COLLOQUIUM MATHEMATICUM

VOL. XIX 1968 FASC. 1

P R O B L È M E S

P 461, R 1. L'auteur du problème l'a résolu partiellement [1].

XII.1, p. 148.

[1] W. A. J. Luxemburg, *On the existence of σ-complete prime ideals in Boolean algebras*, ce fascicule, p. 51-58.

P 472, R 1. La généralisation demandée a été donnée par Meder et Zdrojewski [2].

XII.2, p. 253.

[2] J. Meder and Z. Zdrojewski, *On a relation between some special methods of summation*, ce fascicule, p. 131-142.

P 522, R 2. La réponse signalée dans R 1 se trouve déjà publiée [3].

XIV, p. 173, et XVII.2, p. 366 et 367.

[3] S. Fajtlowicz, *A remark on independence in projective spaces*, ce fascicule, p. 23-25.

P 543 et P 545, R 1. Les réponses sont affirmatives. Pour $\nu = 5$ (P 543), la solution trouvée par M. Mirkowska à l'aide d'une machine à calculer GIER est la suivante:

$$6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10 = 2\cdot 6\cdot 10\cdot 14\cdot 18.$$

Pour ν arbitraire (ce qui embrasse P 545), la solution

$$\prod_{k=1}^{n}(n+k) = \prod_{k=1}^{n}(4k-2)$$

trouvée par A. Mąkowski résulte des équations

$$(2\nu)! = \prod_{j=1}^{\nu}(2j)\prod_{k=1}^{\nu}(2k-1) = 2^{\nu}\nu!\prod_{k=1}^{\nu}(2k-1) = \nu!\prod_{k=1}^{\nu}(4k-2).$$

Elle se réduit pour $\nu = 3$ à la moindre solution possible, mentionnée déjà par l'auteur des problèmes [4] et, pour $\nu = 5$, à celle de M. Mirkowska.

XV.1, p. 48.

---

[4] Я. Габович, *Об арифметических прогрессиях с равными произведениями членов*, Colloquium Mathematicum 15 (1966), p. 45-48.

P 554 (réimprimé comme P 562), **R 1.** La solution affirmative pour le pseudo-arc a été trouvée récemment par Cornette [5], qui a montré même que tout sous-continu du pseudo-arc en est un rétracte.

XV.1, p. 160 (et 2, p. 320).

---

[5] J. L. Cornette, *Retracts of the pseudo-arc*, Colloquium Mathematicum, à paraître.

P 572, R 1. It can [6].

XVI, p. 229.

---

[6] S. Hartman, *Interpolation and Gleichverteilung in Bohr's Kompaktifizierung*, ce fascicule, p. 111-115.

BJARNI JÓNSSON (NASHVILLE, TENNESSEE, U.S.A.)

P 626. Formulé dans la communication *Algebraic structures with prescribed automorphisms group.*

Ce fascicule, p. 1

P 626, R 1. Une solution a été donnée par E. Płonka [7].

XIX.1, p. 1.

---

[7] Ernest Płonka, *On a problem of Bjarni Jónsson concerning automorphisms of a general algebra*, ce fascicule, p. 5-8.

B. WĘGLORZ ET A. WOJCIECHOWSKA (WROCŁAW)

P 627. Formulé dans la communication *Summability of pure extensions of relational structures.*

Ce fascicule, p. 34.

S. FAJTLOWICZ (WROCŁAW), W. HOLSZTYŃSKI (WARSZAWA), J. MYCIELSKI (WROCŁAW) AND B. WĘGLORZ (WROCŁAW)

P 628 — P 630. Formulés dans la communication *On powers of bases in some compact algebras.*

Ce fascicule, p. 46.

W. A. J. LUXEMBURG (PASADENA, CAL.)

P 631. Formulé dans la communication *On the existence of σ-complete prime ideals in Boolean algebras.*

Ce fascicule, p. 57.

J. MEDER AND Z. ZDROJEWSKI (SZCZECIN)

P 632. Formulé dans la communication *On a relation between some special methods of summation.*

Ce fascicule, p. 142.

J.-P. KAHANE (PARIS)

P 633. Soit $x(t) = X(t, \omega)$ la fonction du mouvement brownien sur la droite R et $E = \{t: x(t)\} = 0$. Soit $E_1 = E$, $E_n = E_1 + E_{n-1}$. Pour quelles valeurs de n a-t-on presque sûrement $E_n = R$? Pour quelles valeurs de n a-t-on presque sûrement mes $(R \setminus E_n) = 0$?

Un élément de solution est fourni par l'existence presque sûre d'une mesure positive $\mu \not\equiv 0$, portée par une partie compacte de E dont la transformée de Fourier vérifie la condition

$$\hat{\mu}(u) = O\left(\sqrt{\frac{\log u}{u}}\right), \qquad u \to \infty \text{ (}^8\text{)}.$$

Ainsi, E_3 couvre presque sûrement presque toute la droite et E_5 presque sûrement toute la droite.

Nouveau Livre Ecossais, Probl. 773, 1. II. 1967.

[8] J.-P. Kahane et B. Mandelbrojt, *Ensembles de multiplicité aléatoires*, Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences, Paris, 261 (1965), p. 3931.

R. DUDA (WROCŁAW)

P 634. Let a polyhedron P be homeomorphic to a Cartesian product of two topological spaces, none of which is a point. Must then there exist two polyhedra P_1 and P_2 such that neither P_1 nor P_2 is a point and that P is homeomorphic to $P_1 \times P_2$?

New Scottish Book, Probl. 777, 21. II. 1967.

P. ERDŐS (BUDAPEST)

P 635. Assume that for a set of numbers a_i modulo n_i $(1 \leqslant i \leqslant k)$ there is an integer m such that $m \not\equiv a_i \pmod{n_i}$ for every i $(1 \leqslant i \leqslant k)$. Must then the density of these m's be $\geqslant 1/2^k$? I can prove this if there is no integer n for which $n \equiv a_i$ and $n \equiv a_j$ $(i \neq j)$ simultaneously.

New Scottish Book, Probl. 781, 22. III. 1967.

P. ERDŐS AND J. HAJNAL (BUDAPEST)

P 636. Assume that for every m, if $x_1, \ldots, x_m$ are any m vertices of a given graph G, then the graph spanned by $x_1, \ldots, x_m$ has an independent set of at least $(m-k)/2$ vertices. Prove that the chromatic number of G is $\leqslant k+2$.

New Scottish Book, Probl. 782, 22. III. 1967.

C. C. CHANG (LOS ANGELES, CALIF.)

P 637. Does every uniform ultrafilter D on a set I of power $\aleph_{\omega+1}$ have a well-ordered decreasing sequence of elements

$$X_0 \supset X_1 \supset \ldots \supset X_\xi \supset \ldots \qquad (\xi < \omega_n)$$

such that

$$\bigcap_{\xi<\omega_n} X_\xi = 0 \qquad (n = 1, 2, \ldots)?$$ (9)

New Scottish Book, Probl. 786, 17. V. 1967.

(9) C. C. Chang, *Descendingly incomplete ultrafilters*, Transactions of the American Mathematical Society 126 (1967), p. 108-118. Especially p. 114.

Ю. М. СМИРНОВ (МОСКВА)

P 638. Известно (10), что множество N всех иррациональных точек можно взаимно-однозначно и непрерывно отобразить на каждое борелево множество, все точки которого обладают сколь угодно малыми окрестностями мощности континуума. Спрашивается, существует-ли пространство со счётной базой, которое можно взаимно-однозначно и непрерывно отобразить на каждое пространство со счётной базой, имеющее континуальную мощность?

Новая Шотландская Книга, Пробл. 787, 24. V. 1967.

(10) W. Sierpiński, *Sur les images biunivoques et continues de l'ensemble de tous les nombers irrationnels*, Mathematica 1 (1929), p. 18-21.