„Initiation mathématique“ C. A. Laisanta.[1]

W książce „Initiation mathématique“ p. Laisant zrealizował swe poglądy na sprawę przedszkolnego nauczania Matematyki, sformułowane w poprzednio wydanem studyum: „Èducation fondée sur la science“, w którem przychodzi do następujących wniosków.

Przyjmując za zasadę, że pewien zasób wiadomości matematycznych, przynajmniej w zakresie t. zw. Matematyki elementarnej, jest niezbędny dla każdego, kto chce się oryentować w zjawiskach natury i współczesnego życia, zaleca wczesne przystąpienie do początkowej nauki przedmiotów matematycznych, którą, jego zdaniem, można rozpocząć już z dziećmi w wieku $3\frac{1}{2}$ — 4 lat, z chwilą, kiedy potrafią stawiać kreski na tabliczce szyfrowanej lub papierze; ułatwi to dzieciom znakomicie późniejszą naukę systematyczną, szkolną. Oczywiście, ta początkowa nauka ma być udzielana dzieciom w postaci zabawy, bez żadnego przymusu, bez obciążania ich pamięci. Wychowawca, apelując do wrodzonej umysłom dziecięcym żywości i ciekawości, ma poprzestać na umiejętnem przedstawieniu dzieciom przedmiotów i zjawisk świata zewnętrznego, oraz na ułatwieniu im naturalnych już w tym wieku uogólnień, które, acz nieświadomie, prowadzą do pojęć matematycznych. Tak pojęta i stopniowo przeprowadzona początkowa nauka Matematyki da nam, zdaniem autora, zysk wielokrotny: obudziwszy w dzieciach ciekawość i zainteresowanie się przedmiotem, nauczamy je znacznie więcej w wieku przedszkolnym, niż to się dzisiaj osiąga; zaoszczędziwszy zaś dziecku przedwczesnych wysiłków pamięciowych i rozwinąwszy racyonalnie jego umysł, przyprowadzimy je do szkoły z daleko większym zasobem energii do pracy umysłowej i znacznie lepiej, niż dziś, do niej przygotowane.

---

[1]) Sprawozdawca przygotował przekład polski tej książeczki, otrzymawszy na to upoważnienie autora. (Przyp. Red.)

Zobaczymy teraz, streszczając pobieżnie książeczkę, co ma być według autora, przedmiotem tej początkowej nauki Matematyki.

W początkowych rozdziałach (1—7) mamy stawianie kresek poziomych, pionowych i pochyłych przy ciągłem użyciu cennego a zarazem prostego, środka pedagogicznego — papieru kratkowanego (nauka rysunku powinna stale towarzyszyć udzielaniu dzieciom pierwszych wiadomości z Matematyki), urabianie pojęcia o liczbach mianowanych i niemianowanych w zakresie 1—10 na kreskach i innych liczmanach i przedmiotach; wprowadzenie nowych liczmanów—zapałek, wiązanie ich opaskami gumowemi w paczki po 10 i w wiązki po 100; urabianie na tych liczmanach pojęcia o liczbach pierwszej setki i wskazanie ich nazwisk; tworzenie tabliczki dodawania z zapałek i kresek; tworzenie sum i różnic w powyższym zakresie przy symbolicznem przedstawianiu liczb zapałkami i ich pęczkami.

W rozdziale 8-m znajdujemy udatną próbę uzmysłowienia jedności wyższych rzędów przez wprowadzenie: pęków, skrzynek i koszów zapałek, odpowiadających tysiącom, dziesiątkom i setkom tysięcy; pak, wozów i wagonów zapałek, odpowiadających milionom, dziesiątkom i setkom milionów, wreszcie pociągu, naładowanego zapałkami, który odpowiada miliardowi. W rozdziale zaś 9-m osiąga się to samo przy pomocy różnokolorowych krążków. Tutaj też mamy dodawanie i odejmowanie większych liczb, wyrażonych symbolicznie opisanemi sposobami.

Następny rozdział 10-ty jest poświęcony symbolistyce cyfrowej.

Rozdział 11-y i 12-y obznajmiają dzieci z prostą i jej odcinkami, odpowiedniością pomiędzy liczbą i odcinkiem oraz dodawaniem odcinków.

W rozdziale 13-m i 14-ym znajdujemy wyjaśnienie zwrotu odcinka, odcinków dodatnich i ujemnych i próbę poglądowego przedstawienia liczb ujemnych, jako różnicy dwóch odcinków, oraz wyjaśnienie natury tych liczb przy pomocy kilku starannie dobranych przykładów.

Rozdział 15-y zawiera wskazówki, w jaki sposób ułatwić dziecku, przy liczeniu i mierzeniu, wytworzenie sobie ważnego pojęcia o stosunku.

Tworzenie tabliczki mnożenia cyfrowej i graficznej, np. na papierze milimetrowym, tworzenie iloczynów dwóch liczb, na początek zalecaną przez autora metodą „muzułmańską“ (prostokąt na papierze kratkowanym, w którego okienkach wypisuje się w odpowiedni sposób cyfry iloczynów częściowych, dodawane następnie w ukośnych szeregach), wyjaśnienie potęgi, jako iloczynów równych czynników — stanowi przedmiot rozdziałów 16 i 17.

Następują w rozdziałach 18-m i 19-m ciekawe rachunki, mające na celu zainteresowanie dzieci liczbami, liczby pierwsze i sito Eratostenesa.

Rozdział 20 jest poświęcony wyjaśnieniu dzielenia, jako wielokrotnego odejmowania. Należy zauważyć, że autor zaleca, w miarę zapoznawania dzieci z działaniami na liczbach, wczesne ich oswajanie z symbolami algebraicznemi: głoskami zamiast liczb, znakami działań i znakiem równości.

Podział okrągłego ciastka na równe części nastręczył autorowi sposób poglądowego przedstawienia w rozdziale 21-m ułamków i ich najprostszych własności.

Rozdziały 22-gi, 23-ci i 24-ty można uważać za propedeutykę Geometryi. Znajdujemy w nich wykreślanie pospolitych figur wielokątnych, ich nazwy, opis graniastosłupa, sześcianu i ostrosłupa (z uwagą o budowaniu tych brył z patyczków i drutu, oraz wycinaniu ich z kartofla lub marchwi), jednostkę pola i obliczanie pól kwadratu; prostokąta, równoległoboku, trójkąta i trapezu, wreszcie poglądowe przedstawienie (według Bhascary) własności trójkąta prostokątnego, znanej pod nazwą twierdzenia Pytagorasa. Kładzie się tu, oczywiście, jak największy nacisk na ćwiczenia rysunkowe, które dzieci mają wykonywać od ręki i przy pomocy najprostszych przyrządów rysunkowych: liniału, ekierki i podziałki.

Rozdział 25-y i 26-y zawierają geometryczną ilustracyę kwadratu sumy i różnicy dwóch liczb, iloczynu sumy dwóch liczb przez ich różnicę, oraz sześcianu sumy dwóch liczb.

Istotnie ciekawe rzeczy znajdujemy w rozdziałach 27, 28, i 29, w których autor, posiłkując się tylko papierem kratkowanym, wykreśla nader dowcipnie liczby trójkątne, wykazuje niektóre ich własności, oraz oblicza graficznie sumy kwadratów i sześcianów liczb naturalnych. Oto przykład zastosowania tej metody, zresztą ogólnej, do obliczenia sumy kwadratów pierwszych czterech liczb $1^2+2^2+3^2+4^2$. Na fig. 1-ej odczytujemy: $1+2+3+4=\frac{4(4+1)}{2}$; fig. 2-ga wskazuje, że: $2^2 = 1+3$, $3^2 = 1+3+5$, $4^2 = 1+3+5+7$, wskutek czego kwadratom pierwszych 4 liczb można nadać kształty figur (3); każda

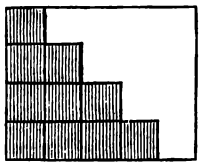

Fig. 1.

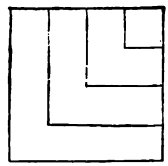

Fig. 2.

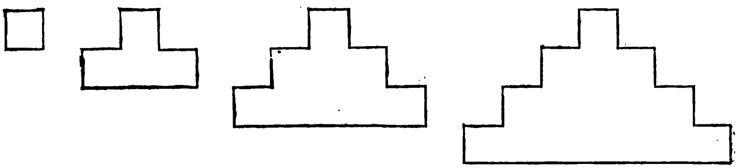

Fig. 3.

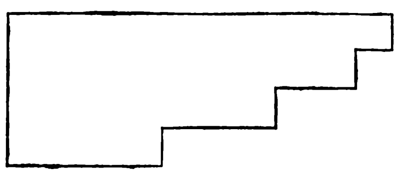

Fig. 4.

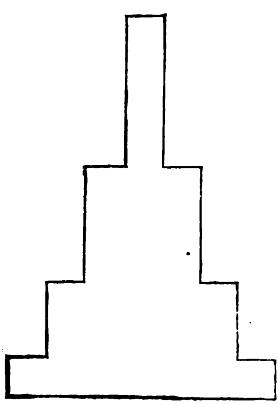

Fig. 5.

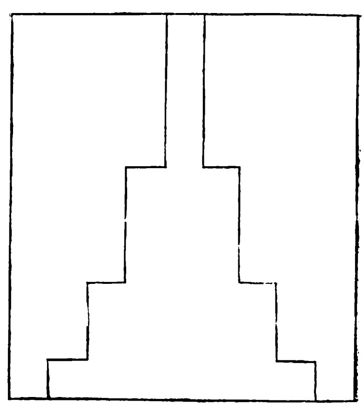

Fig. 6.

z figur (4), (5) wyobraża szukaną sumę kwadratów, stosownie do nadanego im kształtu (2) lub (3), wreszcie figura (6), która jest prostokątem o $\frac{4(4+1)}{2}$ wierszach i $2.4+1$ kolumnach, została utworzona z (5), (4) i (4) odwróconej, liczba więc jej okienek $\frac{4(4+1)(2.4+1)}{2}$ jest równa potrojonej szukanej liczbie, mamy przeto $1^2+2^2+3^2+4^2 = \frac{4(4+1)(2.4+1)}{6}$ lub ogólnie $1^2+2^2+\ldots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

W rozdziałach 30-m i 31-m mamy: potęgi 11-tu, trójkąt Pascala i kwadrat arytmetyczny Fermata wraz z zastosowaniem tegoż do obliczenia dróg wieży na szachownicy.

Różne systematy liczenia, w szczególności systemat dwójkowy i jego zastosowanie do zabawki, zwanej „tajemniczym wachlarzem", wypełniają rozdziały 32-gi i 33-ci.

Przedmiotem rozdziału 34-go są postępy różnicowe i przedstawienie graficzne ich sumy, w rozdziale zaś 35-m znajdujemy postępy ilorazowe.

Następne trzy rozdziały 36-y, 37-y i 38-y są poświęcone przykładom wielkich liczb, do których prowadzą postępy ilorazowe: mamy tu więc klasyczną anegdotę o ziarnach zboża na szachownicy, jej zgrabną odmianę pod tytułem „tanie kupno", wreszcie przykłady olbrzymich sum pieniężnych, wytworzonych przez procent składany.

W rozdziale 39-ym, zatytułowanym „obiad ceremonialny", autor zręcznie wprowadza dzieci w świat przestawień (permutacyj), ilustrując je sposobem, podawanym przez E. Lucasa p. n. „przestawienia obrazowe" (permutations figurées).

Celem oswojenia dzieci z wielkiemi liczbami, opowiada im autor w rozdziale 40-m kilka szczegółów o potędze liczby 9 z wykładnikiem 9^9, która jest liczbą, posiadającą 369693100 cyfr.

W następnych rozdziałach 41—45, po opisaniu cyrkla i przenośnika, które, zdaniem autora, powinny się już znaleść w ręku dziecka, mamy niektóre własności koła, przytoczone bez dowodu, wzory na długość okręgu i pole koła, kilka klasycznych figur, utworzonych z łuków koła, jako te: księżyce Hippokratesa i niektóre rozety, wreszcie wzory na objętość wielościanów, wcześniej poznanych, jako też na objętość brył obrotowych: walca, stożka i kuli. Jest to więc dalszy ciąg propedeutyki Geometryi.

W rozdziałach 46—56, najważniejszych może ze względu na przygotowanie dzieci do dalszej nauki Matematyki, autor pokazuje, jak ułatwić młodocianym umysłom wyrobienie sobie pojęcia o funkcyi przy pomocy obrazów przebiegu tejże, czyli t. zw. przedstawień graficznych lub krócej grafików. Znajdujemy tu szereg ciekawych i starannie dobranych przykładów, mogących zainteresować dzieci, że wymienię: bieg pociągów kolejowych, zmiana ciśnienia barometrycznego i temperatury, ciekawe zagadnienie E. Lucasa o parowcach, kursujących pomiędzy Hawrem i Nowym-Yorkiem, które wprawiło w kłopot uczonych matematyków, wreszcie kilka dowcipnie pomyślanych odmian t. zw. zagadnienia o gońcach. W ostatnich grafikach: spadającego kamienia, wyrzuconej w górę kuli i pociągów kolei miejskiej w Paryżu spotykamy po raz pierwszy łuk krzywej—paraboli.

W następnych czterech rozdziałach 57—60 autor, korzystając z okoliczności, że wyżej opisany sposób kreślenia grafików został zaczerpnięty z Geometryi analitycznej, wyjaśnia spółrzędne prostokątne na płaszczyźnie i podaje pobieżny opis trzech stożkowych: paraboli, elipsy i hyperboli.

Podział odcinka na dwa inne przez punkt, poruszający się na prostej w jednym lub drugim kierunku i przedstawienie graficzne stosunku dwóch nowych odcinków, jako też podział harmoniczny i wyjaśnienie tej nazwy, stanowią przedmiot rozdziałów 61 i 62.

W rozdziale 63-m znajdziemy opis i wyjaśnienie znanego paradoksu: 64=65, który na ukończeniu dotychczasowej nauki początkowej może stanowić, zdaniem autora, pożyteczne ćwiczenie dla dzieci.

Rozdział 64-y zawiera krótką wzmiankę o kwadratach magicznych.

W zakończeniu wreszcie znajdujemy przedmowę do dzieci, gotujących się wstąpić do szkoły po ukończeniu nauki przygotowawczej według przytoczonego programu, oraz kilku uwag o trafnym wyborze szkoły, nie pozbawionej pewnej dozy złośliwości, lecz stosujących się na szczęście tylko do szkół francuskich.

Jak widzimy, książka p. Laisanta zawiera bogaty materyał propedeutyczny w zakresie Matematyki, bezstronny zaś czytelnik przyzna, że niebrak w niej i trafnych wskazówek co do spożytkowania tego materyału. Jako taka, może być polecona rodzicom, wychowawcom domowym i nauczycielom szkół początkowych, może też i profesorowie szkół średnich znaleźliby w niej niejednę pożyteczną wskazówkę.

Na zakończenie kilka słów o przekładzie. Naogół biorąc, trzymałem się wiernie oryginału, wprowadzając drobne zmiany tylko tam, gdzie tego wymagał wzgląd na polskiego wychowawcę, dla którego ten przekład jest przeznaczony i na polskie dzieci. Dla tej też przyczyny grafik kolejowy „Paryż-Marsylia“ w oryginale (rozdz. 48) zastąpiłem grafikiem pociągów kuryerskich na kolei Warszawsko-Wiedeńskiej, oraz zamiast krzywych ciśnienia barometrycznego i temperatury, przytoczonych w oryginale (rozdz. 50) za czasopismem „La Nature“ i odnoszących się do ostatniego tygodnia r. 1881, podałem szkice podobnych krzywych według udzielonych mi uprzejmie przez p. Mereckiego zapisów barografu i termografu Centralnej stacyi Meteorologicznej przy Muzeum Przem. i Handlu w Warszawie, za czas od 27 maja do 2 czerwca r. 1904. Nadto, w uwadze do rozdziału 64, w którym jest mowa o kwadratach magicznych, przytoczyłem z książki Bachet de Méziriaca „Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres“ graficzny sposób tworzenia kwadratów magicznych z pierwszych 9 oraz z pierwszych 25 liczb, uważając, że może się do przyczynić do większego zainteresowania dzieci przedmiotem.

Z. Czubalski.