Podstawiwszy tak oznaczone współczynniki p, q i r w wyrażenie

$$w_x = p + q \cdot r^x$$

i obliczywszy z niego w_x dla x od 20 do 80, mieć będziemy wyrównane prawdopodobieństwa śmierci.

Jakiejkolwiek użyjemy metody do wyrównania tablicy śmiertelności, zawsze na jej podstawie obrachowana liczba osób zmarłych nie będzie równa rzeczywistej. Gdy np. obserwowaną liczbę osób każdego wieku pomnożymy przez odpowiednie prawdopodobieństwa śmierci tablicy wyrównanej i otrzymane iloczyny dodamy do siebie, zawsze otrzymana suma nie będzie równa zaobserwowanej liczbie osób zmarłych.

Jeżeli jednak liczbę rzeczywiście zmarłych osób oznaczymy przez s, a z wyrównanej tablicy obliczoną przez $(1+a) \cdot s$, wtedy pomnożywszy wyrównane prawdopodobieństwa śmierci przez $\frac{s}{(1+a) \cdot s} = \frac{1}{1+a}$, otrzymamy wyrównane prawdopodobieństwa śmierci tak ustosunkowane, że na ogół dadzą one taką samą liczbę osób zmarłych, jaka rzeczywiście zaobserwowaną została.

O PEWNEJ KLASIE POWIERZCHNI JEDNOSTRONNYCH.

W artykule niniejszym zamierzamy opisać cynematyczny sposób tworzenia się pewnej klasy powierzchni prostoliniowych jednostronnych [1]).

Niech koło C (fig. 1) dowolnego promienia obraca się jednostajnie około osi KL, leżącej w jego płaszczyźnie. Jednocześnie niech śre-

[1]) Powierzchnię, ograniczoną lub nieograniczoną, nazywamy **dwustronną**, jeżeli możemy na niej wskazać dwa punkty takie, że dla przejścia od jednego z nich do drugiego niezbędne jest przejście przez granicę powierzchni lub przeniknięcie powierzchni nawskroś. Na takich powierzchniach potrafimy odróżnić strony wewnętrzną i zewnętrzną, lub dodatnią i ujemną.

dnica koła AB, początkowo równoległa do osi obrotu, obraca się jednostajnie około środka koła, opisując kąt $\frac{(2k+1)\alpha}{2}$ w tym czasie, w którym koło opisuje kąt α około osi KL; k oznacza dowolną liczbę całko-

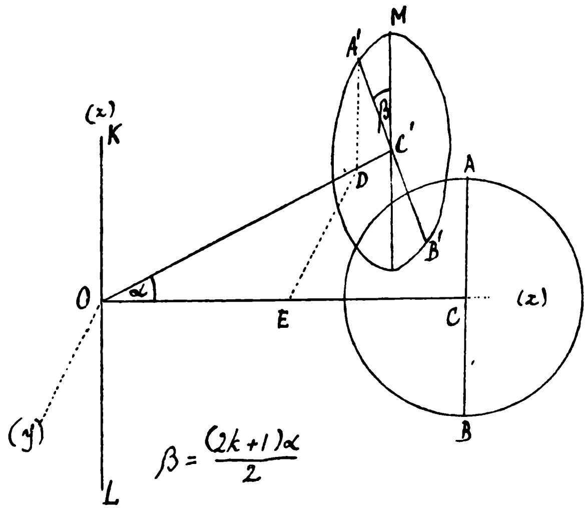

Fig. 1.

witą, lub zero. Rozważmy ruch średnicy AB przy całkowitym obrocie koła około osi. Kiedy koło opisze kąt $\frac{\pi}{2k+1}$, średnica obróci się

---

i t. p. Przykładami powierzchni dwustronnych są: płaszczyzna, powierzchnie kuli, stożka, walca i t. p. Istnieją wszakże powierzchnie takie, na których nie możemy odróżniać dwóch stron; takie powierzchnie nazywają się **j e d n o s t r o n n e m i**. Na powierzchni jednostronnej punkt może przesunąć się od dowolnego położenia do dowolnego drugiego, nie przenikając powierzchni nawskroś i nie przechodząc przez granicę powierzchni. Przykładem powierzchni jednostronnej, jest powierzchnię, która powstaje, jeżeli prostokąt $ABCD$ (którego bokami przeciwległemi są z jednej strony AB, CD, z drugiej BC i DA) skręcimy tak, ażeby punkty A i B przystały odpowiednio do punktów C i D.

o kąt $\frac{\pi}{2}$ i będzie prostopadła do pierwotnego swego kierunku; gdy koło opisze kąt $2\frac{\pi}{2k+1}$, średnica wykona połowę całkowitego obrotu i będzie równoległa do AB, lecz będzie miała wprost przeciwny kierunek i t. d. Gdy koło opisze kąt π, średnica opisze kąt $k\pi+\frac{\pi}{2}$ i będzie prostopadła do AB; wreszcie, gdy koło wykona obrót całkowity, średnica opisze kąt $2k\pi+\pi$ i przystanie do AB, lecz tak, że punkty, które zajmowały pierwotnie położenia A i B, zajmą obecnie odpowiednio położenia: B i A. Wskutek ruchu opisanego, średnica AB, przedłużona w obie strony, opisze pewną powierzchnię prostoliniową; powierzchnia ta, oczywiście, nie będzie rozwijalną, gdyż dwie tworzące sąsiednie nie leżą w jednej płaszczyźnie.

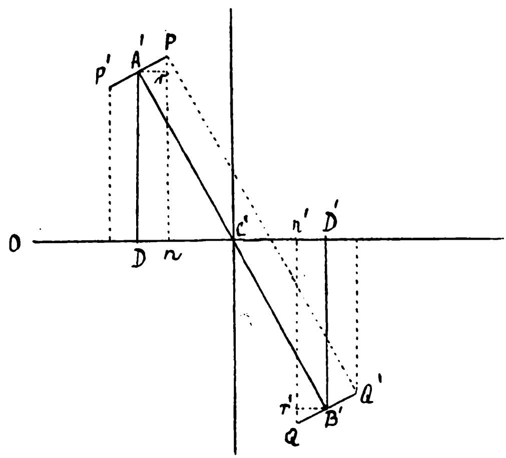

Fig. 2.

Dla znalezienia równania analitycznego powierzchni, obierzmy oś obrotu za oś z; oś x poprowadźmy prostopadle do osi z przez punkt C, a oś y niech będzie prostopadła do płaszczyzny xz. Za parametry niezależne w równaniach powierzchni przyjmiemy: kąt α i rzut ϱ odległości punktu powierzchni od początku spółrzędnych na płaszczyznę xy. Niech A' będzie jakikolwiek punkt powierzchni (fig. 2) (ponieważ promień koła C był zupełnie dowolny, możemy przeto przyjąć, że A' leży na okręgu koła); dla punktu tego mamy:

$$x = 0E,\ y = ED,\ z = DA';\ a = \angle DOE,\ \varrho = 0D.$$

Niech stała odległość punktu C od osi obrotu będzie a, t, j.

$$0C = 0C' = a\,.$$

Zważywszy, że kąt $DA'C'$ jest równy $(2k+1)\,\frac{a}{2}$, z łatwością otrzymamy równania następujące:

$$1) \qquad x = \varrho \cos a\,;\quad y = \varrho \cos a\,,\quad z = (a - \varrho) \operatorname{cotg} \frac{(2k+1)a}{2}\,.$$

Równania (1) są szukanemi równaniami klasy powierzchni ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ ad inf.). Kładąc $k = o$, otrzymamy równania najprostszej z tych powierzchni:

$$(2) \qquad x = \varrho \cos a\,;\ y = \varrho \sin a\,;\ z = (a - \varrho) \operatorname{cotg} \frac{a}{2}\,.$$

Powierzchnia (2) jest powierzchnią algebraiczną 4-go stopnia, co można wykazać przez wyrugowanie parametrów ϱ i a z równań (2).

Na zasadzie równań (1) możemy dowieść, że wszystkie przedstawiane przez nie powierzchnie są jednostronne. Niech płaszczyzna fig. 2-ej będzie płaszczyzną wyżej wymienionego koła, gdy to ostatnie opisało około osi z pewien kąt a_0; $A'B'$ niech wyobraża położenie tworzącej; na niej weźmy pewien punkt A', dla którego $\varrho = 0D = \varrho_0$, tak że spółrzędne punktu A' są:

$$x = \varrho_0 \cos a_0\,;\ y = \varrho_0 \sin a_0\,;\ z = (a - \varrho_0) \operatorname{cotg} \frac{(2k+)\,a_0}{2}\,.$$

Niech będzie:

$$C'B' = C'A'\,;$$

ponieważ mamy:

$$0D' = 0D + 2DC' = \varrho_0 + 2(a - \varrho_0) = 2a - \varrho_0\,,$$

przeto spółrzędne punktu B' są:

$$x=(2a-\varrho_0;\cos a_0,\ y=(20-\varrho_0;\sin a_0,\ z=-(a-\varrho_0)\operatorname{cotg}\frac{(2k+1)a_0}{2}.$$

W tej samej płaszczyźnie poprowadźmy przez punkty A' i B' proste, prostopadłe do $A'B'$, i na nich odłóżmy odcinki: $A'P$, $A'P'$, $A'Q'$. $A'Q$ dowolnej lecz jednakowej długości λ. Spółrzędne punktu P otrzymamy, kładąc we wzorach na spółrzędne punktu A'; $\varrho_0+\lambda\cos\frac{(2k+1)a_0}{2}$ zamiast ϱ_0, a spółrzędne punktu Q otrzymamy, kładąc $2a-\varrho_0-\lambda\cos\frac{(2k+1)a}{2}$ zamiast $2a-\varrho_0$ we wzorach na spółrzędne punktu B'; tym sposobem otrzymamy:

$$P)\quad x=\left[\varrho_0+\lambda\cos\frac{(2k+1)a_0}{2}\right]\cos a_0,$$

$$y=\left[\varrho_0+\lambda\cos\frac{(2k+1)a_0}{2}\right]\sin a_0,$$

$$z=\left[a-\varrho_0-\lambda\cos\frac{(2k+1)a_0}{2}\right]\operatorname{cotg}\frac{(2k+1)a_0}{2},$$

$$Q)\quad x=\left[2a-\varrho_0-\lambda\cos\frac{(2k+1)a_0}{2}\right]\cos a_0,$$

$$y=\left[2a-\varrho_0-\lambda\cos\frac{(2k+1)a_0}{2}\right]\sin a_0,$$

$$z=-\left[a-\varrho_0-\lambda\cos\frac{(2k+1)\sigma_0}{2}\right]\operatorname{cotg}\frac{(2k+1)a_0}{2}$$

Rozważmy ruch punktu P, podczas gdy koło wykonywa około osi z obrót całkowity. Punki A' zajmie wówczas położenie punktu B', przeto otrzymamy spółrzędne nowego położenia punktu P, jeżeli w poprzednich wzorach na spółrzędne tego punktu zastąpimy ϱ_0 przez $2a-\varrho_0$ i a_0 przez $2\pi+a_0$; lecz po takiej zamianie otrzymamy powyższe wzory na spółrzędne punktu Q. Widzimy stąd, że punkt P może przejść do punktu Q, pozostając zawsze po jednej stronie powierzchni; z Q do P' punkt ten może przejść np. po prostej QP', również nie przenikając przez powierzchnię. A więc dowolny punkt P może przejść w położenie punktu P', nie przenikając powierzchni nawskroś, choćby ta ostatnia była nieograniczona. Dowiedliśmy więc, że powierzchnie, w opisany powyżej sposób powstałe, są jednostronne.

Dodajemy jeszcze, że możnaby stwierdzić geometrycznie, iż przecinając mechanicznie jakąkolwiek z rozpatrywanych tu powierzchni wzdłuż dowolnej linii krzywej zamkniętej tak, aby każda tworząca była przecięta w jednym tylko punkcie, otrzymalibyśmy po przecięciu jednę tylko powierzchnię (jednopowłokową), które atoli będzie już dwustronną.

M. Feldblum.

OBSERWATORYUM ASTRONOMICZNE W WARSZAWIE.

Po otwarciu uniwersytetu w Warszawie w r. 1816, robił usilne starania o założenie obserwatoryum profesor astronomii Franciszek Armiński [1]). Bardzo słusznie uważał on podobny zakład za niezbędny dla swoich uczniów i dla podążania za tym rozwojem astronomii, któremu przypatrzył się za granicą. Większa liczba dawniej założonych obserwatoryów miała na względzie takie podwójne zadanie; dopiero później zaczęto zakładać obserwatorya zupełnie samodzielne i tylko do celów ściśle naukowych przeznaczone. Takie też najwięcej przyczyniły się do rozwoju astronomii, gdy tymczasem inne, z celami pedagogicznemi połączone. były i są skazane najczęściej na powtarzanie jej elementarnych zagadnień.

Gdy zabiegi Armińskiego odniosły zamierzony skutek, rozpoczęto budowę obserwatoryum na wiosnę roku 1820, a ukończono ją

[1]) Urodził się w Tymbarku, w Sądeczczyznie, w Galicyi r. 1789. Nauki pobierał w Krakowie, potem przeniósł się do Warszawy, skąd w celu dalszych studyów udał się do Niemiec i Francyi; na obserwatoryum w Paryżu zajmował się astronomią praktyczną. Pod koniec r. 1815 powrócił do Warszawy i tu już pozostał aż do śmierci w r. 1848.