SPRAWOZDANIA Z LITERATURY. — RECENZYE. BIBLIOGRAFIA.

M. Feldblum. „Algebra elementarna". 8°, str. 500. Łódź. 1906.

Książka składa się z czterech części: A. Nauka o liczbach. B. Nauka o równościach; C. Postępy i logarytmy i D. Działy dodatkowe: kombinatoryka, dwumian Newtona, wyznaczniki i ułamek łańcuchowy. Do każdego rozdziału dodana jest niewielka liczba przykładów (ogółem 487). Układ książki jest ściśle systematyczny, a więc, co za tem idzie, względy dydaktyczne musiały być odłożone na plan drugi. Ta systematyczność układu jest bardzo cenną zarówno dla nauczyciela, jak i dla starszych uczniów, powtarzających cały kurs i w ogóle dla ludzi, oboznanych z przedmiotem a pragnących odświeżyć sobie jakiś dział w pamięci, lub wiadomości swoje usystematyzować. Dla tego też ukazanie się tej książki wypełniło bardzo poważny brak w naszej literaturze. Kto jednakże zechce używać jej jako podręcznika w klasach średnich, będzie musiał porządek rozdziałów w wielu miejscach pozmieniać.

Część pierwszą autor w przedmowie charakteryzuje w następujący sposób: „W pierwszej części czytelnik znajdzie systematyczny wykład nauki o liczbie; pojęcie o liczbie rozwija się stopniowo, aż do liczby zespolonej. Teoryę liczb niewymiernych oparłem na Dedekindowskiem pojęciu przekroju dziedziny liczb; stąd wyprowadzona została definicya liczby niewymiernej za pomocą podwójnych szeregów nieskończonych. W nauce o liczbach zespolonych podkreśliłem właściwy charakter tych liczb, aby zapobiedz tak pospolitemu w umysłach uczni przedstawieniu, jakoby liczba zespolona była czemś istotnie urojonem".

Takie systematyczne rozwinięcie pojęcia o liczbie, począwszy od liczb naturalnych, a skończywszy na liczbach zespolonych, jest bardzo pożyteczne, ale uczyć w tym porządku nie można. Wykładać uczniom czwartej klasy teoryę Dedekindowską liczb niewymiernych, a następnie naukę o liczbach zespolonych, zanim ci uczniowie zdobędą odpowiednie wiadomości geometryczne i dowiedzą się, co to są równania, byłoby pracą bezowocną. W dodatku uczeń dłużej niż przez dwa pierwsze lata nauki Algebry nie mógłby rozwiązać ani jednego zadania, mającego jakikolwiek związek z życiem praktycznem lub z przyrodą, a więc byłby pozbawiony przez tak długi czas pojęcia o tem, że ta nauka może mu się na coś przydać.

W części tej na uznanie zasługuje wprowadzenie Dedekindowskiej teoryi liczb niewymiernych, co zostało dokonane — pomijając drobne usterki—w sposób ścisły i przystępny. (Błędnie jest podane określenie różnicy $A—C$ na str. 102; wyrazami szeregów, określających tę różnicę, są $a—d$ i $b—c$, nie zaś $a—c$ i $b—d$). W ogóle rozdział o liczbach niewymiernych należy do najlepszych w książce; stopień przybliżenia, sposoby wyciągania pierwiastków i t. d. są wyrażone jasno i dokładnie. Dodatnio wyróżnia się również rozdział VI (Działania na wielomianach).

Ścisłe określenie liczb niewymiernych stanowi chwalebny wyjątek; pozatem prawie wszystkie uogólnienia liczb i działań nad niemi zostały wprowadzone równie niezrozumiale jak nieściśle, co, oczywiście, musi być źródłem różnych niekonsekwencyj. Na str. 13 czytamy: „pragnąc pomnożyć trójmian $a—b+c$ przez dwumian $d+e$, piszemy:

$$(a—b+c)\,(d+e),$$

to wyrażenie jest już jednomianem...“; podobnie na str. 12 $\frac{a^2+bc}{b^2+ac}$ jest podane jako przykład jednomianu; zaś na str. 69 czytamy: „Iloraz od podzielenia jednomianu przez wielomian, po pomnożeniu przez wielomian, ma dać jednomian, wnosimy stąd, że iloraz taki nie może być ani wielomianem, ani jednomianem.“

Mniejsza zresztą o jednomiany. Gorzej, że liczby ujemne i zespolone przedstawiają się równie mglisto. „Liczbę, która, będąc dodana do jedności arytmetycznej, daje w sumie zero, nazywamy jednością ujemną.“ „Nazywać będziemy zbiór jedności ujemnych liczbą całkowitą ujemną" (str. 17, 18). Zero przedtem określone nie było, jak się tworzy „zbiór jedności ujemnych" — niewiadomo, określenia więc nie są wystarczające. Możnaby było zachować je, gdyby miały jakieś zalety dydaktyczne, ale one są równie niejasne jak nieścisłe. Nieścisłe są też oparte na nich dowodzenia: „skoro każda jedność ujemna z n o s i jednę jedność dodatnią..." i t. d.

W ogóle autor nie wyróżnia należycie twierdzeń od określeń lub założeń; nieraz nie widać, czy to, co czytamy, ma być dowodzeniem, czy też tylko objaśnieniem. Jaki charakter ma np. zdanie: „w s z e l k a l i c z b a u j e m n a j e s t m n i e j s z a, n i ż w s z e l k a l i c z b a d o d a t n i a" (str. 23)? Wątpliwości tego rodzaju nasuwają się przy czytaniu książki bardzo często. Uszłyby to w jakimś kursie propedeutycznym, ale nigdy w systematycznej nauce Algebry.

Określenie: „Pomnożyć jednę liczbę przez drugą znaczy: z mnożnej utworzyć iloczyn w taki sam sposób, w jaki mnożnik powstał z jedności dodatniej" (str. 24) powinno raz nareszcie zniknąć z podręczników. Określenie to w znakowaniu matematycznem znaczy: $ab = c$, jeżeli $b = f(1)$, $c = f(a)$, ale funkcya f nie jest tutaj niczem określona; mnożnik b mógł powstać z jedności nieskończenie wieloma sposobami. -3 mogło powstać z jedności, np. przez dodanie do niej -4; a więc, podług powyższego określenia, mogłoby być: $(+12)(-3) = (+12) + (-4) = 8$.

Zarzuty te nie dotyczą oczywiście wyłącznie Algebry p. F e l d b l u m a, uważam jednak za konieczne wytykać błędy tego rodzaju, ażeby przyczynić do ich stopniowego usuwania z podręczników.

W dowodzeniu reguły na mnożenie (str. 62) nie zaznaczono, że jest ono wystarczające tylko wtedy, kiedy mnożnik jest liczbą całkowitą dodatnią; brak ten napotyka się zresztą dość często. W sformułowaniu reguły również czegoś brak: „Ażeby pomnożyć wielomian przez wielomian, mnożymy kolejno każdy wyraz jednego wielomianu przez każdy wyraz drugiego." I na tem koniec.

Rozdział, traktujący o ułamkach algebraicznych, posiada prawie wszystkie, dające się tu nagromadzić wady podręczników starej daty. Reguły działań są bądź zaopatrzone w dowodzenia pozorne, bądź też podane w takiej formie, że nie wiadomo czy to twierdzenie, czy określenie, czy pewnik.

Po rozdziale w liczbach niewymiernych, będącym znpełnie na wysokości dzisiejszej nauki i stanowiącym prawdziwą ozdobę książki, następuje ostatni rozdział pierwszej części: o liczbach zespolonych Mówić o liczbach zespolonych, nie korzystając z nauki o równaniach, jest rzeczą bardzo trudną; nie można też powiedzieć, ażeby autor pokonał tę trudność szczęśliwie.

Pomimo zapowiedzi w Przedmowie (patrz ustęp zacytowany wyżej), autor nie wyjaśnia „właściwego charakteru" liczb zespolonych; wyraża jedynie życzenie, ażeby nazwa „jedność urojona" nie budziła „w czytelniku jakichkolwiek wyobrażeń, skojarzonych z urojeniem, niemożliwością, fantazyą." Tego rodzaju ostrzeżenie właśnie wywołuje wyobrażenia, o których mowa. Chcąc ich uniknąć, należało wyraźnie zaznaczyć, że liczby zespolone są niemożliwe, dopóki wszystkie pewniki arytmetyczne utrzymujemy w mocy, i że one stają się możliwemi, o ile odrzucimy te pewniki, które wymagają, ażeby z pomiędzy dwóch liczb nierównych jedna była zawsze większa od drugiej. Za to jednak autora winić nie można, gdyż idzie śladem wielu poprzedników. Ale winą jego jest nikłe określenie liczby zespolonej (str. 132), jeżeli sposób, w jaki ją wprowadza, w ogóle można nazwać określeniem; jest to skutek rozpatrywania tych liczb przed równaniami stopnia drugiego.

Część druga o równaniach jest opracowana systematyczniej i ściślej. Autor rozpatruje z początku szczegółowo przekształcenia równań i wpływ tych operacyi na pierwiastki. Sposoby rozwiązywania równań oznaczonych, nierówności stopnia pierwszego i równań nieoznaczonych stopnia pierwszego są wyłożone nader umiejętnie i przystępnie. Autor tu, jak i w całej książce, wszelkie wyrażenia algebraiczne nazywa liczbami, unikając w ten sposób pojęcia funkcyi. Na str. 150 przez pomyłkę wielkość D nazwano najmniejszą spólną wielokątną, zamiast największym spólnym dzielnikiem.

Nie można zgodzić się z autorem, że przypadki, kiedy w równaniu $ax=b$ jest $a=0$, $b\neq0$, lub $a=b=0$, nie mają żadnego znaczenia praktycznego. Autor w całej książce nie uwzględnia zastosowań do Geometryi lub do innych nauk; gdyby to zrobił, miałby bardzo często do czynienia z zadaniami, w których x powiększa się do ∞, jeżeli a maleje do 0. W ogóle nie liczenie się z zasadami jest poważnym brakiem podręcznika. Tu również należy szukać przyczyny błędnego twierdzenia, że jeżeli w dwóch równaniach stopnia pierwszego z dwiema niewiadomemi jeden z pierwiastków jest nieskończonością, to i drugi musi być nieskończonością (str. 193).

W trzeciej części wyłożone są postępy arytmetyczne i geometryczne z zastosowaniami do sumowania niektórych szeregów liczb. Określenie logarytmu wyprowadzone jest z równania wykładniczego. Autor uwzględnia w tekście tablice logarytmów pięciocyfrowych. Zakończenie tej części stanowi rachunek procentów składanych, rent itd. W ogóle cała ta część jest bez zarzutu.

Część ostatnia, zawierająca kilka luźnych rozdziałów, zaczyna się od kombinatoryki. I temu rozdziałowi zarzutów poważniejszych robić nie można; jedynie dowodzenie twierdzenia: „Wskutek przestawienia pojedyńczego, przemiana prosta przechodzi na odwróconą, a odwrócona na prostą“ (str. 427) jest tak powikłane, że sam autor nie mógł z niego szczęśliwie wybrnąć. Ze zdania „jeżeli liczba p jest zawarta między k i r, to.... przestawienie nie zmienia liczby odwróceń“, wynikłoby, że przestawienia 1, 2, 3 i 3, 2, 1 mają jednakową liczbę odwróceń.

Pozostałe rozdziały opracowane są starannie i przystępnie; zastrzeżenie można zrobić jedynie co do niewłaściwego oznaczenia ostatniego w wyznaczniku symbolem n_n (str. 451), wskutek czego litera n ma dwa różne znaczenia.

Błędy korektorskie zauważyłem na str. 15, gdzie ostatni przykład nie zgadza się z odpowiedzią; na str. 58, w trzeciem równaniu od dołu, $[(n-p)-p]$ zamiast $[(n-p)+p]$ i na str. 403 $(1+)$ zamiast $(1+r)$.

Reasumując wszystko, można powiedzieć, że książka może być pożyteczna w ręku nauczyciela lub starszego ucznia, jakkolwiek ma duże braki pod względem ścisłości. Jako podręcznik dla młodszych uczniów książka nie może być z pożytkiem stosowana ze względu na nieodpowiedni układ, jak również i na brak zastosowań do Geometryi i do innych nauk, co mocno utrudnia zrozumienie teoryi.

S. Kwietniewski.