COLLOQUIUM MATHEMATICUM

VOL. XVII 1967 FASC. 1

PROBLÈMES

P 152, R 1. La réponse est affirmative (1).

IV. 1, p. 91.

(1) F. Rothberger, *On conformal mapping problem of Stoïlov and of Wolibner*, ce fascicule, p. 61-69.

P 350, R 1. La réponse est affirmative (2).

IX. 1, p. 83.

(2) C. F. K. Jung, *Mappings on manifolds*, ce fascicule, p. 53-60.

P 391, R 1. La solution est affirmative (voir (3) ou (2)).

X. 1, p. 48.

(3) Е. Г. Скляренко, *О некоторых приложениях теории пучков в общей топологии*, Успехи Математических Наук 19 (1964), No 6, p. 47-70; cf. aussi en anglais Russian Mathematical Surveys 19 (1964), No 6, p. 41-62.

P 460, R 2. La réponse signalée dans R 1 se trouve déjà publiée (4).

XII. 1, p. 148, et XIII. 2, p. 295.

(4) F. Nunnaly, *There is no universal-projecting homeomorphism of the Cantor set*, ce fascicule, p. 51 et 52.

P 483, R 1. La réponse est négative (5).

XIII. 1, p. 4.

(5) J. Mycielski and C. Ryll-Nardzewski, *Equationally compact algebras II*, Fundamenta Mathematicae, to appear.

P 523, R 1. S. Fajtlowicz has answered the problem in the affirmative: there exists a modular lattice without the so called EIS property.

XIV, p. 175.

CALVIN F. K. JUNG (DETROIT, MICHIGAN)

P 580. Formulé dans la communication *Mappings on manifolds.*

Ce fascicule, p. 58.

J. CEDER (SANTA BARBARA) AND B. GRÜNBAUM (JERUSALEM)

P 581 et **582.** Formulés dans la communication *On inscribing and circumscribing hexagons.*

Ce fascicule, p. 100.

J. W. MOON AND L. MOSER (EDMONTON, ALBERTA, CANADA)

P 583-585. Formulés dans la communication *Some packing and covering theorems.*

Ce fascicule, p. 109.

G. SMITH (BERKELEY, CALIF.)

P 586 et **587.** Formulés dans la communication *A duel with silent-noisy versus noisy gun.*

Ce fascicule, p. 146.

J. HÁJEK (PRAGUE)

P 588. Let $x_1, \ldots, x_n$ be a normal sample from $N(\mu, \sigma^2)$ and put

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i, \qquad s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x})^2.$$

Then the maximum likelihood estimate of $\exp(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)$ equals

$$T_a = \exp\left(\bar{x} + \frac{1}{2}\,\frac{n-1}{n}\,s^2\right),$$

and the least variance unbiased estimate T_b of $\exp(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)$ equals

$$T_b = E(e^{x_1} \mid x, s^2).$$

Prove that

$$E\big(T_a - \exp(\mu+\tfrac{1}{2}\sigma^2)\big)^2 > E\big(T_b - \exp(\mu+\tfrac{1}{2}\sigma^2)\big)^2$$

uniformly in μ and σ^2 or disprove it.

Letter from 29. XI. 1965

Z. ŠIDAK (PRAGUE)

P 589. We have a random sample $X_1, \ldots, X_m$ with the empirical distribution function $F_m(x)$ and we wish to test the null hypothesis H_0 that each X_i has the distribution function $F(x-\mu_0)$, where F is continuous and known but μ_0 is unknown. (If μ_0 were known, we might use, e.g. the Kolmogorov goodness-of-fit test statistic $\sup\limits_x |F_m(x)-F(x-\mu_0)|$, the distribution of which does not depend on F.) One is tempted to use, for the test of H_0, the statistic

$$\inf_\mu \sup_x |F_m(x)-F(x-\mu)|.$$

However, it seems that this distribution under H_0 depends on F. Prove this conjecture.

An analogous question can be posed for the two-sample problem with an unknown shift of one distribution, namely for the statistic

$$\inf_\mu \sup_x |F_m(x)-G_n(x-\mu)|,$$

where G_n is the empirical distribution function of a second sample $Y_1, \ldots, Y_n$.

New Scottish Book, Probl. 747, 21. XII. 1965.

P 590. Let $(X\times Y, \mathscr{X}\times\mathscr{Y})$ be the Cartesian product of two spaces X and Y with some Borel σ-fields $\mathscr{X}$ and $\mathscr{Y}$, respectively. Let $G\in\mathscr{X}\times\mathscr{Y}$ and let G^* be its projection into X. Under what (non-trivial) conditions is it possible to construct a measurable (with respect to $\mathscr{Y}$ and $\mathscr{X}$) mapping $y(\cdot)$ of G^* into Y such that $(x, y(x))\in G$ for each $x\in G^*$?

In particular, suppose that X and Y are topological spaces, $\mathscr{X}$ and $\mathscr{Y}$ are generated by the systems of open sets and G is open.

New Scottish Book, Probl. 748, 21. XII. 1965.

H. STEINHAUS (WROCŁAW)

P 591. Soient A, B, C, D les sommets d'un carré fixe et S une surface homéomorphe à la sphère. S étant susceptible à être déplacé par translation à partir de toute position de façon que A, B, C, D se trouvent situés à la fois sur S, est-ce que S est une sphère géométrique ?

Nouveau Livre Ecossais, Probl. 752, 29. I. 1966.

W. NARKIEWICZ (WROCŁAW)

P 592. Soit $\mathcal{N}$ un ensemble arbitraire de nombres naturels contenant tous les diviseurs de ses éléments. Existe-t-il une suite de nombres naturels $a_1, a_2, \ldots$ qui, pour tout $M \in \mathcal{N}$, et pour aucun autre M, soit équirépartie au sens de Niven [6], c'est-à-dire telle que

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} N\{n \leqslant x \colon a_n \equiv j \,(\mathrm{mod}\ M)\} = \frac{1}{M} \quad \text{pour } j = 0, 1, \ldots, M-1\ ?$$

Quelle est la réponse en se bornant aux valeurs de j telles que $(j, M) = 1$?

Nouveau Livre Ecossais, Probl. 756, 18. IV. 1966

[6] I. Niven, *Uniform distribution of sequences of integers,* Transactions of the American Mathematical Society 98 (1961), p. 52-61.

Н. БЕЛЯКИН (НОВОСИБИРСК)

P 593. Soit $A(n)$ une formule arithmétique du premier degré exprimant que n est le numéro de Gödel d'une fonction récurrentielle identiquement nulle. Définir un tel k que $A(k)$ soit vrai sans qu'il existe une démonstration de $A(k)$ dans l'arithmétique élémentaire.

Nouveau Livre Ecossais, Probl. 758, 5. V. 1956.