

UBEZPIECZENIE PREMIJ NA PRZYPADEK NIEZDOLNOŚCI DO PRACY.

Napisał

B. Danielewicz.

W każdego rodzaju ubezpieczeniach, opartych na życiu ludzkim, należy, jak wiadomo, wносить do śmierci lub przez czas ograniczony odpowiednie kwoty, zwane premiami. Dopóki osoba ubezpieczona jest zdrowa i może pracować, dopóty może spełniać swoje zobowiązania; jeżeli jednak z jakiegokolwiek przyczyny utraci zdolność zarobkowania, wówczas najczęściej straci także możliwość uiszczania premij, przez co ubezpieczenie upada i zamierzony cel nie zostaje osiągnięty. Ważną zatem jest rzeczą, aby ubezpieczonym można było zapewnić wszelkie korzyści zastrzeżone polisą, nawet w takim razie, jeżeliby z powodu utraty zdolności, stracili też możliwość dalszego wnoszenia premij. Można to osiągnąć przez „ubezpieczenie premij na wypadek niezdolności do pracy“, t. j. przez nałożenie na ubezpieczonego obowiązku wnoszenia pewnych opłat przez czas pozostawania w stanie zdolności do pracy (w stanie czynnym). W zamian za to instytucja zobowiąże się do wnoszenia premij za ubezpieczonego od chwili, gdy ten ewentualnie utraci zdolność do pracy, aż do czasu, po jaki ubezpieczony zobowiązał się premie te wносить.

Zachodzi pytanie, w jaki sposób obliczyć można owe premie dodatkowe za ubezpieczenie premij głównych na wypadek niezdolności do pracy.

Do obliczeń tych są potrzebne następujące dane: 1) tablica żyjących w stanie czynnym (zdolnych do pracy); 2) tablica śmiertelności niezdolnych do pracy, czyli inwalidów i 3) tablica wykazująca liczby osób, jakie w każdym wieku, z pośród danej liczby osób żyjących w stanie czynnym, stają się w ciągu roku niezdolnymi do pracy i żyją przy końcu tegoż roku.

Liczbę osób czynnych, żyjących na początku danego roku, w wieku lat x , i pomieszczoną w tablicy osób, żyjących w stanie czynnym, oznaczmy przez $\lambda_c(x)$. Liczbę inwalidów, żyjących na początku

roku, w wieku lat x , i pomieszczoną w odpowiedniej tablicy śmiertelności, oznaczymy przez $\lambda_{c(x)}$. Wreszcie liczbę osób, które z pośród $\lambda_{c(x)}$ osób czynnych, stają się w ciągu roku niezdolnymi do pracy (inwalidami) i żyją przy końcu tegoż roku, oznaczymy przez I_{x+1} .

Oznaczmy nadto: przez $R_{i(x)}$ wartość renty dożywotniej, płatne z góry w stosunku jednostki monetarnej rocznie, inwalidowi w wieku lat x ; przez ${}^nR_{i(x)}$ wartość takiej samej renty, ale płatnej tylko przez lat n , lub do czasu wcześniejszej śmierci inwalidy; przez nP_x premię jednorazową, jaką winna wnieść osoba czynna w wieku lat x , ażeby sobie ubezpieczyć jednostkę renty rocznej, płatnej do końca terminu n letniego, ewentualnie do czasu wcześniejszej śmierci, począwszy od końca roku, w którym się stanie niezdolną do pracy; przez np_x premię roczną, płatną przez lat n , lub do chwili śmierci, albo wcześniejszego stania się niezdolną do pracy, za ten sam sposób ubezpieczenia sobie renty; w końcu przez q^x czynnik dyskontujący na x lat.

nP_x i np_x są oczywiście szukanemi przez nas opłatami (jednorazową resp. roczną) za ubezpieczenie jednostki premij rocznej od ubezpieczenia głównego na przypadek niezdolności do pracy.

Jeżeli założymy, że $\lambda_{c(x)}$ osób czynnych zawiera jednocześnie powyżej określone ubezpieczenie, to będzie:

$$\lambda_{c(x)} \cdot {}^nP_x = I_{x+1} \cdot q \cdot {}^{n-1}R_{i(x+1)} + I_{x+2} \cdot q^2 \cdot {}^{n-2}R_{i(x+2)} + \dots \\ + I_{x+n-1} \cdot q^{n-1} \cdot {}^1R_{i(x+n-1)},$$

a po pomnożeniu obu stron przez q^x :

$$(a) \lambda_{c(x)} \cdot q^x \cdot {}^nP_x = I_{x+1} \cdot q^{x+1} \cdot {}^{n-1}R_{i(x+1)} + I_{x+2} \cdot q^{x+2} \cdot {}^{n-2}R_{i(x+2)} + \dots \\ + I_{x+n-1} \cdot q^{x+n-1} \cdot {}^1R_{i(x+n-1)}.$$

Tu $\lambda_{c(x)} \cdot q^x$ jest t. zw. zdyskontowaną liczbą osób żyjących (czynnych), dającą się łatwo obliczyć; oznaczymy ją przez $v_{c(x)}^1$.

Po stronie drugiej wyrażenia (a), zamiast rent czasowych można podstawić różnice pomiędzy rentą dożywotnią i odroczoną, gdyż —

¹⁾ A. B. Danielewicz. „Podstawy matematyczne ubezpieczeń życiowych“. Warszawa, 1896, str. 120.

jak wiadomo—w ogóle ${}^nR_x = R_x - {}_nR_x$. Wprowadziwszy te podstawienia, znajdziemy:

$$(a') \left\{ \begin{aligned} v_{c(x)} \cdot {}^n P_x &= \{ I_{x+1} \cdot \varrho^{x+1} R_{i(x+1)} + I_{x+2} \cdot \varrho^{x+2} \cdot R_{i(x+2)} + \dots \\ &\quad + I_{x+n-1} \varrho^{x+n-1} R_{i(x+n-1)} \} - \\ &- \{ I_{x+1} \cdot \varrho^{x+1} \cdot {}_{n-1}R_{i(x+1)} + I_{x+2} \cdot \varrho^{x+2} \cdot {}_{n-2}R_{i(x+2)} + \\ &\quad + I_{x+n-1} \cdot \varrho^{x+n-1} \cdot {}_1R_{i(x+n-1)} \}. \end{aligned} \right.$$

Wyrazy w pierwszej klamrze po stronie prawej można raz na zawsze obliczyć i ułożyć w odpowiednią tablicę — oznaczmy je przez i_{x+1} , i_{x+2} i t. d.; wyrazy zaś w drugiej klamrze można przekształcić w sposób następujący:

$$I_{x+1} \cdot \varrho^{x+1} \cdot {}_{n-1}R_{i(x+1)} = I_{x+1} \varrho^{x+1} \cdot \frac{\sum v_{i(x+n)}}{v_{i(x+1)}} = \frac{I_{x+1}}{\lambda_{i(x+1)}} \cdot \sum v_{i(x+n)}^1),$$

$$I_{x+2} \cdot \varrho^{x+2} \cdot {}_{n-2}R_{i(x+2)} = I_{x+2} \varrho^{x+2} \cdot \frac{\sum v_{i(x+n)}}{v_{i(x+2)}} = \frac{I_{x+2}}{\lambda_{i(x+2)}} \cdot \sum v_{i(x+n)},$$

i t. d.,

gdzie znów ilorazy $\frac{I_x}{\lambda_{i(x)}}$ mogą być raz na zawsze obliczone i ułożone w tablicę.

Skutkiem tego będzie:

$$v_{c(x)} \cdot {}^n P_x = \sum i_{x+1} - \sum i_{x+n} - \sum v_{i(x+n)} \cdot \left\{ \sum \frac{I_{x+1}}{\lambda_{i(x+1)}} - \sum \frac{I_{x+n}}{\lambda_{i(x+n)}} \right\},$$

a stąd szukana opłata jednorazowa równa się:

$$(I) \quad {}^n P_x = \frac{\sum i_{x+1} - \sum i_{x+n} - \sum v_{i(x+n)} \cdot \left\{ \sum \frac{I_{x+1}}{\lambda_{i(x+1)}} - \sum \frac{I_{x+n}}{\lambda_{i(x+n)}} \right\}}{v_{c(x)}}$$

Dla premij rocznych będzie:

$$(II) \quad {}^n p_x = \frac{\sum i_{x+1} - \sum i_{x+n} - \sum v_{i(x+n)} \cdot \left\{ \sum \frac{I_{x+1}}{\lambda_{i(x+1)}} - \sum \frac{I_{x+n}}{\lambda_{i(x+n)}} \right\}}{\sum v_{c(x)} - \sum v_{c(x+n)}}.$$

¹⁾ Zob. Danielewicz l. c. str 144.

Gdyby premie od ubezpieczenia głównego miały być wnoszone dożywotnio, dość będzie w (I) i (II) założyć $\sum i_{x+n} = 0$, $\sum v_{i(x+n)} = 0$, $\sum \frac{l_{x+n}}{\lambda_{i(x+n)}} = 0$ i $\sum v_{c(x+n)} = 0$.

Wówczas mieć będziemy:

$$(I') \quad P_x = \frac{\sum i_{x+1}}{v_{c(x)}}, \quad p_x = \frac{\sum i_{x+1}}{\sum v_{c(x)}} \quad (II').$$

Widzimy z powyższego, że zagadnienie nasze jest z całą ścisłością teoretycznie rozwiązane; do praktycznego wszakże zastosowania wprowadzonych wzorów brakuje dostatecznie ścisłych danych statystycznych.

Wiarogodnych tablic śmiertelności, specjalnie ułożonych: oddzielnie dla samych inwalidów i oddzielnie dla zdolnych do pracy, dotąd nie posiadamy, skutkiem czego w razie potrzeby obie często zastępują się ogólną (mieszaną) tablicą śmiertelności. W tym ostatnim razie należy w naszych wzorach $R_{i(x)}$, $\sum v_{i(x)}$ oraz $\sum \frac{l_x}{\lambda_{i(x)}}$ zastąpić przez R_x , $\sum v_x$ i $\sum \frac{l_x}{\lambda_x}$, obliczone z ogólnej tablicy śmiertelności.

To samo można powiedzieć i o prawdopodobieństwach stania się inwalidą w ciągu roku, potrzebnych do ułożenia tablicy dla osób żyjących w stanie czynnym ($\lambda_{c(x)}$) i dla pozostających przy życiu inwalidów (λ_x)¹⁾. Względnie najlepsze rezultaty otrzymał Behm, lecz jego badania odnoszą się do służby niemieckich dróg żelaznych, a nie do ogółu ludności.

Jeżeli mimo to, korzystając z tablic pomieszczonych w zacytowanej broszurze p. T. Rozmarynowicza, przyjmiemy za podstawę do naszych obliczeń tablicę śmiertelności 17 towarzystw angielskich oraz tablicę inwalidności Behm'a, przy stopie technicznej $4\frac{0}{100}$, to na opłaty roczne, za ubezpieczenie premij na przypadek niezdolności do pracy,

1) Patrz T. Rozmarynowicza: „Matematyczne podstawy ubezpieczenia na wypadek niezdolności do pracy“. Warszawa, 1886.

otrzymamy następujące cyfry, wyrażone procentowo w stosunku do wnoszonych za ubezpieczenie główne premij:

Wiek	Czas płacenia premij od ubezpieczenia głównego — lat:				Wiek
	15	20	25	dożywno	
20	0,3%	0,6%	0,9%	6,4%	20
30	1,3%	2,1%	3,1%	10,9%	30
40	4,0%	6,4%	9,4%	18,3%	40
50	12,9%	19,3%	25,0%	31,5%	50
60	34,5%	44,2%	—	51,3%	60
65	—	—	—	63,7%	65

Okazuje się z powyższej tabelki, że premie dodatkowe winny odpowiednio wzrastać z wiekiem ubezpieczonego w chwili zawierania umowy i z czasem, przez jaki premie główne mają być wnoszone.

Rezerwa premiowa oblicza się według ogólnej zasady, mianowicie równa się różnicy pomiędzy wartością matematyczną zobowiązań instytucji (wnoszenia premij w razie zajścia niezdolności do pracy), a wartością matematyczną zobowiązań osoby ubezpieczonej (wnoszenia opłat dodatkowych przez czas pozostawania w stanie zdolności do pracy) — obie obrachowane na chwilę obliczania rezerwy.

