania o istnieniu rozwiązań. 3610 Równania liniowe zwyczajne, teorya ogólna. 3620 Funkcye określone przez specyalne równania liniowe. 3630 Równania zwyczajne nieliniowe. 3640 Równania różniczkowe cząstkowe rzędu pierwszego wraz z równaniami dynamiki teoretycznej i astronomii. 3650 Równania różniczkowe rzędu drugiego. 3660 Równania różniczkowe rzędów wyższych , . . .

A n a l i z a h a r m o n i c z n a. 4000 Szeregi F o u r i e r a. 4010 Funkcye L e g e n d r e'a i L a p l a c e'a. 4020 Funkcye B e s s e l a, 4030 Funkcye L a m é g o i inne funkcye, związane ze spółrzędnemi krzywokreślnemi. 4040 Inne funkcye, określone za pomocą równań różniczkowych liniowych rzędu 2-go. 4050 Inne klasy funkcyj specyalnych , . . .

R a c h u n e k d z i a ł a ń (operacyjny) R ó ż n i c e s k o ń c z o n e. R ó w n a n i a f u n k c y j n e. 4400 Rachunek operacyjny. 4410 Rachunek różnic skończonych. 4420 Szeregi zwrotne. 4430 Równania funkcyjne. 4440 Zastosowania matematyki do logiki , . . .

T e o r y a f u n k c y j o g ó l n a. 4800 Ciągłość, granica, zbieżność, szeregi, zależność funkcyjna (functionality). 4810 Funkcye zmiennych rzeczywistych. 4820 Teorya ogólna funkcyj jednowartościowych zmiennej zespolonej. 4830 Funkcye algebraiczne, powierzchnie R i e m a n n a. 4840 Teorya ogólna funkcyj wielowartościowych zmiennej zespolonej. 4850 Teorya ogólna funkcyj wielu zmiennych. 4860 Odwzorowanie podobne, karty , . . .

T e o r y a f u n k c y j s p e c y a l n a. 5200 Logarytmy. Rozwinięcia na szeregi. Funkcye przestępne elementarne. Funkcye kołowe i wykładnicze wraz z ich odwróceniami. 5210 Rozwinięcia funkcyi na szeregi. 5220 Funkcye eliptyczne i podwójnie peryodyczne. 5230 Funkcye peryodyczne i pseudoperyodyczne wielu zmiennych, ogólne funkcye teta. 5240 Całki abelowe wraz z teoryą analityczną krzywych. 5250 Funkcye automorficzne; uogólniona postać powierzchni Riemanna. 5260 Inne funkcye specyalne, ...

Geometrya czysta. Trygonometrya. Geometrya położenia. 5600 Geometrya euklidesowa. 5610 Planimetrya i trygonometrya płaska. 5620 Geometrya brył foremnych, Stereometrya. 5630 Trygonometrya na powierzchniach, na kuli, sferojdzie i t. p. 5640 Geometrya wykreślna wraz z rzutową, perspektywa. 5650 Geometrya położenia wraz z topologią powierzchni i przestrzeni, ...

Geometrya syntetyczna dwu i trójwymiarowa. 6000 Własności ogólne i procesy na płaszczyznie, 6010 Stożkowe. 6020 Inne poza stożkowemi konfiguracye płaskie. 6030 Własności ogólne, procesy w przestrzeni. 6040 Powierzchnie stopnia 2-go. 6050 Specyalna konfiguracye przestrzenne, prócz powierzchni stopnia 2-go, 6060 Układy liniowe na płaszczyznie i w przestrzeni, ...

Geometrya analityczna płaska. 6400 Proste. 6410 Stożkowe. 6420 Teorya ogólna krzywych płaskich. 6430 Krzywe algebraiczne. 6440 Teorya odpowiedniości. 6450 Inne krzywe specyalne, ...

Geometrya analityczna w przestrzeni. 6800 Proste i płaszczyzny 6810 Powierzchnie stopnia 2 go. 6820 Powierzchnie stopnia 3-go. 6830 Teorya ogólna powierzchni. 6840 Inne powierzchnie specyalne. 6850 Teorya ogólna krzywych przestrzennych. 6860 Krzywe specyalne na powierzchni. 6870 Inne krzywe specyalne,...

Kompleksy i kongruencye. Układy geometryczne. 7200 Kompleksy i kongruencye linij. 7210 Kompleksy i kongruencye krzywych. 7220 Kompleksy i kongruencye powierzchni. 7230 Koneksy. 7240 Układy nieliniowe krzywych. 7250 Układy nieliniowe powierzchni. 7260 Geometrya licząca, ...

Geometrya różniczkowa. 7600 Geometrya cynematyczna. 7610 Układy ortogonalne. 7620 Powierzchnie minimalne. 7630 Odkształcenia. 7640 Odpowiedniości i spółzależności (korelacye), zależności ogólne, odwzorowanie podobne. 7650 Przekształcenia w ogólności. Przekształcenia stycznościowe. 7660 Geometrya różniczkowa liniowa, ...

Metageometrya. 8000 Geometrya nieeuklidesowa dwu i trójwymiarowa. 8100 Rozmaitości, konfiguracye w przestrzeniach wielowymiarowych. 8020 Metageometrya różniczkowa. 8030 Topologia przestrzeni n—wymiarowej , . . .

Znakowanie dziesiętne tu, podobnie jak i w ogólnym systemie Deveya, jest sztuczne i czysto-symboliczne, bo nie może być oparte na takim związku jednostek, jaki zachodzi w układzie metrycznym, na którym ono jest wzorowane. Przyznać jednak trzeba, że jest dogodniejsze od znakowania literowego klasyfikacyi kongresu międzynarodowego i przytem daje się łatwiej rozciągnąć, przy pomocy nowych znaków dziesiętnych, na dziedziny i zagadnienia najbardziej szczegółowe, których miejsce naturalne przypada już to między wymienionemi wyżej klasami, działami, sekcyami, już też poza niemi. Pod względem systematyczności klasyfikacya ta ustępuje klasyfikacyi Encyklopedyi nauk matematycznych, jak o tem przez porównanie czytelnik łatwo przekonać się może. Teoryę prawdopodobieństwa i jej zastosowania, stanowiące dziś ważny i osobny dział nauki, zaliczono (podobnie jak w klasyfikacyi kongresu) do arytmetyki, jakkolwiek należało z nich utworzyć dział osobny.

7.

Na kongresie międzynarodowym matematyków w Zurychu odbytym w roku zeszłym, mówiono wprawdzie o potrzebie ujednostajnienia klasyfikacyi nauk matematycznych [1]), ale bliżej sprawy tej nie rozstrząsano. Być może, że rzecz ta przyjdzie pod obrady następnego kongresu międzynarodowego, mającego odbyć się w Paryżu w r. 1900. Staną wtedy do spółzawodnictwa trzy klasyfikacye: francuska, t. j. klasyfikacya kongresu paryskiego, niemiecka „Encyklopedyi nauk matematycznych“ i angielska Towarzystwa królewskiego w Londynie. Pierwsza z nich, mająca za sobą powagę uchwał kongresu z r. 1889, powołać się może na fakt na będącego w biegu

[1]) W przemówieniu prof. Rudio, oraz na posiedzeniu sekcyi historyi i bibliografii nauk matematycznych. Patrz Wiad. mat., t. I, str. 182—192.

wydawnictwa kart (fiches) bibliograficznych [1]) oraz publikacyi „Revue semestrielle"; druga znalazła już zastosowanie w Spisie przedmiotów do 50 tomów poważnego dziennika naukowego (patrz wyżej przypisek str. 197) i pozyska niejako prawo powszechności przez wydawnictwo Encyklopedyi; trzecia wreszcie powołać się będzie mogła na łatwość wprowadzenia jej w związek z ogólną klasyfikacyą wiedzy ludzkiej według układu dziesiętnego. Wobec tych okoliczności, porozumienie się będzie niełatwem. Byłoby ono możliwe tylko wtedy, gdyby komisya międzynarodowa zgodzić się chciała w zasadzie na przyjęcie jednego systemu przynajmniej dla klasyfikacyi bibliograficznej wydawnictw, mających charakter międzynarodowy. Dopiero po przyjęciu tej zasady, będzie można wybrać system najdogodniejszy lub najbardziej rozpowszechniony, zaprowadziwszy w nim uprzednio te zmiany, jakie wykazały doświadczenia i krytyka.

G. Loria.

ZARYS ROZWOJU HISTORYCZNEGO TEORYI KRZYWYCH PŁASKICH [2]).

Początki teoryi krzywych płaskich gubią się w mroku czasów: rozważanie ruchu ciał niebieskich i spadku ciał, droga prostoliniowa światła; cień, jaki rzucają ciała nieprzezroczyste, oraz inne tego rodzaju zjawiska zrodziły w umysłach ludzi, umiejących widzieć i pojmować, wyobrażenie linii, jako śladu poruszającego się punktu lub czegoś, co oddziela jednę część powierzchni od innej części przyległej. W samej rzeczy, na ścianach wszystkich da-

[1]) Patrz Wiadomości matematyczne, t I, str. 194—196

[2]) Referat ogłoszony w Pracach 1-go Zjazdu międzynarodowego matematyków, przełożony za zgodą sz. autora. *S. D.*