COLLOQUIUM MATHEMATICUM

VOL. XIII 1964 FASC. 1

PROBLÈMES

P 100, R 1. La réponse est négative, comme l'a montré H. Cook dans sa lettre du 19. II. 1964 par l'exemple (non trivial) suivant:

Identifions les points $(1/3, 0)$ et $(2/3, 0)$ du continu indécomposable $\mathscr{B}_0$ formé par B. Knaster de demi-circonférences [1]. Le résultat G de cette transformation est un continu indécomposable contenant une seule courbe simple fermée S. L'union $E = G_1 \cup G_2$ de deux images homéomorphes de G et telles que $G_1 \cap G_2 = S$ est un continu unicohérent dont tout sous-continu H qui ne l'est pas contient S et dont le sous-ensemble $E-H$ n'est pas connexe. Ainsi, la propriété (J) de Janiszewski est satisfaite, E n'est séparé par aucun point et cependant il n'existe aucune homéomorphie entre E et la surface sphérique.

II. 2, p. 301.

[1] Voir par exemple C. Kuratowski, *Topologie II*, troisième édition, Varsovie 1961, p. 143, exemple 1.

P 310, R 1. La solution affirmative est due à Jurkat [2] et aussi à N. G. de Bruijn [3].

VII. 2, p. 311.

[2] W. B. Jurkat, *Note 64T-171,* Notices of the American Mathematical Society 11 (1964), p. 240.

[3] Manuscrit non publié.

P 448, R 1. Jurkat [4], et aussi Roy O. Davies [5], a montré que la réponse est affirmative.

XI. 1, p. 140.

[4] Voir loc. cit. [2].

[5] Lettre du 19. VIII. 1964.

JAN MYCIELSKI (WROCŁAW)

P 482 - P 484. Formulés dans la communication *Some compactifications of general algebra.*

Ce fascicule, p. 3, 4 et 5.

J. SCHMIDT (BONN)

P 485. Formulé dans la communication *Concerning some theorems of Marczewski on algebraic independence.*

Ce fascicule, p. 15.

A. MĄKOWSKI et A. SCHINZEL (VARSOVIE)

P 486. Formulé dans la communication *On the functions* $\varphi(n)$ *and* $\sigma(n)$.

Ce fascicule, p. 99.

H. COOK (AUBURN, ALA.)

P 487. Does there exist a compact metric indecomposable continuum M and a closed proper subset of M which intersects every composant of M, but does not separate M?

Lettre du 19. II. 1964.

JAN MYCIELSKI (WROCŁAW)

P 488. Est-ce que la proposition suivante exige l'axiome du choix: le groupe quotient du groupe additif des nombres réels par le sous-groupe des nombres rationnels est de la même puissance que celui du groupe multiplicatif des nombres réels positifs par le sous-groupe des nombres rationnels?

Nouveau Livre Ecossais, Probl, 687, 24. II, 1964.

P 489. Let X be a set on the real line of measure 0 not including the point 0. Does there exist a perfect set P on the line such that the set of distances of P is disjoint with X?

It is known [6] that if X is of the first category (and of arbitrary measure), then the answer is "yes".

Lettre du 1. VI. 1964.

---

[6] Jan Mycielski, *Independent sets in topological algebras*, Fundamenta Mathematicae 55 (1964), p. 139-147, section 4,5.

Z. SEMADENI (POZNAŃ)

P 490. Existe-t-il une famille infinie de groupes abéliens localement compacts et non-discrets ayant son produit (c'est-à-dire la somme) libre dans la catégorie des groupes abéliens localement compacts et homomorphismes continues?

Nouveau Livre Ecossais, Probl. 689, 12. III. 1964.

P 490, R 1. M[me] Golema récemment a démontré que si les groupes de la famille en question sont compacts (même non-abéliens), il existe toujours leur produit libre dans la catégorie des groupes compacts (7).

(7) K. Golema, *Free products of compact general algebras*, à paraître dans Colloquium Mathematicum.

D. S. MITRINOVIĆ (BELGRADE)

Soit N l'ensemble des nombres naturels. La solution complète de la congruence

$$a_1 a_2 \equiv 0 \big(\operatorname{mod}(a_1 + a_2)\big) \quad \text{où} \quad a_1, a_2 \in N,$$

proposée à résoudre par Court (8), est la suivante:

$$a_1 = kb_1(b_1 + b_2), \quad a_2 = kb_2(b_1 + b_2), \quad \text{où} \quad k, b_1, b_2 \in N \ (^9).$$

Plus généralement, soient h_p et H_q deux polynômes homogènes de degré p et $q \geqslant p+1$ respectivement, dépendant des n variables $a_1, a_2, \ldots, a_n \in N$ et dont les coefficients sont des entiers non-négatifs.

Une classe de solutions de la congruence

(1) $$H_q(a_1, a_2, \ldots, a_n) \equiv 0 \big(\operatorname{mod} h_p(a_1, a_2, \ldots, a_n)\big)$$

est donnée par la formule

(2) $$a_\nu = kb_\nu h_p(b_1, b_2, \ldots, b_n) \quad \text{où} \quad \nu = 1, 2, \ldots, n \text{ et } k, b_1, b_2, \ldots, b_n \in N.$$

P 491. (a) Trouver la solution complète de la congruence (1).

(b) Sous quelle condition la formule (2) l'est?

(c) Trouver la solution complète de (1) dans le cas où h_p et H_q sont des fonctions symétriques élémentaires.

Des questions analogues se présentent dans le cas où N est l'ensemble des nombres entiers.

Lettre du 22. V. 1964.

(8) N. A. Court, E 1452, The American Mathematical Monthly 68 (1961), p. 177.

(9) Voir ibidem, p. 804.

D. SCOTT (STANFORD, CALIF.)

P 492. Let $N!$ be the group of all permutations of the set $N = \{0, 1, 2, \ldots\}$. We can consider $N!$ as a topological space because $N! \subset N^N$ where N^N is the Baire space. A closed subgroup $\Gamma \subseteq N!$ is called *finitary* if for each finite k the factor space N^k/Γ is finite. Two subgroups Γ_0, Γ_1 are *conjugate* if $\Gamma_0 = g \circ \Gamma_1 \circ g^{-1}$ for some $g \in N!$.

Conjecture. There is a continuum number of conjugacy classes of finitary closed subgroups of $N!$.

Remark. This problem is closely related to the question from logic of how many different theories categorical in power $\aleph_0$ there are.

New Scottish Book, Probl. 695, 30. V. 1964.

V. PFEFFER (PRAGUE)

P 493. Is every Borel measure in a locally compact (or compact) Hausdorff space regular if the first countability axiom is satisfied?

New Scottish Book, Probl. 696, 9. VI. 1964.

I. N. HERSTEIN (CHICAGO, ILL.)

P 494. If R is an associative ring in which $(xy-yx)^{n(x,y)} = 0$ for all $x, y \in R$, where $n(x, y) > 0$ is an integer depending on x, y, do the nilpotent elements of R form an ideal?

New Scottish Book, Probl. 699, 15. VI. 1964.

P 495. If R is an alternative ring is it true that all $(ab-ba)^2$ fal in its nucleus, i. e. associate with every pair of elements?

New Scottish Book, Probl. 700, 15. VI. 1964.

А. ГЕЛЬФОНД и Н. ФЕЛЬДМАН (МОСКВА)

P 496. Пусть n — любое натуральное число, а $a_1, a_2, \ldots, a_n$ алгебраические числа, для которых $\ln a_1, \ldots, \ln a_n$ линейно независимы в рациональном поле.

Доказать, что при достаточно большом n эти логарифмы алгебраически не выражаются одновременно через один из них.

Новая Шотландская Книга, Пробл. 701, 16. VI. 1964.